

平成 29 年 6 月 2 日現在

機関番号：14403

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2013～2016

課題番号：25800065

研究課題名(和文)作用素環と離散群の総合的な研究

研究課題名(英文)General study of operator algebras and discrete groups

研究代表者

岡安 類 (Okayasu, Rui)

大阪教育大学・教育学部・准教授

研究者番号：70362746

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,900,000円

研究成果の概要(和文)：von Neumann 環の Haagerup approximation property についての研究を行った。まず懸案の問題であった任意の von Neumann 環に対して、Haagerup approximation property の定義をすることに成功し、様々な期待される同値条件や諸性質について明らかにした。

研究成果の概要(英文)：I study the Haagerup approximation property for von Neumann algebras. At first, we succeed to define the Haagerup approximation property for arbitrary von Neumann algebras, and prove several expected equivalent conditions and properties.

研究分野：作用素環

キーワード：作用素環 von Neumann 環

1. 研究開始当初の背景

中心が自明である von Neumann 環は因子環と呼ばれる。更に因子環は I 型, II 型, III 型と分類される。作用素環論において I 型は自明なものとみなし, 主に II 型と III 型について研究を行っている。1970 年代, Connes は従順な von Neumann 環の構造解析を含む一連の業績によりフィールズ賞を受賞し, 作用素環論における従順性の重要性を決定づけた。1980 年代, Haagerup は自由群の群 C^* -環が Grothendieck の metric approximation property を持つことを示した。この結果に触発され, 従順性よりも弱い性質が群論と作用素環論の両方で盛んに研究されるようになった。それらの弱い性質の内のひとつが Haagerup approximation property (以下, HAP と略記) である。長田まりゑは, 群が離散のとき, 群の HAP と群から作られる von Neumann 環 (以下, 群 von Neumann 環) の HAP が同値であることを示した。そして 2000 年代に入ると, Murray-von Neumann が定義した基本群と呼ばれる II 型因子環に対する不変量が消える例を Popa によって初めて示された。その後, II 型因子環の分類が盛んに研究されている。この Popa のブレイクスルーで大事なことは HAP が有効に用いられていることである。以上の結果はすべて II 型の場合に限られていることを注意しておく。von Neumann 環の HAP の重要性が再認識され, 一般の von Neumann 環への拡張が期待されていた。先行結果として Daws-Fima-Skalski-White が局所コンパクト群の HAP を量子群へと拡張した。

2. 研究の目的

任意の von Neumann 環の HAP を定義し, 期待される諸性質を証明することとその応用を考える。

3. 研究の方法

数学の研究において, 他の研究者と情報交換を積極的に行うことは大変重要である。そのために国内外の研究集会やセミナーなどに参加し, 研究成果の発表や参加者との交流をはかる。

4. 研究成果

論文[3]において, 任意の von Neumann 環に対する HAP の定義を導入した。ポイントは von Neumann 環の標準形と正凸錐体を用いて, 完全正值なコンパクト作用素の近似単位列を考えることである。また同時期に Caspers-Skalski も別のアプローチによる HAP の定義を与えることに成功しているが, 彼らは定義が無矛盾であることを示すために技術的かつ長い証明を必要としている。

我々の議論の有利な点は定義の単純さである。それにより様々な証明が自然に行われている。その後, [4] において, 2 つのアプローチが同値であることも示した。しかしその証明は不自然な方法であった。簡潔な別証明を与えたのが, [2] である。

HAP の定義の同値性の証明の鍵となるアイデアは, 荒木不二洋による von Neumann 環の標準形における正凸錐体の 1 パラメータ族であることに気がついた。これを利用することによって, 関数解析学の初等的な議論で 2 つの HAP の同値性の簡単明瞭な別証明を与えることができた。一方で, von Neumann 環の表現を Hilbert 空間 (= 非可換 L_2 空間とみなせる) に限らず, Haagerup による非可換 L_p 空間を用いて HAP の定義を与えることができた。幸崎秀樹の補間テクニックを用いることによって, パラメータ p に依らずにすべての定義が同値であることも示した。非可換 L_p 空間を用いた von Neumann 環の従順性の特徴付けは Junge-Ruan-Xu によって既に与えられており, 我々の結果はその拡張でもある。次の問題は局所コンパクト群の HAP との関係を明らかにすることであった。上で述べたように離散群の場合は同値性が示されていた。一般の局所コンパクト群の場合は, 群 von Neumann 環の HAP から群の HAP が得られないことが知られていた。逆に, 局所コンパクト群の HAP から群 von Neumann 環の HAP が従うことは期待できた。論文[1]で, von Neumann 環の双加群を用いた HAP の定義を導入した。これは群の表現論に対応した HAP の定義を与えたことになる。この双加群による HAP の定義が従来の定義と同値であることを示し, 上述の問題を更に一般の量子群において完全に解決した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 5 件)すべて査読あり

[1] R. Okayasu, N. Ozawa, R. Tomatsu : Haagerup approximation property via bimodules. Math. Scand. 印刷中.

[2] R. Okayasu, R. Tomatsu : Haagerup approximation property and positive cones associated with a von Neumann algebra. Journal of Operator Theory, 75 (2016) 259-288.
<http://dx.doi.org/10.7900/jot.2015feb.24.2058>

[3] R. Okayasu, R. Tomatsu : Haagerup approximation property for arbitrary von Neumann algebras.

Publ. RIMS, Kyoto Univ., 51 (2015), no.3, 567-603.

doi: 10.4171/PRIMS/165

[4] M. Caspers, R. Okayasu, A. Skalski, R. Tomatsu :
Generalisations of the Haagerup approximation property to arbitrary von Neumann algebras.
C. R. Acad. Sci. Paris, 352 (2014) 507-510.
doi/10.1016/j.crma.2014.04.003

[5] R. Okayasu :
Free group C^* -algebras associated with ℓ_p
Internat J. Math. 25 (2014), no.7, 1450065, 12 pp.
<http://dx.doi.org/10.1142/S0129167X14500657>

〔学会発表〕(計 13 件)
発表者はすべて R. Okayasu

[1] Some properties for free group C^* -algebras associated with ℓ_p .
日本数学会函数解析学分会, 愛媛大学,
2013 年 9 月 26 日.

[2] Haagerup approximation property for arbitrary von Neumann algebras.
作用素論・作用素環論研究集会, お茶の水女子大学,
2013 年 11 月 23 日.

[3] Haagerup approximation property for arbitrary von Neumann algebras.
日本数学会函数解析学分会, 学習院大学,
2014 年 3 月 17 日.

[4] Haagerup approximation property for arbitrary von Neumann algebras.
Operator Algebras Sminars, The Fields Institute(カナダ),
2014 年 4 月 2 日.

[5] Haagerup approximation property and positive cones associated with a von Neumann algebra.
Workshop on Operator Spaces, Locally Compact Quantum Groups and Amenability, The Fields Institute(カナダ),
2014 年 5 月 29 日.

[6] Haagerup approximation property and positive cones associated with a von Neumann algebra.
ICM Satellite Conference on Operator Algebras and Applications, Cheongpung(韓国),
2014 年 8 月 11 日.

[7] Haagerup approximation property and

positive cones associated with a von Neumann algebra.

日本数学会函数解析学分会, 広島大学,
2014 年 9 月 27 日.

[8] Haagerup approximation property via bimodules.
日本数学会函数解析学分会, 京都産業大学,
2015 年 9 月 15 日.

[9] Haagerup approximation property via bimodules.
作用素論・作用素環論研究集会, K K R 妙高高原白樺荘(新潟県妙高市),
2015 年 10 月 25 日.

[10] Haagerup approximation property via bimodules.
The International Conference on Non-commutative Geometry and K-Theory, Chongqing(中国),
2015 年 12 月 19 日.

[11] Haagerup approximation property for von Neumann algebras.
テニユアトラックミニ研究集会, お茶の水女子大学,
2015 年 3 月 26 日.

[12] Haagerup approximation property for von Neumann algebras.
Trimester Seminar, the Hausdorff Research Institute for Mathematics(ドイツ),
2016 年 6 月 21 日.

[13] Haagerup approximation property for von Neumann algebras.
実函数論・関数解析学合同シンポジウム, 首都大学東京,
2016 年 9 月 1 日.

〔図書〕(計 件)
なし

〔産業財産権〕
なし

〔その他〕
ホームページ:
<http://www.osaka-kyoiku.ac.jp/~rui/index.html>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

岡安 類 (OKAYASU, Rui)
大阪教育大学・教育学部・准教授
研究者番号: 70362746

(2) 研究分担者

なし

(3)連携研究者
なし

(4)研究協力者
なし