

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 28 年 6 月 16 日現在

機関番号：32621

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2013～2015

課題番号：25800052

研究課題名(和文) カンドル理論と曲面絡み目への応用について

研究課題名(英文) Quandle theory and its applicaitons for surface-links

研究代表者

大城 佳奈子(Oshiro, Kanako)

上智大学・理工学部・助教

研究者番号：90609091

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,900,000円

研究成果の概要(和文)：カンドルやそれらを一般化する概念について研究し、絡み目、曲面絡み目、ハンドル体絡み目に対する様々な応用例を与えた。曲面絡み目の新しい構成方法導入については、結果を出せなかった。

1. 結び目のある種のアレキサンダーカンドル彩色が、その結び目で分岐する3次元球面の有限被覆空間の基本群からある可換群への群準同型写像に対応していることを示した。2. 捩れカンドルを導入し、捩れアレキサンダー不変量の一般化および計算の単純化に成功した。(石井敦氏との共同研究)3. ラック彩色数が2次元結び目の不変量であることを示した。(田中心氏との共同研究)

研究成果の概要(英文)：We studied about quandles and some generalization of quandles, and gave some application for links, surface-links and handlebody-links as below. For constructions of surface-links, we could not succeed in introducing new method of constructions.

1. For some Alexander quandle, we showed that the colorings of a knot are corresponding to the homomorphisms from the fundamental group of some finite cover of the 3-dimensional space branched over the knot to an abelian group. 2. We introduced the notion of a twisted quandle, and gave some generalization of the twisted Alexander invariants and simplification of the calculation. (joint with Atsushi Ishii) 3. We showed that rack colorings are invariants for 2-dimensional knots. (joint with Kokoro Tanaka)

研究分野：結び目理論, カンドル代数

キーワード：カンドル 絡み目 曲面絡み目 捩れカンドル

### 1. 研究開始当初の背景

古典絡み目には強力と言われる様々な不変量が存在し、様々な応用が与えられている。一方で、曲面絡み目にも様々な不変量が存在する。しかし、古典絡み目に対するその量と比べると非常に少なく、完全に近い強力な不変量の構成も十分に行われていない。結び目カンドルや基本類などは曲面結び目(1成分曲面絡み目)に対しても定義されているが、古典結び目に対するほどの強さを持たないことが知られている。さらには曲面絡み目図式の複雑さ等も相重なって、曲面絡み目理論には未解決なことが多い。

### 2. 研究の目的

カンドルやカンドルを一般化する概念について詳しく研究し、それらを曲面絡み目の研究に応用させることである。現在、曲面絡み目理論には数多くの問題点が存在する。一つは不変量構成が不十分な点、二つ目は曲面絡み目の諸性質に関して知られていないことが多い点、そして三つ目に曲面絡み目の構成方法自体が少ない点が挙げられる。曲面絡み目の諸性質を調べるための道具としてカンドルやカンドルを一般化する概念に注目し、様々な応用方法を考え、曲面絡み目の三重点数等の諸性質を明らかにしたい。また、曲面絡み目の具体例構成も積極的に行う。スピントン変形構成法に使われるタングル変形の分類等について詳しく研究し、曲面絡み目の新しい構成方法導入を目指す。

### 3. 研究の方法

第一に、曲面絡み目の性質を調べるための道具となるカンドルやカンドルを一般化する概念について研究を行う。研究対象となるのは、カンドル、対称カンドル、カンドルの一般化として提唱されている  $G$ -family of quandles である。例えば、ある  $G$ -family of quandles のコサイクル発見は、その  $G$ -family of quandles が含むすべてのカンドルのコサイクル発見に繋がることから、 $G$ -family of

quandles の構成、コサイクルに関する研究を行う。第二に、カンドルやカンドルを一般化する概念を使って曲面絡み目の様々な性質を調べる。曲面絡み目の三重点数や三重点解消数、ブレイド指数、シート数、 $w$ -index 等の諸性質をはじめ、様々な性質について調べる。第三に、曲面絡み目の新しい構成法について考える。具体的には三つの構成法について考える。一つは、カンドルホモロジー群の生成元から構成する方法である。二つ目は、変形スピントンを行う際に必要なタングルを動かす  $R^3$  の全同位の分類について考える。

### 4. 研究成果

カンドルやそれらを一般化する概念について研究し、絡み目、曲面絡み目、ハンドル体絡み目に対する応用例を幾つか与えた。曲面絡み目の新しい構成方法導入については、結果を出せなかった。具体的には以下のことを行った。

1. 有限体上の 2 次特殊線形群の共役カンドルが  $n$ -twist-spun trefoil に非自明な彩色を与えるための条件を纏めて発表した。2. 結び目のある種のアレキサンダーカンドル彩色が、その結び目で分岐する 3 次元球面の有限被覆空間の基本群からある可換群への群準同型写像に対応していることを示した。3. 振れカンドルを導入し、振れアレキサンダー不変量の一般化および計算の単純化に成功した。(石井敦氏との共同研究) 4. ラック彩色数が 2 次元結び目の不変量であることを示した。(田中心氏との共同研究)

### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 3 件)

1. Kengo Kawamura, Kanako Oshiro, Kokoro Tanaka, *Independence of Roseman moves including triple points*, to appear in *Algebr. Geom. Topol.* (査読有)
2. Kanako Oshiro and Kokoro Tanaka, *On rack colorings for surface-knot diagrams without branch points*, *Topology Appl.* 196 (2015), 921--930. (査読有)
3. Kanako Oshiro and Shin Satoh, *7-colored 2-knot diagram with six colors*, *Hiroshima Math. J.* 44 (2014), 63--74. (査読有)

[学会発表] (計 16 件)

## 2016

1. 大城佳奈子, 『An RII-detector for virtual knot diagrams』, 研究集会「2016 琉球結び目セミナー」, 那覇市ぶんかテンブス館(沖縄県, 那覇市), 2016年2月.
2. 大城佳奈子, 『Twisted quandles and matrix invariants for oriented links』, 2016 Joint Mathematices Meetings, Special Session: Knots in Washington (State), Washington state convention center(ワシントン州(アメリカ合衆国)), 2016年1月.

## 2015

3. 大城佳奈子, 『On calculations of the twisted Alexander ideals for spatial graphs, handlebody-knots and surfacelinks』, TAPU Summer School on Knot Theory and Related Topics, Jeju National University International Center(済州市(韓国)), 2015年9月.
4. 大城佳奈子, 『On twisted quandles』, 研究集会「拡大 KOOK セミナー2015」, 神戸大学(兵庫県・神戸市), 2015年8月.
5. 大城佳奈子, 『On quandles which give a non-trivial coloring for twist-spun trefoils』, AMS Spring Western Sectional Meeting, University of Nevada Las Vegas(ネバダ州(アメリカ合衆国)), 2015年4月.
6. 大城佳奈子, 『An interpretation of finite-degree connected Alexander quandle』, 日本数学会 2015年度年会, 明治大学(東京都・千代田区), 2015年3月.
7. 大城佳奈子, 『On the minimum numbers of colors for knots and surface-knots』, 研究集会『Knots and Manifolds』, 大阪市立大学(大阪府・大阪市), 2015年2月.

## 2014

8. 大城佳奈子, 『A property of quandle colorings by Alexander quandles of the form  $Z_p[t]/(t^{k+1}+a_k t^k + \dots$

$+ a_1 t + a_0)$ 』, Knots, Braids and Topology, IISER Mohali, Punjab, India, 2014年10月.

9. 大城佳奈子, 『On group homomorphisms corresponding to linear Alexander quandle』, Knots and Low Dimensional Manifolds, A satellite conference of Seoul ICM 2014, BEXCO Convention and Exhibition Center II(釜山市(韓国)), 2014年8月.

## 2013

10. 大城佳奈子, 『Linear Alexander quandle colorings and finite-fold cyclic covers of the 3-dimensional space branched over knots』, Discussion meeting on Knot theory and its applications, IISER Mohali (Panjab(インド)), 2013年12月.
11. 大城佳奈子, 『Linear Alexander quandle colorings and finite-fold cyclic covers of the 3-dimensional space branched over knots』, Friday Seminar on Knot Theory, 大阪市立大学(大阪府・大阪市), 2013年11月.
12. 大城佳奈子, 『Linear Alexander quandle colorings and finite-fold cyclic covers of the 3-dimensional space branched over knots』, AMS Sectional Meeting #1095, University of California, Riverside (カリフォルニア州(アメリカ合衆国)), 2013年11月.
13. 大城佳奈子, 『演習の時間 —twisted Alexander polynomial の具体的な計算—』, 研究会「ハンドル体結び目とその周辺 VI」, 上智大学(東京都・千代田区), 2013年10月.
14. 大城佳奈子, 『対称カンドルホモロジー群の計算』, 2013 琉球結び目セミナー, 那覇市伝統工芸会議場(沖縄県・那覇市), 2013年9月.
15. 大城佳奈子, 『Conjugation quandles of  $SL(2;F_q)$  and quandle colorability for the  $n$ -twist-spun trefoil』, International Conference on Topology and Geometry 2013, 島根大学(島根県・松江市), 2013年9月.
16. 大城佳奈子, 『Linear Alexander quandle colorings and finite-fold branched covers of the

3-dimensional space branched over knots』, The 5th  
KOOK-TAPU Joint Seminar on Knots and Related  
Topics, 大阪市立大学(大阪府、大阪市), 2013年7  
月.

〔図書〕 (計 0 件)

〔その他〕  
ホームページ等

<http://pweb.sophia.ac.jp/oshirok/>

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

大城 佳奈子 (OSHIRO, Kanako)

上智大学・理工学部・助教

研究者番号：90609091