

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 29 年 6 月 2 日現在

機関番号：15401

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2013～2016

課題番号：25780153

研究課題名(和文) モーメント条件が多いときのGMM推定における過剰識別制約検定の改善

研究課題名(英文) Improved Over-identifying restriction test in GMM with many moment conditions

研究代表者

早川 和彦 (Hayakawa, Kazuhiko)

広島大学・社会科学部研究科・准教授

研究者番号：00508161

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,200,000円

研究成果の概要(和文)：本研究ではモーメント条件が多い場合のGMM推定における過剰識別制約検定の改善を考察した。特に、先行研究ではほとんど考察されなかったウェイト行列に注目し、2つの新しいアプローチを提案した。1つはブロック対角ウェイト行列を使う方法であり、もう1つは最適ウェイト行列の主成分を使う方法である。この2つの種類のウェイト行列を用いて新しい過剰識別制約検定を提案し、その漸近的特性を導いた。動学的パネルモデルの枠組みでモンテカルロ実験を行い、この2つの検定のパフォーマンスを比較したところ、ブロック対角行列を使ったほうが主成分を使った場合よりも検定力が高いことがわかった。

研究成果の概要(英文)：In this project, I discussed how to improve the performance of the over-identifying restriction test in GMM when many moment conditions are available. Two new approaches are proposed. The first is to use a block diagonal weighting matrix, and the second is to use the principal components of the optimal weighting matrix. Using these two alternative weighting matrices, I proposed two new tests, and derived their asymptotic properties. I carried out Monte Carlo simulation in the context of dynamic panel data models and it is found that the test with a block diagonal weighting matrix is more powerful than that based on the principal components of the optimal weighting matrix.

研究分野：計量経済学

キーワード：一般化モーメント法 過剰識別検定 パネルデータ 共分散構造分析

## 1. 研究開始当初の背景

一般化モーメント法(GMM)推定量は計量経済学で最もよく使われている推定量の1つである。実際、マクロ経済学・労働経済学・ファイナンス等、あらゆる分野の実証研究でGMM推定量は用いられている。GMM推定量はモーメント条件の設定から出発するが、そのモーメント条件が適切であるかどうかで、GMM推定量が一致性を持つかどうかが変わってくる。したがって、モーメント条件が適切であるかどうかをチェックする過剰識別制約検定(以下 J 検定と呼ぶ)は非常に重要な予備検定である。しかしながら、多くの先行研究は J 検定のパフォーマンスの悪さを報告しており、望ましい性質を持つ代替的な検定も提案されていない。そこで、本研究では、既存の研究でほとんど注目されてこなかった、ウェイト行列の役割に注目し、ウェイト行列の推定を改善することで優れた有限標本特性を持つ代替的な J 検定を提案する。

## 2. 研究の目的

本研究では、(1)パネルデータモデル、(2)所得過程の共分散構造モデルの GMM 推定における J 検定のパフォーマンスを改善することが主な目的である。これらの2つのモデルに共通するのは、利用可能なモーメント条件が多くあるということである。以下、順に詳しく説明していく。

### (1) パネルデータモデル

パネルデータモデルにおける GMM 推定の特徴的な点は、操作変数として過去の値を使うことができるという点である。具体的な例として動学的パネルモデルを考える。実証分析で頻繁に利用される Arellano and Bond (1991)が提案しているモーメント条件は、一階階差を取ったモデルに対して、過去の変数を操作変数として使うことで得られる。したがって、パネルデータの時間の長さ  $T$  が大きくなればなるほどモーメント条件の数は増えていく。例えば、単純なパネル AR(1)モデルの場合、モーメント条件の数は  $T(T-1)/2$  個であり、 $T=10$  の場合でも、モーメント条件の数は 45 個となる。もし、モデルの  $K$  個の説明変数がすべて先決変数であった場合、モーメント条件の数は  $KT(T-1)/2$  となり、モーメント条件の数は非常に大きくなる。モーメント条件が多いときのパネルデータモデルの GMM 推定量の有限標本特性をモンテカルロ実験で調べた論文として Ziliak (1997)、Bowsher (2002)、Roodman (2009)等がある。Ziliak (1997)、Roodman (2009)はモーメント条件の数を変えると推定値も大きく変化することを実際のデータを使って示している。

Bowsher (2002)はモーメント条件が多くなったときの J 検定のパフォーマンスを調べており、モーメント条件の数が増えるにつれてサイズの歪みが著しく大きくなることを示している。

### (2) 所得過程の共分散構造モデル

Abowd and Card (1989)の研究以降、パネルデータを用いた所得過程の共分散構造分析が様々な国で行われている。例えば、阿部・稲倉(2007)は日本の家計パネルデータを用いた分析を行っている。共分散構造分析の手順を簡単に説明する。一般的に、共分散構造分析では、理論モデルから導かれた共分散行列と、データから得られた標本共分散行列の距離が最小になるようにパラメータを推定する。その距離の測り方によって、最尤法や最小距離(minimum distance, MD)法が導かれるが、所得過程の共分散構造分析では、通常、MD 推定量が使われている。そして、MD 推定量は GMM 推定量の特殊ケースとして見なすことができるため、過剰識別制約検定を行うことが可能である。共分散構造分析では、理論モデルから導かれた共分散行列と標本共分散行列の差をモーメント条件とするため、モーメント条件の数は  $T(T+1)/2$  個となる。したがって、 $T$  がそれほど大きくない場合でも次元が非常に大きくなる。例えば、Abowd and Card (1989)では 210 個、阿部・稲倉(2007)では 153 個のモーメント条件を用いている。高次元の共分散行列を用いると MD 推定量や J 検定に深刻な問題を引き起こす可能性があるという点は様々な論文で指摘されている。例えば、Hryshko(2012)はモンテカルロ実験で J 検定のサイズの歪みが著しく大きいことを報告している。

以上のように、J 検定のパフォーマンスが悪くなるということは、様々なところで報告されているが、優れたパフォーマンスを持つ代替的な J 検定は先行研究では提案されていない。本研究の目的は、上記2つのモデルにおいて、優れた有限標本特性を持つ新しい J 検定を提案することである。

## 3. 研究の方法

モーメント条件が多い時の GMM 推定における J 検定のパフォーマンスの悪さの原因として2つの要因が考えられる。1つ目は、GMM 推定量のバイアスから起因するモーメント条件のバイアスである。モーメント条件が多いとき、2ステップ GMM 推定量のバイアスが大きくなるため、推定されたモーメント条件も大きいバイアスを持つと考えられる。2つ目は最適ウェイト行列の推定精度の低さであ

る。一般的に次元が大きくなるにつれて共分散行列の推定精度が低くなることが知られている。本研究では2つ目の要因であるウェイト行列の推定を改善することで、J検定の改善を試みる。具体的には、新しい方法として、ブロック対角行列を使う方法とウェイト行列の主成分を用いる方法の2つを提案する。そして、これらの方法を使った場合と、統計学の分野で提案されている様々な高次元の共分散行列の推定方法を使った場合のJ検定のパフォーマンスをモンテカルロ実験で比較する。

(方法1) ブロック対角行列アプローチ  
多変量解析の結果から、標本共分散行列の逆行列のバイアスは行列の次元  $m$  と標本サイズ  $N$  の相対的な大きさに依存するということがわかっており、 $m$  が  $N$  に近くなればなるほどバイアスが大きくなるという性質がある。したがって、モーメント条件の数(したがって、最適ウェイト行列の次元)が標本サイズに比べて相対的に大きい場合、最適ウェイト行列のバイアスは非常に大きくなってしまふ。この問題を解決する方法として、ブロック対角行列をウェイト行列に使う方法を考える。ブロック対角行列の逆行列は各ブロックの逆行列になるため、共分散行列の次元  $m$  自体が大きい場合でも、各ブロックの次元を小さくすることで、バイアスを小さくすることができる。と期待できる。

一方、一般的にブロック対角なウェイト行列はモーメント条件の共分散行列ではないため、ブロック対角ウェイト行列を使ったJ検定の漸近分布は標準的なカイ2乗分布ではなく非標準的な分布に従うと考えられる。そのため、ブロック対角ウェイト行列を使った場合のJ検定の漸近分布を導出する必要がある。

ところで、ブロック対角ウェイト行列を使うとき、ブロックの数と各ブロックの次元をどのように選ぶのかという問題が生じる。パネルデータモデルのGMM推定では時点  $t$  ごとに異なる操作変数を用いるので、モーメント条件を自然な形でブロック化することができ、それに応じてブロック対角ウェイト行列を構築することができる。しかしながら、所得の共分散構造分析やより一般的なケースでは自然な形でブロック対角行列を構築することは困難であるため、代替的な方法として(方法2)の最適ウェイト行列の主成分を用いる方法を考える。

(方法2) 主成分アプローチ

最適ウェイト行列の主成分を用いる方法はDoran and Schmidt (2006)で提案されているが、彼らの目的はGMM推定量の推定精度を改善することを目的としている。本研究ではJ

検定の改善を目的として彼らの手法を用いる。主成分アプローチでは、最適ウェイト行列をスペクトル分解し、小さい固有値をいくつか捨てるが、その理由は以下のように説明できる。統計学の文献では、高次元の標本共分散行列から計算された固有値は非常にバイアスが大きくなることが知られている。特に小さい固有値は負のバイアスを持っており、共分散行列の次元  $m$  が標本サイズ  $N$  に近づくとつれて、最小固有値は0に近づいていくことが知られている。ここで、最適ウェイト行列は固有値の逆行列と固有ベクトルの加重和で表されるので、最小固有値が非常に小さい場合、最適ウェイト行列の動きは非常に不安定になり、これがJ検定のパフォーマンスを悪化させていると考えられる。したがって、最適ウェイト行列の不安定性を抑えるためには、小さい固有値を取り除いたウェイト行列を用いれば良い。これが主成分アプローチの基本的な考え方である。除去する固有値の選び方についてはDoran and Schmidt (2006)に沿っていくつかの方法を考える。また、小さい固有値を取り除いたウェイト行列はモーメント条件の共分散行列ではなくなるため、(方法1)の時と同様、J検定の漸近分布を新たに導出する必要がある。

#### 4. 研究成果

論文 “ Alternative Over-Identifying Restriction Test in GMM Estimation of Panel Data models ” では、上記2つのアプローチを用いた代替的なJ検定をパネルデータモデルの枠組みで提案している。具体的には、これらの代替的なJ検定は非標準的な分布に従うことを示し、臨界値の計算方法や局所検出力の計算方法などを一般的なモデルの下で示している。そして、その結果を動学的パネルモデルに適用し、検定力の比較を行った。その結果、ブロック対角行列を用いたJ検定は、通常のJ検定とほぼ同じ検定力を持つが、最適ウェイト行列の主成分を用いたJ検定は検定力が非常に低くなることがわかった。また、有限標本特性を調べるためにモンテカルロ実験を行ったが、通常のJ検定はサイズの歪みが極めて大きくなるのに対し、上記2つのJ検定はサイズの歪みがほとんど無いことがわかった。また、検定力に関しては、局所検定力の考察から得られた結論と同様に、ブロック対角行列を用いたJ検定は通常のJ検定と同じような検定力を持っていたのに対し、最適ウェイト行列の主成分を用いたJ検定は非常に検定力が低いことがわかった。本論文は International Conference on Panel Data 等、複数の学会・研究集会で報告されている。

論文“ On the Effect of Weighting Matrix in GMM Specification Test” (*Journal of Statistical Planning and Inference*)では、ウェイト行列がJ検定のパフォーマンスにどのような影響を及ぼすのかを考察している。Bowsher(2002)では、モーメント条件の数が大きくなると、J検定のサイズは0に近づいていくということをモンテカルロ実験で示しているが、上記論文(“ Alternative Over-Identifying Restriction Test in GMM Estimation of Panel Data models”)では、モーメント条件の数が大きくなると、サイズが1に近づいていくことが示されている。この違いは最適ウェイト行列において、平均からの偏差を取って中心化するか、しないかによってもたらされていることを示した。具体的には、中心化したウェイト行列を使った場合、J検定の有限標本分布は、カイ2乗分布よりもF分布に近くなり、一方、中心化していないウェイト行列を用いたJ検定はベータ分布に近いことを示した。F分布はカイ2乗分布と比べると右側の方に分布しているため、中心化したウェイト行列を用いたJ検定は上方のサイズの歪みが生じ、ベータ分布の期待値はカイ2乗分布の期待値と同じであるが、分散は小さいため、中心化していないウェイト行列を用いたJ検定はサイズが0に近づいて、棄却しにくくなることがわかった。

所得過程の共分散構造分析については、通常のJ検定のサイズの歪みが非常に大きいことをモンテカルロ実験で確認した。そこで、上記の2つの代替的なJ検定のパフォーマンスを調べたところ、サイズの歪みは小さくなるものの、検定力がそれほど高くないことがわかった。そこで、現在、推定をMD法ではなく、最尤法にした場合を考察しており、予備的なモンテカルロ実験から、最尤法に基づいた定式化検定では、サイズの歪みも小さく、検定力もMD法よりも高いことがわかった。現在、この結果を論文としてまとめているところである。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 8 件)

1. Hayakawa, K. (2017) “A Unit Root Test for Short Panels with Serially Correlated Errors” *Communications in Statistics - Theory and Methods*, Vol. 46, Issue 8, pp. 3891-3900. DOI : dx.doi.org/10.1080/03610926.2015.1076471 (査読有)

2. Hayakawa, K. (2016) “On the Effect of Weighting Matrix in GMM Specification Test” *Journal of Statistical Planning and Inference*, Vol. 178, pp. 84-98. DOI : dx.doi.org/10.1016/j.jspi.2016.06.003 (査読有)
3. Hayakawa, K. (2016) “An Improved GMM Estimation of Panel VAR Models” *Computational Statistics and Data Analysis*, Vol. 100, pp. 240-264. DOI : dx.doi.org/10.1016/j.csda.2015.05.004 (査読有)
4. Hayakawa, K. and S. Nagata (2016) “On the Behavior of the GMM Estimator in Persistent Dynamic Panel Data Models with Unrestricted Initial Conditions” *Computational Statistics and Data Analysis*, Vol. 100, pp. 265-303. DOI : dx.doi.org/10.1016/j.csda.2015.03.007 (査読有)
5. Hayakawa, K. (2016) “Identification Problem of GMM Estimators for Panel Data Models with Interactive Fixed Effects” *Economics Letters*, Vol. 139, pp. 22-26. (DOI: dx.doi.org/10.1016/j.econlet.2015.12.012) (査読有)
6. Hayakawa, K. and M. H. Pesaran (2015) “Robust Standard Errors in Transformed Likelihood Estimation of Dynamic Panel Data Models with Cross-Sectional Heteroskedasticity” *Journal of Econometrics*, Vol. 188, Issue 8, pp. 111-134. (DOI: dx.doi.org/10.1016/j.jeconom.2015.03.042) (査読有)
7. Hayakawa, K. (2015) “The Asymptotic Properties of the System GMM Estimator in Dynamic Panel Data Models When Both N and T are Large” *Econometric Theory*, Vol. 31, Issue 3, pp. 647-667. ( dx.doi.org/10.1017/S0266466614000449) (査読有)
8. 早川和彦 (2014) 「高次元時系列データ分析の最近の展開」*日本統計学会誌*, 43巻, 第2号, 275-292 ページ (http://www.terrapub.co.jp/journals/jjssj/pdf/4302/43020275.pdf) (査読なし)

[学会発表](計 7 件)

1. Hayakawa, K. “Instrumental Variable Estimation of Panel Data Models with Weakly Exogenous Variables”, 69th Econometric Society European Meeting, Geneva(Switzerland), 2016年8月26日
2. Hayakawa, K. “Instrumental Variable Estimation of Panel Data Models with

- Weakly Exogenous Variables", The 9th International Conference on Computational and Financial Econometrics (CFE 2015), London(UK), 2015年12月14日
3. Hayakawa, K. "An Alternative Over-Identifying Restriction Test in the GMM with Grouped Moment Conditions", The 21th International Conference on Panel Data, Budapest(Hungary), 2015年6月29日
  4. Hayakawa, K. "Identification Problem of GMM estimators for Short Panel Data Models with Interactive Fixed Effects", Econometric Society European Meeting, Toulouse(France), 2014年8月26日
  5. Hayakawa, K. "Transformed Maximum Likelihood Estimation of Short Dynamic Panel Data Models with Interactive Effects", The 20th International Conference on Panel Data, Tokyo(Japan), 2014年7月9日
  6. Hayakawa, K. "Identification Problem of GMM estimators for Short Panel Data Models with Interactive Fixed Effects", SETA2014, Taipei(Taiwan), 2014年5月30日
  7. 早川和彦「相互作用の固定効果を含むパネルデータモデルの考察」、2013年度統計関連学会連合大会、大阪大学、2013年9月9日

## 6. 研究組織

### (1)研究代表者

早川 和彦 (Kazuhiko Hayakawa)

広島大学・大学院社会科学部・准教授

研究者番号：00508161