

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 6 月 5 日現在

機関番号：12102

研究種目：挑戦的萌芽研究

研究期間：2013～2014

課題番号：25610101

研究課題名(和文)マヨラナ表示による幾何学的位相とトポロジカル秩序変数

研究課題名(英文)Geometrical phases by Majorana representation and topological order parameters

研究代表者

初貝 安弘 (HATSUGAI, Yasuhiro)

筑波大学・数理物質系・教授

研究者番号：80218495

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,000,000円

研究成果の概要(和文)：量子ホール相をその典型とする対称性の破れが本質的でないトポロジカル相に対して、幾何学的位相、すなわちチャーン数、ベリー位相とその高次の類似物を用いて新しい秩序変数を構成する試みを申請者は継続的に行ってきたが、本研究では特にフェルミ粒子系のマヨラナ表示をもちいることで新しいトポロジカル秩序変数の構築ならびに相の記述を試みた。特にボゴリューボフ・ドジャン方程式のマヨラナ表示を議論する事で幾何学的位相に関して新しい理論構造を明らかとすることができた。

また、本研究における理論的な試行錯誤の中からエンタングルメントチャーン数なる新規のトポロジカル秩序変数を発見し、その有効性を幾つかのモデルで示した。

研究成果の概要(英文)：Topological material is a class of novel phases of matter where any of symmetry breaking is not crucially important for the classification. As for such topological phases, we have constructed series of topological order parameters using geometrical phases such as the Chern numbers and Berry phases. Here in this project, we have investigated a Majorana representation of fermions in relation to the Berry connection to define novel topological order parameters. Then we have developed a theoretical framework for the Bogoliubov-de Gennes equation.

Through the theoretical trials, we have noticed and found an advantage of the quantum entanglement for the characterization. Then we have defined an entanglement Chern number and entanglement Berry phases associated with an extensive partition using a purification of the entanglement Hamiltonian.

研究分野：物性理論

キーワード：幾何学的位相 ベリー接続 トポロジカル秩序 エンタングルメントチャーン数

1. 研究開始当初の背景

近年大きな興味を持たれているトポロジカル相の典型例である整数量子ホール相におけるホール伝導度の高い精度の量子化は現在ホール伝導度が2つのトポロジカルな意義をもつことに帰着される。一つはバルクのホール伝導度がチャーン数といわれるトポロジカルな量で与えられることであり、もう一つは境界のある系のホール伝導度はエッジ状態といわれる系の境界に存在する局在状態で記述されることである。この2つの理論の同等性は申請者の研究 (Y. Hatsugai, ``Chern Number and Edge States in the Integer Quantum Hall effect'', Phys. Rev. Lett. 71, 3697 (1993)) 以来「バルク・エッジ対応」と呼ばれ、近年急速に研究の進んだスピン量子ホール効果(トポロジカル絶縁体)、トポロジカル超伝導体においてもその有効性が確認されているものである。

このチャーン数は多電子波動関数のベリー接続とよばれる幾何学的な量で与えられ、ベリー接続の理論は申請者によって、一般の対称性の破れと関係しないトポロジカルな秩序変数の構成に用いられギャップをもつスピン液体の分類において有効であることが示されている。

一方超伝導に代表される粒子数が保存しない系のトポロジカルな議論はVolovikや申請者の超伝導相の議論等があるが、近年のA.Y. Kitaevによるマヨラナ粒子による超伝導相の定式化とある種の反対称実行列のパッフアンによるエッジ状態の特徴づけ以来、研究が急速に進展した。マヨラナ粒子およびマヨラナ表示の物性科学における重要性は必ずしも超伝導相には限らず、近藤効果、ナノ電子系等、粒子数、スピン等が必ずしも保存量とならない場合、種々の系での有効である。

本研究では、ベリー接続に関する申請者の過去の研究の上にマヨラナ粒子系固有の反

対称実行列のパッフアンという代数構造をとりこみ、マヨラナ粒子によるベリー接続の理論を確立することを目指し、現在のベリー接続によるトポロジカルな秩序変数の理論をマヨラナ表示を用いて多様な量子液体、スピン液体相に対して拡張し、具体例に対してその有効性を確立することを究極の目標とする。

2. 研究の目的

フェルミ粒子の生成演算子の実部または虚部が定義する実の演算子が生成する粒子が、マヨラナ粒子であり、基底状態が粒子数演算子の固有状態とならないことを特徴とする。近年、超伝導相でのマヨラナ束縛状態が、活発に検討されているが、マヨラナ粒子による記述(マヨラナ表示)の物性科学における意義は超伝導相それだけにとどまらない。幾つかの量子/スピン液体相の分類における「ベリー接続」と「バルクエッジ対応」の有効性は申請者の独自の研究以降、確立しつつあるが、本研究はその過程で見いだされた萌芽的アイデアに基づきマヨラナ表示固有の代数構造を用いたベリー接続の理論を構築し、より広い量子液体相に対しマヨラナ表示での幾何学的位相によるトポロジカルな秩序変数の構成を目指す萌芽的で挑戦的なものである。

また、本研究が萌芽的かつ挑戦的なものであることに対応して、理論的な試行錯誤を可能な限り思い切って行うこととしたい。ひいては、その模索の過程を通じてトポロジカル相に関する新しい理論的概念を構築することを目指すことも重要な目的とする。

3. 研究の方法

一般のトポロジカル相に対するベリー接続を用いたトポロジカルな秩序変数の理論に関しては超伝導相を仮定しない範囲で申請者により2004年に理論化されているが(J.

Phys. Soc. Jpn. 73, 2604, (2004)) 本研究
においては、その拡張を行う。

具体的には超伝導体一般に対するポゴリ
ューボフドジャン方程式の構造のをベリー
接続の観点から明らかとする。

4 . 研究成果

量子ホール相をその典型とする対称性の
破れが本質的でないトポロジカル相に対し
て、新しい秩序変数を幾何学的位相を用い、
チャーン数、ベリー位相とその高次の類似物
を用いて構成する試みを申請者は行ってき
たが、本研究では特にフェルミ粒子系のマヨ
ラナ表示をもちいることで新しいトポロジ
カル秩序変数の構築ならびに相の記述を試
みた。特にポゴリューボフ・ドジャン方程式
のマヨラナ表示を議論する事で幾何学的位
相に関して新しい理論構造を明らかとする
ことができた。

また、本研究における理論的な試行錯誤の
中からエンタングルメントチャーン数なる
新規のトポロジカル秩序変数を発見し、その
有効性を幾つかのモデルで示し複数の論文に
まとめた。これも本研究が挑戦的かつ萌芽的
なものである故、自由な発想による研究活動
ができたことによるものであると自己評価
する。

5 . 主な発表論文等

[雑誌論文](計 17 件)

- [1] T. Kariyado and Y.Hatsugai,
“Topological order parameters of the
spin-1/2 dimerized Heisenberg ladder in
magnetic field”, Phys. Rev. B to appear
査読有
- [2]T.Fukui and Y.Hatsugai, “Entanglement
Chern Number for an Extensive Partition of
a Topological Ground State”, Journal of
the Physical Society of Japan, 00319015

(4) (2015). 査読有.

doi:10.7566/JPSJ.83.113705

[3] Y.Hatsugai, T. Kawarabayashi and
H.Aoki, “Survival of sharp $n=0$ Landau
levels in massive tilted Dirac fermions:
Role of the generalized chiral operator”,
Phys. Rev. B, 085112 (12) (2015). 査読有.
Doi:10.1103/PhysRevB.91.085112

[4] Y.Hatsugai, K.Shiraishi and
H.Aoki, “Flat bands in the Weaire-Thorpe
model and silicene”, New J. Phys.,
025009 (10) (2015). 査読有.
doi:10.1088/1367-2630/17/2/025009

[5]T.Fukui and Y.Hatsugai, “Disentangled
Topological Numbers by a Purification of
Entangled Mixed States for
Non-Interacting Fermion Systems”,
Journal of the Physical Society of Japan,
043703 (5) (2015). 査読有. doi:
10.7566/JPSJ.84.043703

[6] H.Sakamoto,Y.Hatsugai, H.Aoki and
T.Kawarabayashi, “Sharp Zero-Energy
Landau Levels in Multilayer Graphene”,
JPS Conf. Proc., 012069 (4) (2014). 査読
有. doi: 10.7566/JPSCP.1.012069

[7] D.Seki, Y.Hamamoto and Y.Hatsugai,
“Characterization of Dimers in Graphene
Flakes”, JPS Conf. Proc., 012068 (4)
(2014). 査読有.
doi: 10.7566/JPSCP.1.012068

[8] T.Kariyado and Y.Hatsugai,
“Emergence of Topologically Stable Dirac
Dispersions in a Fermionic
Shastry-Sutherland Model”, JPS Conf.
Proc., 012001 (4) (2014). 査読有. doi:
10.7566/JPSCP.1.012001

[9] H.Aoki and Y.Hatsugai,

“Polarization as a topological quantum number in graphene”, Phys. Rev. B, 045206 (6) (2014). 査読有.

doi:10.1103/PhysRevB.90.045206

[10] T.Kariyado and Y.Hatsugai, “Fractionally Quantized Berry Phase, Adiabatic Continuation, and Edge States”, Phys. Rev. B, 085132 (6) (2014). 査読有.
doi: 10.1103/PhysRevB.90.085132

[11] Y.Yoshimura, K.-I.Imura, T.Fukui and Y.Hatsugai, “Characterizing weak topological properties: Berry phase point of view”, Phys. Rev. B, 155443 (13) (2014). 査読有. [http:](http://)

doi:10.1103/PhysRevB.90.155443

[12] T.Fukui, K.-I.Imura and Y.Hatsugai, “Symmetry protected weak topological phases in a superlattice”, Journal of the Physical Society of Japan, 073708 (4) (2013). 査読有.

doi: 10.7566/JPSJ.82.073708

[13] T.Kawarabayashi Y.Hatsugai and H.Aoki “Stability of zero-mode Landau levels in bilayer graphene against disorder in the presence of the trigonal warping”, Journal of Physics: Conference Series, 012020 (4) (2013). 査読有.

doi: 10.1088/1742-6596/456/1/012013

[14] Y.Hamamoto, Y.Hatsugai, T.Kawarabayashi and H.Aoki “Chiral Symmetry and Many-Body Effect in Multilayer Graphene”, Journal of Physics: Conference Series, 012013 (6) (2013). 査読有.

doi: 10.1088/1742-6596/456/1/012013

[15] Y.Hamamoto, T.Kawarabayashi, H.Aoki and Y.Hatsugai “Spin-resolved chiral condensate as a spin-unpolarized $\nu=0$ quantum Hall state in graphene”, Phys.

Rev. B, 195141 (6) (2013). 査読有. doi: 10.1103/PhysRevB.88.195141

[16] T.Kariyado and Y.Hatsugai, “Symmetry Protected Quantization and Bulk-Edge Correspondence of Massless Dirac Fermions: Application to Fermionic Shastry-Sutherland Model”, Phys. Rev. B, 245126 (7) (2013). 査読有.

doi:10.1103/PhysRevB.88.245126

[17] T.Kawarabayashi, T.Honda, H.Aoki and Y.Hatsugai, “Chiral symmetry and fermion doubling in the zero-mode Landau levels of massless Dirac fermions with disorder”, AIP Conf. Proc., 283 (2) (2013). 査読有. doi: 10.1063/1.4848396

〔学会発表〕(計10件)

[1] 福井隆裕、初貝安弘「エンタングルメント・チャーン数の提案と応用」日本物理学会第70回年次大会2015年3月24日、早稲田大学、東京

[2] (招待講演) Y.Hatsugai, “Symmetry in topological phases: Quantization and entanglement Chern numbers”, Trends in Theory of Correlated Materials 2014 (TTCM2014), Oct.5-8 (2014) Aoyama, Tokyo, JAPAN

[3] 初貝安弘「BdG方程式のトポロジカルな構造」日本物理学会2014年秋季大会2014年9月9日、中部大学、愛知県春日井市

[4] (招待講演) Y.Hatsugai, “Symmetry protection and Berry connections in condensed matter systems”, Geometric Aspects of Quantum States in Condensed Matter, IIP, August 27 (2014), Natal, Brazil.

[5] (招待講演) Y.Hatsugai, “Geometric aspects of graphene: chiral symmetry and polarization”, Geometric Aspects of

Quantum States in Condensed Matter, IIP ,
August 26 (2014) Natal, Brazil.

[6] (招待講演) Y.Hatsugai, “ Bulk-edge
correspondence: variety and
universality ”, Topology in the New
Frontiers of Materials Science, April 1
(2014) Namiki, Ibaraki, JAPAN.

[7] (招待講演) Y.Hatsugai,
“ Universality & variety of edge states in
graphene & silicene ”, GENIDE-CNMM-TIMS
Joint Symposium on Interdisciplinary
Nano-Science and Technology, Jan. 5
(2014) Hsinchu, TAIWAN.

[8] (招待講演) Y.Hatsugai, “ グラフェン
のディラックコーンとゼロエネルギー局在
状態 ”, グラフェンナノデバイスの新しい
展開, 11月11日 (2013) AIST, Tsukuba,
Ibaraki, JAPAN.

[9] (招待講演) Y.Hatsugai, “ Symmetry
protection and strong correlation in
graphene with bulk-edge correspondence ”,
Trends in Theory of Correlated Materials
2013 (TTCM2013), Oct.2 (2013) Lausanne,
Switzerland

[10] (招待講演) Y.Hatsugai, “ Symmetry,
Berry connection and Bulk-edge
correspondence ”, Emergent Quantum
Phases in Condensed Matter, June 5 (2013)
Kashiwa, JAPAN.

〔図書〕(計1件)

Y.Hatsugai and H.Aoki, “ Graphene:
Topological Properties, Chiral Symmetry
and Their Manipulation ”, p213-250, in
Physics of Graphene, Springer (2014)

〔その他〕

ホームページ等

<http://rhodia.ph.tsukuba.ac.jp/~hatsugai>

http://rhodia.ph.tsukuba.ac.jp/~hatsugai/modules/pico/?ml_lang=en

6 . 研究組織

(1)研究代表者

初貝 安弘 (HATSUGAI, Yasuhiro)

筑波大学・数理物質系・教授

研究者番号 80218495