様　式　C－１９、F－１９、Z－１９　(共通)

科研費
KAKENHI

科学研究費助成事業　　研究成果報告書

平成 ２７ 年　 ６ 月 １４ 日現在

機関番号：１５４０１
研究種目：挑戦的萌芽研究
研究期間：2013～2014
課題番号：２５６３０１６２
研究課題名（和文）非局所的回路理論

研究課題名（英文）Nonlocal circuit theory

研究代表者
天川　修平（Amakawa, Shuhei）

広島大学・先端物質科学研究科・准教授

研究者番号：４０４３１９９４
交付決定額（研究期間全体）：（直接経費）　　3,100,000円

研究成果の概要（和文）：Fractional-order回路素子のわかりやすい表現を検討した．伝送線路のモデルのようにはしご状に回路素子が連ねて表現すると簡潔で，かつ非整数階微積分の非局所性のイメージともあう．ある種の無限回路の応答はフィードバックを使って表せることから，フィードバック回路の理論についても考察した．2ポート回路を4ポートのフィードバック回路網に埋め込んで出来る回路の性質や設計の基本的な考え方を明らかにした．CMOS伝送線路はミリ波で特異な周波数応答を示し，それが正しい測定結果なのか判断できない報告がこれまで多かった．本研究では，試料設計を適切に行うことで，異常な特性が出なくなることを示した．

研究成果の概要（英文）：Equivalent circuit representations of fractional-order circuit elements are considered. A ladder circuit representation similar to the transmission line model seems most appealing for its compactness and distributed and therefore nonlocal look. The response of certain distributed circuits can be reproduce by feedback circuits. We therefore looked at the theory of feedback circuits. Theory of transforming a 2-port by embedding it in a 4-port feedback network is established. Transmission lines show fractional-order response at high frequencies. CMOS transmission lines were reported to exhibit strange behavior at millimeter-wave frequencies. Whether such measurement results were real or some artifact wasn’t known. We demonstrated that by properly designing measurement samples, well-behaved characteristics are obtained.

研究分野：集積回路

キーワード：回路理論　伝送線路　高周波測定

１．研究開始当初の背景

表１に示すのは、現在の回路理論で知られている線形基本回路素子のインピーダンスの周波数依存性である．これらのいずれとも異なり，インピーダンスが $(j\omega)^{\alpha}$（αは実数）に比例するような「素子」が生体系等で以前からいろいろ見つかっている．このような素子は fractional-order 回路素子やフラクタンス・デバイスなどと呼ばれ，特異な周波数特性やメモリー効果を持ち，回路応用も検討されている．その数学的基礎は非整数階微積分学（fractional calculus）によって与えられる．

表１　線形基本回路素子の周波数依存性.

素子グループ	インピーダンスの周波数依存性
抵抗器	$\cdots, (j\omega)^{-4}, (j\omega)^{0}, (j\omega)^{4}, \cdots$
インダクタ	$\cdots, (j\omega)^{-3}, (j\omega)^{1}, (j\omega)^{5}, \cdots$
キャパシタ	$\cdots, (j\omega)^{-5}, (j\omega)^{-1}, (j\omega)^{3}, \cdots$
負性抵抗器	$\cdots, (j\omega)^{-2}, (j\omega)^{2}, (j\omega)^{6}, \cdots$

２．研究の目的

Fractional-order 回路素子が実験で見出され，また理論面でも発展を見せている．しかし，潜在的有用性はさておき，これらは「回路素子」としては非常にイメージしにくい，本研究では，「fractional-order 回路と分布定数回路は同じ物の違う側面である」との考えにもとづき回路理論を再整理し，この種の回路素子に物理的描像を与え，回路理論における位置づけを明らかにする．その結果，システム記述言語としての回路理論の表現力，そしてそれを利用した思考の自由度が増し，デバイスや種々のシステムのモデリングや新奇回路の発見・設計が容易になると期待される．また，理論的基礎を与える数学（非整数階微積分学）の定義が複数ある現状に対し，どれがもっとも適切かについて，実験から示唆を得る可能性について検討する．

３．研究の方法

(1) Fractional-order 回路素子と分布定数回路素子のケーススタディ

分布定数回路とは無限個の基本回路素子から構成される回路である．そのうちで，ひとかたまりに「素子」とみなしうるものを分布定数回路素子と呼ぶ．Fractional-order 回路素子と分布定数回路素子の具体例をいくつか取り上げ，両方の観点から考察する．これを通して，いくつかの fractional-order 素子に対してはわかりやすい分布定数回路の描像を対応づけられるはずである．Fractional-order 素子は，生体系のような exotic な系のモデル化や回路応用の文脈で論じられることが多い．また，作る場合にはフラクタル様構造を作製したりする．そして，特徴として特異な周波数特性やメモリー効果などが強調される．だが，分布定数回路だと思って考えると，実はシリコン集積回路のような普通の系にも fractional-order 素子がみられることに気づく．たとえば伝送線路がこれに該当する．MOSFET も周波数が高くなるとそのような応答を示す (non-quasi-static 効果)．以下では，一例として伝送線路の着眼点ついて述べる．

伝送線路の入力インピーダンス Z_{in}（図１）は角周波数 ω の無理関数である．高い周波数では Z_{in} の偏角はほぼ一定なので，これは fractional-order 素子である constant-phase element の一種ともいえる．伝送線路は実に興味深い系である。伝送線路の方程式を立てる際は, まず長手方向の微小区間Δx を考え，Δx→0 として微分方程式を導出する. しかし，この区間内では導線間でもキルヒホッフの法則が成り立つとするわけだから, Δx は内部に複雑な微細構造を内包できるマクロな寸法にとどまる．つまり，長さ Δx の区間自体が fractional-order 回路素子を含み得て，その微小区間が非常に多数つらなって伝送線路になる，という二重構造になっている．

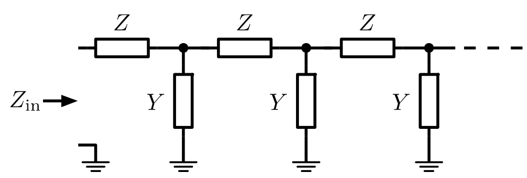

図 1　伝送線路のモデルと入力インピーダンス

CMOS 集積回路プロセスで作成した伝送線路は，ミリ波帯で特異な周波数特性を示すことが報告されており，我々もそのような測定結果を得ている．これが新種の回路素子応答とみなしうるものなのか，あるいは測定がうまくいっていないから出てきた結果なのか，判断をしかねる．理論と実験の両面からこれに関して考察をおこなう．

(2)非整数階微積分の定義としてどれが適切かに関する考案

非整数階微積分の定義には複数あり，定義次第で微妙に違う結果が導き出される．非整数階微積分学の応用に関する論文では，特に明確な理由は示さずに適当な定義を採用して進めているものが多い．非整数階微積分を単なる数学的ツールとして利用するのであれば，都合に合わせて適当な定義を採用すればいい．だが，物理的な系の記述に用いるのなら，どの定義を採用すべきかは，実験結果を見て決めるべきであろう．これに関して回路関係の実験から示唆を得る可能性について考察する．量子物理学において，状況次第でどの定義を使うといいかが変わるといった報告があるので，これも参考にする．

４．研究成果

(1) Fractional-order 回路素子と分布定数回路素子の表現

Fractional-order 回路素子の等価回路表現として，RC 直列ブランチを多数並列に接続した表現や，次々と枝分かれして広がっていくフラクタル様の表現が知られている．後者を変形すると，図 1 と同じトポロジーの回路網にできる．この表現は無限性が明確であると同時に簡潔さに優れると思われる．
無限の遅延素子を並べたような回路等，ある種の無限回路はフィードバック構成で簡潔に表現できる．そこで，関連する試みとして，フィードバック回路の理論についても考察した．図 2 のように 2-port 回路網を 4-port のフィードバックネットワークに埋め込んだときに出来上がる回路の性質（利得，安定性）やフィードバックアンプの設計の基本的な考え方を明らかにすることができた．$\lambda = S_{12}/S_{21}$ なる複素数を考えると，図 3 に示すように λ 平面上に等利得円弧や等 K（安定係数）曲線を描くことができ，この図を設計チャートとして利用できる．この理論から，ある K 値を要求した時に無損失可逆フィードバックで実現できる利得の上限値も導出できた（図 4）．

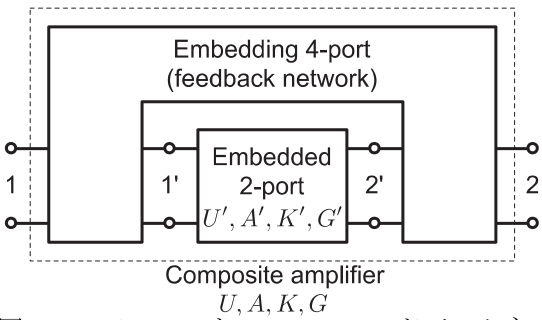

図 2　コア 2-port を 4-port フィードバックネットワークに埋め込んで出来上がる 2-port の特性を考察．

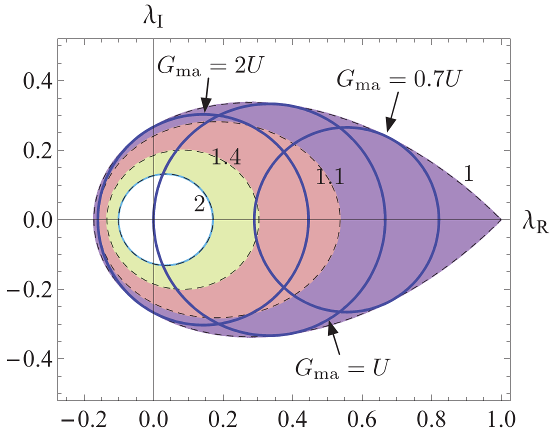

図 3　フィードバック 2-port（アンプ）の設計チャート．等ゲイン円弧と等安定係数曲線が示してある．

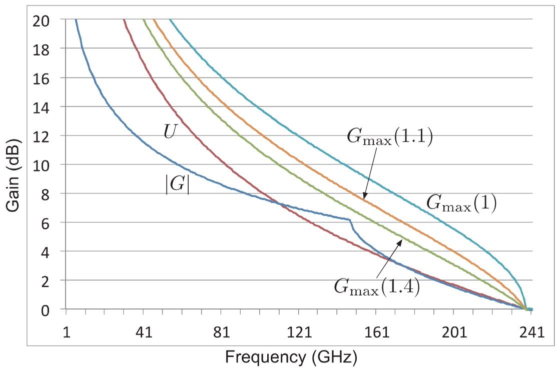

図 4　f_{max}=237 GHz の MOSFET の各種利得．K 値を決めた時に実現できる最大利得が $G_{max}(K)$．

(2) CMOS 伝送線路の高周波特性評価
実験的に fractional-order の応答を測定するための候補となる系として，CMOS 集積回路上の伝送線路を当初より想定していた．CMOS 伝送線路のミリ波での測定結果（特に減衰定数）が特異な特性を示すケースが多数報告されている．我々も 100 GHz 超で減衰定数が特異な挙動を示すことを把握していた．たとえば図 5 の IV のような単調増加にならない挙動である．しかし，ミリ波帯では誘電体の材料定数の周波数依存性も不明なため，こうした測定結果が正しく，新種の回路素子とみなしうるのか，あるいは測定がうまくいっていないだけなのかわからなかった．理論的考察から，このような結果が測定上の問題により生じていると仮定し，そのような問題を回避できると予想される測定試料の設計をおこなった（表 2）. その結果，図 5 の I のような素直な特性を得ることができた．IV や III のような暴れた特性は誘電体の物性の反映というよりは，artifact と考えられる．減衰定数の周波数特性は，伝送線路の特性インピーダンスの推定やデバイスの de-embedding にも使うので，測定技術としても重要な知見と言える．

表 2　Multiline TRL による伝送線路評価に使った伝送線路セット．

Line set	I	II	III	IV
Line length				
0 μm	○	○	○	○
400 μm	○	○	○	○
700 μm	○	○	○	○
2000 μm	○	○	○	
3800 μm	○	○		
8000 μm	○			
$\Delta\ell_{max}$ (μm)	8000	3800	2000	700
$f_{min} = f_{\Delta\ell_{max}=\lambda/20}$ (GHz)	1.0	2.1	4.0	11
$f_{\Delta\ell_{max}=\lambda/4}$ (GHz)	5.0	11	20	57
$\Delta\ell_{max}/(\lambda/4)$ @300 GHz	60	28	15	5.2

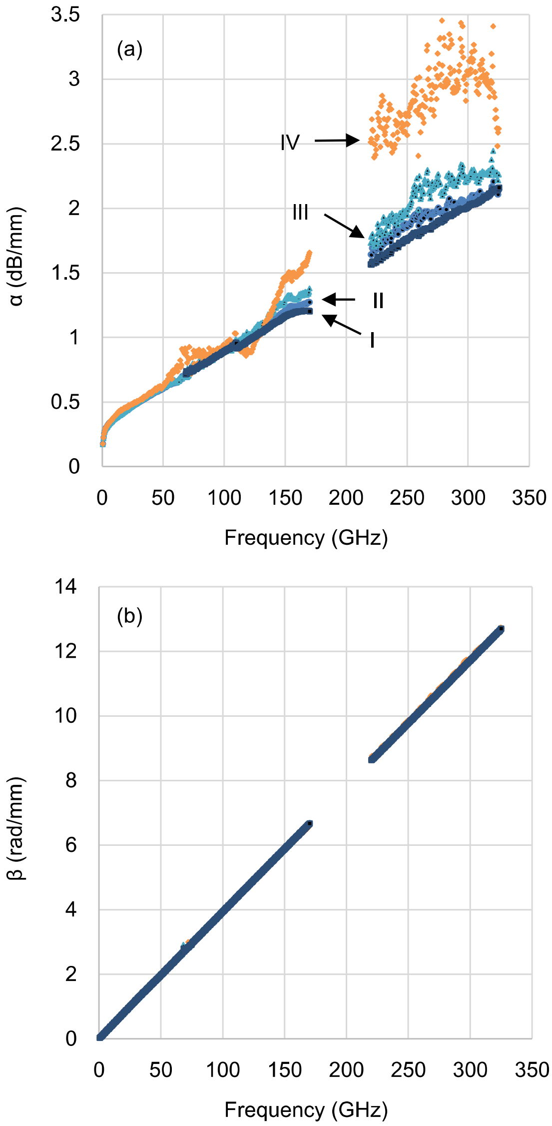

図 5　CMOS 伝送線路の減衰定数と位相定数の周波数依存性の例. 位相定数は I から IV までがほぼ一致して重なっている.

(3) 非整数階微積分の定義に関する考察
非整数階微積分の定義はかなりたくさんある. 純粋に数学的な話としては, まず適当な定義を決め, そこから何が言えるか議論するのはかまわないし矛盾も出ない. しかし, 実験と対応がつけられる文脈では, どの定義を採用するかによって実験と合う・合わないが決まってくると予想される. 回路応用上はどの定義が適切なのか実験的に検証できるのか検討した. 定義が複数ある問題を論じた文献として, [1]と[2]がある. [1]は, 定義は唯一であるべきで, Gruenwald-Letnikov の定義が最も妥当であるとする立場をとる. [2]は, 状況次第で適切な定義を選ぶと（理由はあまり明確でないながらも）実験をうまく説明できるとする立場をとる. 現状, この分野の論文にはかなりの混乱がみられる. Fractional-order 回路素子関係の文献は, Riemann-Liouville の定義に言及しているものが多いが, 実際の計算には（Riemann-Liouville と等価な式であるとして）Gruenwald-Letnikov の定義を使っているものが多い. Fractional-order 素子を等価回路に置き換えてしまったら, 通常の回路シミュレーションができ, これは Gruenwald-Letnikov の定義で説明できる. 基本的にラプラス領域ではどの定義でも差は出ず, 時間領域での（回路系の）実験は Gruenwald-Letnikov の定義で説明されるものと現時点では考えている. 非整数階微積分の演算の対象となる関数の性質が非整数階微積分の定義に入り込むべきではないとする Ortigueira の議論には説得力があり, 基本的に正しいものと思っている.
しかし, Riemann の定義がボーズ粒子系の実験をうまく説明し, Caputo の定義がフェルミ粒子系の実験をうまく説明するといった報告もある[2]. これがどういうことなのか, また, 回路系でも対応する状況がありうるのかはまだわからない. この分野はまだ謎が多い.

参考文献

[1] M. D. Ortigueira, *Fractional Calculus for Scientists and Engineers*, Springer, 2011.
[2] R. Herrmann, Fractional Calculus: An Introduction for Physicists, 2nd edition, World Scientific, 2014.

５．主な発表論文等
〔学会発表〕（計４件）
(1) S. Amakawa, K. Katayama, K. Takano, T. Yoshida, and M. Fujishima, "On-wafer transmission line measurement above 100 GHz," Thailand-Japan Microwave, 2014 年 11 月 27 日, バンコク（タイ）.
(2) S. Amakawa, "Theory of gain and stability of small-signal amplifiers with lossless reciprocal feedback," Asia-Pacific Microwave Conference, 2014 年 11 月 7 日, 仙台国際センター（宮城県・仙台市）.
(3) 天川修平,「半導体, 電子デバイス, 配線を回路理論の立場から学び直してみる」, LSI とシステムのワークショップ, 2014 年 5 月 26 日, 北九州国際会議場（福岡県・北九州市）.
(4) S. Amakawa, A. Orii, K. Katayama, K. Takano, M. Motoyoshi, T. Yoshida, and M. Fujishima, "Design of well-behaved low-loss millimetre-wave CMOS transmission lines," 18th IEEE Workshop on Signal and Power Integrity, 2014 年 5 月 12 日, ゲント（ベルギー）.

６．研究組織
(1)研究代表者

天川　修平（AMAKAWA SHUHEI）
広島大学・大学院先端物質科学研究科・准

教授
　研究者番号：４０４３１９９４