

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 5 月 15 日現在

機関番号：17102

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2013～2014

課題番号：25730006

研究課題名(和文) 先進的安定マッチング問題の離散構造に関する研究

研究課題名(英文) A Study on Discrete Structures of Advanced Stable Matching Problems

研究代表者

神山 直之 (KAMIYAMA, Naoyuki)

九州大学・マス・フォア・インダストリ研究所・准教授

研究者番号：10548134

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 1,800,000円

研究成果の概要(和文)：本研究課題では、先進的な安定マッチング問題の研究を行い、以下のような成果を得た。(1) パレート安定マッチング問題に対して、多対多のマッチング市場において、GaleとShapleyの安定マッチング問題に対するアルゴリズムの拡張と見なすことのできるアルゴリズムを提案した。(2) 下限を持つマッチング問題に対して、MonteとTumennasanによって提案されたメカニズムが、さらに一般的な状況に対しても適用可能であることを示した。(3) 最適選好マッチング問題に対して、容量制約がマトロイド制約に一般化された問題を扱い、選好に同順が含まれない場合は多項式時間で解くことができることを示した。

研究成果の概要(英文)：In this research, we considered advanced stable matching problems, such as the Pareto stable matching problem, a matching problem with lower quotas, the popular matching problem. Our contribution can be summarized as follows. (1) For the Pareto stable matching problem, we proposed a new approach that is different from the algorithm of Chen. Our algorithm can be regarded as an extension of the algorithm Gale and Shapley for the stable matching problem. (2) For a matching problem with lower quotas, we proved that the mechanism proposed by Monte and Tumennasan can be extended to a more general setting. (3) For the popular matching problem, we introduced a matroid generalization of the popular matching problem, and proved that if there exists no tie in preference lists, then we can solve this problem in polynomial time by extending the algorithm of Abraham et al. for the popular matching problem.

研究分野：離散最適化

キーワード：安定マッチング マトロイド

1. 研究開始当初の背景

異なる2つの集団間の質のよいマッチングを求める問題は、現実社会のあらゆる場面で生じる。例えば、大学における学生の研究室への配属を決定する問題などが1つの例である。このようマッチング問題において問題となるのは、各々の参加者が独自の選好を持っているという点であろう。例えば、学生ならば研究室の研究内容によって配属の希望順が決定されるであろう。

選好を持つ参加者が存在する状況でのマッチング問題の数理モデルとして、最も中心的なものが1962年にGaleとShapleyによって提案された安定マッチング問題である。大雑把にこの問題を説明するならば、各点が接続する辺に対して選好順序を持っている二部グラフにおいて、与えられた選好順序に関して数学的に定義された「安定性」を満たすマッチングを求める問題である。この問題は、現実問題への応用可能性の高さのみならず、理論的に豊かな構造を持つため、経済学・計算機科学・数学といった様々な方向から研究されてきた。

長年研究が続けられてきた安定マッチング問題であるが、今なお現実社会からの新たな要請により、その研究課題は広がりを見せ続けている。例えば、割当人数の偏りを解決するための割当人数の下限の導入などがその1つの例である。これらの現実問題を扱うことの出来る数理モデルを開発・研究することは、応用的な効用のみならず、理論的にもこれまでの理論の発展および新たな理論的枠組みの開発など、その学術的意味も大きい。このような先進的な安定マッチング問題に対する研究は進められているが、多くの課題が残されており、更なる研究が必要とされている。

2. 研究の目的

本研究の中心的な課題は上記の「背景」でも述べたような、今なお発展を続ける先進的な安定マッチング問題に対して、マトロイドや劣モジュラ関数といった抽象概念や数理計画法といった離散最適化の理論を用いて、問題の離散構造を明らかにすることである。さらに、得られた離散構造に関する知識を用いて、これらの先進的な安定マッチング問題に対する高品質なアルゴリズムの開発、そして更なる理論的・応用的な展開を生み出すことを目的とする。

具体的には、

- ・パレート安定マッチング問題
- ・下限を持つマッチング問題
- ・最適選好マッチング問題

といった先進的な安定マッチング問題に対する、離散構造の解明を通じた高品質なアルゴリズムの開発を目指す。

3. 研究の方法

本研究の具体的な方法としては、上記の「目的」での挙げたものを中心とする先進的な安定マッチング問題を主な研究対象として、離散最適化からのアプローチによる、問題の新たな離散構造の発見、およびそれらを用いた高品質なアルゴリズムの開発を目指す。

全体的な研究の方法としては、安定マッチング問題そのもののみを扱うのではなく、更に広く関係する離散最適化における抽象概念、例えばマトロイドや劣モジュラ関数、そして離散凸解析といった理論に関する知識を習得し、これまであまり意識されてこなかった視点から安定マッチング問題を眺めることにより、課題の解決およびこの分野における新たな展開を目指す。

4. 研究成果

本研究においては、「目的」でも挙げた

- ・パレート安定マッチング問題
- ・下限を持つマッチング問題
- ・最適選好マッチング問題

の3つの先進的な安定マッチング問題に対して、以下の成果を得ることができた。

(1) 多対多のマッチング市場におけるパレート安定マッチング問題に対する新たなアルゴリズムの提案：

参加者の選考順序に同順を許す安定マッチング問題においては、その同順を適当に解消することにより安定なマッチングが得られることが知られている。しかし、そのようにして得られたマッチングがパレート効率性を満たすとは限らないことも知られている。そこで、安定かつパレート効率性を満たすマッチングの存在性の証明、およびそのようなマッチングを発見するアルゴリズムの開発が問題となる。

まず、一対一もしくは一対多のマッチング市場に対しては、ErdilとErginによって安定かつパレート効率性を満たすマッチングが常に存在することを示され、さらにそのようなマッチングを求める多項式時間のアルゴリズムが提案された。その後、Chenによって多対多のマッチング市場においても同様に安定かつパレート効率性を満たすマッチングが存在し、そのようなマッチングを多項式時間で求めることができることが示された。

本成果においては、この多対多のマッチング市場における安定かつパレート効率性を満たすマッチングを求める問題に対して、Chenとは異なった、GaleとShapleyの安定マッチング問題に対するアルゴリズムの拡張と見なすことのできるアルゴリズムを提案した。このアルゴリズムは多対多のマッチング市場における安定かつパレート効率性

を満たすマッチングの存在性の別証明にもなっている。

この成果に関する論文は、学術論文誌に採録され、さらに国際会議における発表も行った。

(2) 下限を持つマッチング問題に対するプロジェクト閉鎖付き順次独裁メカニズムの拡張：

本成果では一対多のマッチング問題における、片方の集団の参加者にのみ選考が与えられているマッチング問題を扱った。さらに、選好を持たない集団の参加者に対しては割当人数の上限と下限が与えられており、選好を持たない参加者は割当人数がこの下限以上となるかもしくは、全く受け入れない、いずれかを満たす制約が加えられている状況を考える。あるプロジェクトを開催するための必要最低限の参加人数が設定されているような状況が例として考えられる。

このようなマッチング問題に対して、Monte と Tumennasan は、よく知られた順次独裁メカニズムを拡張することにより、全ての参加者が相手の全ての集団に許容される場合に対して、戦略的操作不可能性とパレート効率性を満たすメカニズムを構築することに成功した。

本成果においては、Monte と Tumennasan が扱った問題を更に抽象的な状況で考え、この抽象的な状況においても Monte と Tumennasan のメカニズムを自然に拡張できることを示した。

この成果に関する論文は、学術論文誌に採録され、さらに国内研究会において発表も行った。

(3) 最適選好マッチング問題のマトロイドを用いた拡張：

(2)の成果と同様、この成果においても一対多のマッチング問題における、片方の集団の参加者にのみ選考が与えられる最適選好マッチング問題を扱った。あるマッチングが最適選好であるとは、大雑把に説明するならば、他のどのマッチングに対しても選好を持つ集団による多数決で負けないことを意味する。最適選好マッチングは常に存在するとは限らないことが Abraham 等によって示されており、その存在性の判定および発見が問題となる。

まず、一対一の場合に対しては、Abraham 等によってこの問題が多項式時間で解けることが示され、さらに一対多の場合に関しても Manlove と Sng によって多項式時間で解くことができることが示された。

本成果では上記の既存研究における容量制約をマトロイド制約へ拡張した問題を提案し、この問題がもし選好に同順が含まれなければ多項式時間で解くことができることを示した。

この成果に関する論文は、査読付き国際会

議に採録され、さらに国内研究会における発表を行った。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計3件)

(1) Naoyuki Kamiyama:

The Popular Matching and Condensation Problems under Matroid Constraints, Proc. 8th Annual International Conference on Combinatorial Optimization and Applications, LNCS 8881, pp.713-728, 2014, DOI: 10.1007/978-3-319-12691-3_53 査読有り

(2) Naoyuki Kamiyama:

A New Approach to the Pareto Stable Matching Problem, Mathematics of Operations Research, Vol.39, No.3, pp.851-862, 2014, DOI: 10.1287/moor.2013.0627 査読有り

(3) Naoyuki Kamiyama:

A Note on the Serial Dictatorship with Project Closures, Operations Research Letters, Vol.41, pp.559-561, 2013, DOI: 10.1016/j.orl.2013.07.006 査読有り

[学会発表](計5件)

(1) Naoyuki Kamiyama:

The Popular Matching and Condensation Problems under Matroid Constraints, 8th Annual International Conference on Combinatorial Optimization and Applications, 2014年12月19日, Hawaii (米国)

(2) 神山 直之:

マトロイド制約付き最適選好マッチング問題, 日本オペレーションズ・リサーチ学会「最適化の理論と応用」研究部会, 2014年4月19日, 東京大学(東京都・文京区)

(3) 神山 直之:

安定マッチング問題に対するマトロイド的手法, ゲーム理論ワークショップ, 2014年3月3日, 東京工業大学(東京都・目黒区)

(4) 神山 直之:

プロジェクト閉鎖付き順次独裁メカニズムの拡張に関する研究, 電子情報通信学会コンピュータセッション研究会, 2014年12月20日,

沖縄産業支援センター(沖縄県・那覇市)

(5) Naoyuki Kamiyama:

A New Approach to the Pareto Stable
Matching Problem,
8th Japanese-Hungarian Symposium on
Discrete Mathematics and Its
Applications,
2013年6月5日,
Veszprem(洪国)

6. 研究組織

(1) 研究代表者

神山 直之 (KAMIYAMA, Naoyuki)

九州大学・マス・フォア・インダストリ

研究所・准教授

研究者番号：10548134