

平成 29 年 5 月 29 日現在

機関番号：17102

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2013～2016

課題番号：25800081

研究課題名(和文)一般化スペクトル理論の構築と発展方程式の分岐理論への応用

研究課題名(英文) A study on the generalized spectral theory and its applications to evolution equations

研究代表者

千葉 逸人 (Chiba, Hayato)

九州大学・マス・フォア・インダストリ研究所・准教授

研究者番号：70571793

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,300,000円

研究成果の概要(和文)：本研究において、線形作用素に対するスペクトル理論を一般化した一般化スペクトル理論を構築することができた。これにより、連続スペクトルを持つような線形作用素が定義する力学系の解の漸近挙動を評価できるようになった。得られた結果を蔵本モデルやシュレディンガー方程式に応用し、その性質を調べた。特に蔵本モデルに対しては、長年未解決問題であった蔵本予想を解決した。

研究成果の概要(英文)：In this project, the generalized spectral theory, which is a generalization of the standard spectral theory, is developed. By using this theory, we can estimate an asymptotic behavior of solutions of evolution equations whose linear part has a continuous spectrum. This theory is applied to the Kuramoto model and the Schrodinger equation. In particular, for the Kuramoto model, the Kuramoto conjecture is proved.

研究分野：力学系理論

キーワード：スペクトル理論 蔵本モデル

1. 研究開始当初の背景

近年、結合振動子系と呼ばれるタイプの数理モデルが物理・工学や生物において盛んに研究されている。結合振動子系とは多数の振動子(力学系)が互いに相互作用することで得られる大自由度の力学系であり、同期現象やパターン形成などの興味深い現象が多く見られる。

このような大自由度の力学系は、いったん連続極限をとって偏微分(積分)方程式として取り扱うことが有効である。ところが、結合振動子系から得られる発展方程式を定常解まわりで線形化して得られる線形作用素は、しばしば虚軸全体を連続スペクトルとして持っており、解のダイナミクスを調べることは極めて困難である。

このように連続スペクトルが虚軸と交わるような問題は決して特別なものではない。例えば(非線形)シュレディンガー方程式が定義する線形作用素のスペクトルは虚軸上にしか存在しない。また、反応拡散系のような散逸の強い方程式においても、連続スペクトルが虚軸に接していることがしばしば起こり得る。

このような状況においては本質的に無限次元的な現象が観測されうるが、それを調べるための一般的な手法はこれまでのところ知られていない。本研究の大きな目標は、このような連続スペクトルを取り扱うためのできるだけ一般的な理論を構築することであった。

2. 研究の目的

本研究の目的は、あるクラスの線形作用素の一般化スペクトル理論を確立し、これを無限次元力学系の解のダイナミクスを調べることに応用することである。ここで主に考える力学系は関数空間上の発展方程式であり、方程式の線形部分を定義する線形作用素が連続スペクトルを持つようなものである。特に結合振動子系、シュレディンガー方程式や反応拡散系の解のダイナミクスを明らかにすることに興味がある。

本質的に連続スペクトルに起因するような解のダイナミクス、特に解の分岐を調べることは極めて難しく、一般的な手法はほとんど知られていない。本研究における目的は、線形作用素の一般化スペクトルという概念を導入し、これを用いることで従来のスペクトル理論では捉えることができなかった連続スペクトルに関わる解のダイナミクスを調べることである。

3. 研究の方法

(1) 初年度においては、線形作用素の一般化スペクトルを定式化し、その性質を調べる。特に、固有値の一般化に相当する一般化固有値は、後に発展方程式のダイナミクスを調べるにあたって重要であるため、その性質を詳しく調べる。

またスペクトル分解が成り立つかどうかや、半群の漸近挙動、固有空間とそこへの射影の性質なども詳しく調べ、一般化スペクトル理論を確立させる。

(2) 2年目以降においては、一般化スペクトル理論を非線形の発展方程式の解のダイナミクスの研究に応用する。この研究は次の2つに大別される。1つ目は方程式の自明解の漸近安定性であり、2つ目は解の分岐である。いずれの場合にも、連続スペクトルが虚軸上に存在するために普通のスペクトル理論では扱うことが困難な方程式に興味がある。

非線形の発展方程式を一般的に扱うのは難しいため、結合振動子系や反応拡散系など、個別の具体的な方程式に対してアプローチしていくのが適切であると考えられる。

そこで、まずは結合振動子系、特に同期現象の代表的なモデルである蔵本モデルを研究する。蔵本モデルに対しては、「蔵本予想」と呼ばれる、非同期状態から同期状態への相転移に関する未解決問題が知られている。この未解決問題に対して一般化スペクトル理論を用いたアプローチを試みる。

蔵本モデルに対するアプローチがうまくいけば、次はシュレディンガー方程式や反応拡散系など、他の様々な力学系に対して同様の手法を適用する。

4. 研究成果

本研究において、線形作用素に対するスペクトル理論を一般化した一般化スペクトル理論を構築することができた。特に、固有値を一般化したものである一般化固有値を定義し、その性質を詳しく調べた。また一般化固有値が、連続スペクトルに関わるような力学系の問題において、通常固有値と同じ役割を果たし、解の漸近挙動や分岐に大きく寄与することを突き止めた。

得られた結果を、同期現象を記述する代表的な結合振動子系である蔵本モデルに応用した。蔵本モデルについては、「蔵本予想」と呼ばれる、非同期状態から同期状態への相転移に関する問題が知られている。この問題は方程式を定常解まわりで線形化したときに得られる線形作用素が虚軸上に連続スペクトルを持つという困難のため、長い間未解決であった。そこで私は一般化スペクトル理論をこの問題に適用し、一般化固有値が解の安定性や分岐を支配していることを突き止めることで、蔵本予想を肯定的に解決することに成功した。

また、同様の手法をシュレディンガー方程式に応用し、いくつかのシュレディンガー作用素に対してその一般化固有値の性質を調べた。

5 . 主な発表論文等
(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計 4 件)

[1] H. Chiba,
A spectral theory of linear operators on rigged Hilbert spaces under analyticity conditions.
Advances in mathematics, 273, 324-379, (2015).
査読あり .

[2] H. Chiba,
A proof of the Kuramoto conjecture for a bifurcation structure of the infinite dimensional Kuramoto model.
Ergodic theory and dynamical systems, 35, 762-834, (2015).
査読あり .

[3] H. Chiba,
Reduction of weakly nonlinear parabolic partial differential equations.
Journal of mathematical physics. 54, 101501 (2013).
査読あり .

[4] H. Chiba,
Continuous limit of the moments system for the globally coupled phase oscillators.
Discrete and continuous dynamical systems A, Vol.33, pp.1891-1903. 2013.
査読あり .

〔学会発表〕(計 6 件)

[1] H. Chiba,
A Spectral Theory of Linear Operators on a Gelfand Triplet and its Application to the Dynamics of Coupled Oscillators.
Asian Mathematical Conference 2016.
2016 年 7 月 26 日, バリ島, インドネシア.

[2] H. Chiba,
Generalized Spectral Theory and a Proof of the Kuramoto Conjecture.
Dynamics of Coupled Oscillators: 40 years of the Kuramoto Model.
2015 年 7 月 30 日, Dresden, Germany.

[3] H. Chiba,
A Spectral Theory of Linear Operators on a Gelfand Triplet and its Application to the Dynamics of Coupled Oscillators.
Equadiff2015.
2015 年 7 月 8 日, Lyon, France.

[4] H. Chiba,
A Spectral Theory of Linear Operators on a Gelfand Triplet and its Application to the Dynamics of Coupled Oscillators.
SIAM conference on Nonlinear Waves and Coherent Structures.
2014 年 8 月 11 日, ケンブリッジ大, UK.

[5] H. Chiba,
A Spectral Theory of Linear Operators on a Gelfand Triplet and its Application to the Dynamics of Coupled Oscillators.
Dynamical Systems, Differential Equations and Applications.
2014 年 7 月 8 日, Madrid, Spain.

[6] H. Chiba,
A Spectral Theory of Linear Operators on a Gelfand Triplet and its Application to the Dynamics of Coupled Oscillators.
International Conference on Structural Nonlinear Dynamics and Diagnosis.
2014 年 5 月 20 日, Agadir, Morocco.

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕

出願状況 (計 0 件)

名称 :
発明者 :
権利者 :
種類 :
番号 :
出願年月日 :
国内外の別 :

取得状況 (計 0 件)

名称 :
発明者 :
権利者 :
種類 :
番号 :
取得年月日 :
国内外の別 :

〔その他〕
ホームページ等
<http://www2.math.kyushu-u.ac.jp/~chiba/>

6 . 研究組織

(1) 研究代表者
千葉 逸人 (CHIBA, Hayato)
九州大学・マス・フォア・インダストリ研究所・准教授
研究者番号 : 70571793

(2)研究分担者 ()

研究者番号：

(3)連携研究者 ()

研究者番号：

(4)研究協力者 ()