

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 29 年 5 月 23 日現在

機関番号：12601

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2013～2016

課題番号：25800225

研究課題名(和文) 強相関冷却原子系におけるトポロジカル秩序の探索とその基礎理論の構築

研究課題名(英文) Exploration of topological orders in strongly correlated ultracold atomic systems and development of their fundamental theory

研究代表者

古川 俊輔 (FURUKAWA, SHUNSUKE)

東京大学・大学院理学系研究科(理学部)・助教

研究者番号：50647716

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,900,000円

研究成果の概要(和文)：トポロジカル秩序状態は、量子化された応答や分数統計に従う準粒子などの興味深い性質を示すことが知られる。本研究では、操作性の高い冷却原子系で実現可能な新奇トポロジカル秩序状態の理論的探索、その諸性質の解明に取り組んだ。特に、人工ゲージ場中の二成分ボース気体の基底状態相図を詳細に決定し、特異な端状態を持つボソン版整数量子ホール状態の存在、時間反転対称性の相互作用効果への非自明な役割を明らかにした。また、光格子中のBose-Einstein凝縮体の励起バンドが非自明なトポロジーを獲得しうること、それに起因する端状態が巨視的量子干渉により観測できることを示した。

研究成果の概要(英文)：Topologically ordered states exhibit a number of intriguing properties such as quantized responses and quasiparticles obeying fractional statistics. In this study, we have theoretically explored novel topologically ordered states that can be realized in highly controlled ultracold atomic systems, and investigated their physical properties. In particular, we have determined detailed ground-state phase diagrams of two-component Bose gases in synthetic gauge fields, and revealed (i) the appearance of a bosonic integer quantum Hall state with unusual edge states and (ii) a nontrivial role of time-reversal symmetry in the interaction effect. We have also shown that Bose-Einstein condensate in optical lattices can host an excitation band with nontrivial topology, and that edge states originating from it can be observed by exploiting a macroscopic quantum interference.

研究分野：数物系科学

キーワード：物性理論 冷却原子 人工ゲージ場 量子ホール効果 スピントロニクス トポロジカル秩序 トポロジカル絶縁体 光格子

1. 研究開始当初の背景

トポロジカル秩序状態とは、励起エネルギーにギャップが見られる安定な状態にもかかわらず、局所的秩序変数では特徴づけることのできない特異な状態を指す。その存在は、従来、量子スピン液体や分数量子ホール系など固体中の強相関電子系において議論されてきた。トポロジカル秩序状態は分数統計、非可換統計などの特異な統計性に従う準粒子を持つことが知られる。そのような準粒子は、ノイズに対して安定なトポロジカル量子計算のためのデバイス原理としても活用できる。他方、基礎学問の観点からは、トポロジカル秩序や準粒子の特異な統計性がどのように発現し、どのように実験的に観測されるのか、トポロジカル秩序をどう分類すべきかといった問題は、量子多体系研究の重要な課題であるといえる。

レーザー冷却された原子系は、トポロジカル秩序を研究する新しい舞台になると期待される。トポロジカル秩序状態の実現に欠かせない強磁場やスピン・軌道相互作用などと同等の効果を光学的に誘起することが近年可能になったからである。これらは人工ゲージ場と呼ばれる。冷却原子系においては光格子の導入や相互作用の変調などによる多様な操作が可能であり、また構成原子の統計性や内部状態も多様である。従って、固体電子系に類例のない多彩なトポロジカル秩序を実現し、トポロジカル秩序の学理をより一般の見地から発展できるものと期待される。

本研究は、このような近年の実験技術の進展を背景に、冷却原子系特有のトポロジカル秩序状態を理論的に探索し、その諸性質を解明すること、そのような研究を通してトポロジカル秩序の一般論を発展させることを目的として開始した。

2. 研究の目的

本研究では、新しいトポロジカル秩序状態を探索する舞台として、人工ゲージ場中の多成分冷却原子系に着目した。多成分系の興味深い点として、多様なゲージ場を導入することができる。例えば、二成分系では、二成分に平行もしくは反平行な人工磁場を導入することができる(図 1)。平行磁場系は、時間反転対称性を破り、二層量子ホール系と類似している。一方、反平行磁場系は、時間反転対称性を有し、量子スピン・ホール系ないしは Z_2 トポロジカル絶縁体と類似している。これらの系を比較しながら研究することで、トポロジカル秩序状態における時間反転対称性の役割を明らかにできると考えられる。また、ボソン原子系を研究することで、フェルミオンからなる固体電子系とは相補的な研究を行うことができる。

以上のことを踏まえ、平行・反平行磁場中の二成分ボース気体に現れるトポロジカル秩序状態の性質の解明、相図の決定、および、それをもとにした一般論の構築を具体的目

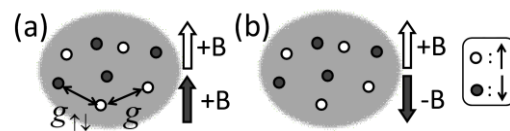


図 1: (a) 平行、(b) 反平行磁場中の二成分ボース気体。原子は二つの内部状態、擬スピン・アップ、ダウンを取る。同成分、異成分の原子間には相互作用 $g, g_{\uparrow\downarrow}$ が働く。

標として設定した。

人工ゲージ場の技術は近年、急速に発展しており、本研究課題の期間中にも、蜂の巣光格子を利用した Haldane 模型の実現や強ゲージ場発生法の理論的提案、人工次元中での人工ゲージ場の実現など、多くの興味深い進展があった。本研究ではこのような進展を随時フォローし、最新の技術のもとで実現できる新奇トポロジカル現象の解明にも取り組んだ。このような研究を通して、冷却原子系を、トポロジカル現象の学理を多様な側面から探求できる舞台として発展させることを目指した。

3. 研究の方法

平行・反平行磁場中の二成分ボース気体、および、光格子人工グラフェンの研究においては、最低(第零) Landau 準位基底を用いた厳密対角化計算を行った。得られた結果を試行波動関数や有効 Chern-Simons ゲージ理論と比較することで、得られたトポロジカル状態の特徴づけを行った。

Bose-Einstein 凝縮体の励起バンド・トポロジーの研究においては、Bogoliubov 理論を適用し、励起バンドやエッジ状態のスペクトル、ダイナミクスを計算した。

人工次元・ゲージ場中の系に対しては、最低 Landau 準位に類似した基底を用いて有効模型を導出することで解析を行った。

4. 研究成果

(1) ボソンの整数量子ホール状態

人工磁場中の二成分ボース気体を厳密対角化法により解析し、 $U(1)$ 対称性で守られたボソン版の整数量子ホール状態が現れることの数値的証拠を提示した[発表論文①]。フェルミオンの整数量子ホール状態は相互作用のないもとで現れるのに対し、この状態は二成分が強く相互作用することで初めて現れる。この状態のエンタングルメント・スペクトルを計算することで、電荷モード、スピン・モードが逆向きに伝搬する特異な端状態の存在を示した(図 2)。この結果は、二次元以上のボソン系において、対称性で守られたトポロジカル相の存在を数値的に示した数少ない例の一つである。また、この系の擬一次元極限をとることで、二成分が非対角に応答し合う特異なトポロジカル・ポンプが構成できることを示した[発表論文②]。

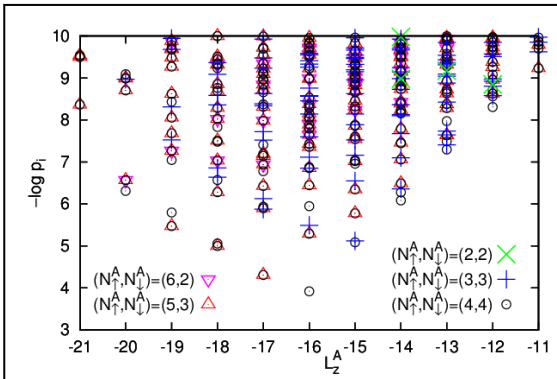


図2: ボソン版整数量子ホール状態の実空間エンタングルメント・スペクトル。球面上での基底状態から北半球の縮約密度行列を構成し、その固有値の対数を角運動量 L_z^A の関数としてプロットしている。右、左の包絡線に沿った励起が電荷、スピン・モードに対応する。両者の間の励起はこれらのモードの組み合わせによって現れるものである。

(2) 平行・反平行磁場中の二成分ボース気体の基底状態相図

平行磁場系、反平行磁場系(図1)に対して、占有率および成分間・成分内相互作用比を軸とした基底状態相図を決定した。成分間相互作用がゼロのとき、二つの成分は独立に Laughlin, Moore-Read 状態などの量子ホール状態を形成する。反平行磁場系では、成分間相互作用が斥力のときに、二つの量子ホール状態の直積で近似される状態が非常に安定で、相互作用比の広い範囲で現れることを見出した[発表論文⑩]。一方、平行磁場系では、同様の直積状態が、成分間相互作用が引力のときに非常に安定に現れることがわかった[S. Furukawa and M. Ueda, arXiv:1703.07222]。この結果は、二層量子ホール系と量子スピン・ホール系の相互作用効果における新しい対応関係を示唆しており、我々は、成分間相互作用の擬ポテンシャル表示を用いることでその解釈を与えた。さらに、成分間に引力が働く反平行磁場系において、二成分の粒子がペアを組んだ厳密な基底状態を導いた。

(3) 光格子人工グラフェンにおける量子ホール状態

近年、蜂の巣格子の形状を持つ光格子にフェルミオン原子を注入することで、人工グラフェンを実現できるようになった。このような系のエネルギー・バンドは、波数空間中の K, K' 点に Dirac コーン (バレー) を有する。この構造を利用した、興味深い人工ゲージ場の生成法が Tian らにより最近、提案された。彼らは、炭素グラフェンにおいて引っ張り勾配により、二つのバレーに反平行の実効磁場を誘起できることに着目した。光格子におい

ては、光格子の深さを空間的に変調させることで同様の状況を実現できる。これは、定常的な光格子のもとで加熱を伴わずに強い実効磁場が実現できる画期的方法である。我々は、このような光格子に極性フェルミオンを注入した際に現れる強相関トポロジカル状態を厳密対角化計算により解析した[発表論文⑥]。その結果、バレー偏極した Laughlin 状態や複合フェルミオン状態など、数々の分数量子ホール状態が現れることを示した。さらに、それらの状態の励起エネルギー・ギャップを計算することで、状態の観測に必要な温度スケールを見積もった。

(4) 光格子中の Bose-Einstein 凝縮体の励起バンド・トポロジー

非自明なトポロジーを持ったバンドを示すことで知られる Haldan 模型が、周期変動する蜂の巣光格子中で実現された。この系にフェルミ原子を注入することでトポロジカル絶縁体の実現が期待される一方、ボース原子を注入した際にどのような新しい現象が起こるかは興味深い。我々は、Haldane 模型を相互作用するボソン系へ拡張した Haldane-Bose-Hubbard 模型を考え、BEC 相の励起構造を Bogoliubov 理論により解析した[発表論文⑧]。その結果、相互作用がないときのバンドのトポロジカルな性質が、相互作用する BEC の Bogoliubov 励起バンドに引き継がれること、相互作用ないしは粒子数密度を大きくするとき、非自明な Chern 数を持った領域が徐々に広がることがわかった。この領域では、系に端がある場合、二つの励起バンド間をつなぐようにカイラル・エッジ・モードが現れる。凝縮体の一部をこのようなエッジ・モードにコヒーレントに励起することでエッジ物質波を生成でき、それが背景の凝縮体と干渉することで端に沿って密度波が現れる(図3)。これは、巨視的量子干渉を利用したエッジ・モードの新しい観測法として

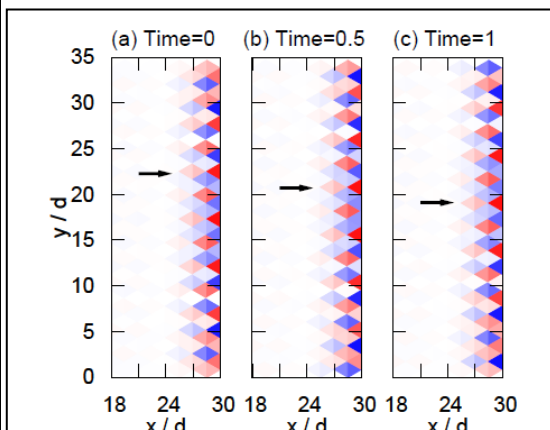


図3: エッジ物質波と背景の凝縮体の干渉パターン。濃淡は密度分布の基底状態からの変化量を示す。3つのパネルは生成後の時間発展を表し、矢印は波の腹が波の位相速度で伝搬する様子を示している。

応用できる。

(5) **人工次元・ゲージ場の下での悪魔の階段**
人工ゲージ場の発生法として、スピン状態を新たな次元（人工次元）として活用する新しい方法が注目されている。人工次元方向の遷移を Raman 過程により誘起することで、一次元空間と合わせた二次元空間の中でゲージ場を生成することができる。我々は、人工ゲージ場中の非自明な強相関現象を探索できる舞台としてこの系に着目し、Raman 遷移振幅の強い極限での有効模型を導くことで解析を行った[発表論文③]。その結果、占有率の関数として無数の結晶状態が次々現れる悪魔の階段が引き起こされることを示した。さらに、ラマン遷移を弱めた際の現象の安定性を解析し、実験に対応した状況でどのような結晶状態が現れるかを決定した。

(6) 測定反作用下の量子臨界現象

量子系を連続的に観測すると測定の反作用がダイナミクスに本質的な影響を及ぼす。従来このような振る舞いは少数自由度の量子系において研究が行われてきたが、近年の冷却原子気体の実験技術の発展により、測定の反作用が量子多体系においても重要となる状況が実現しつつある。特に、量子気体顕微鏡と呼ばれる技術により 1 原子レベルで多粒子系を観測することが可能となっている。我々は、連続観測下にある量子多体系において測定の反作用が量子臨界現象に与える影響について研究を行った[発表論文①⑤]。実効的な非エルミート・ハミルトニアンを解析することで、測定の反作用により (i) 超流動-モット絶縁体転移の転移点がシフトすること、(ii) 朝永・Luttinger 流体において 1 粒子相関と密度相関の臨界指数の振る舞いが異なる新しい普遍クラスが生じることを明らかにした。

(7) 結合した朝永・Luttinger 流体におけるエンタングルメント・スペクトル

梯子系や二次元トポロジカル相におけるエンタングルメント・スペクトルと端状態の一般的関係を調べるため、結合した朝永・Luttinger 流体(TLL)での解析計算を行った[発表論文⑩]。結合したカイラル TLL での計算を通して、量子ホール系においてエッジ、エンタングルメント・スペクトル間の対応関係があることのシンプルな物理的証明を与えた。さらに、結合した非カイラル TLL 系のギャップ相、ギャップレス相において、この対応関係が成り立たない状況があることを議論した。

5. 主な発表論文等

[雑誌論文] (計 12 件)

① Y. Ashida, S. Furukawa, and M. Ueda, Parity-time symmetric quantum critical

phenomena, Nature Communications (査読有; 掲載予定)

② M. Nakagawa and S. Furukawa, Bosonic integer quantum Hall effect as topological pumping, Phys. Rev. B **95**, 165116 (1-9) (2017) (査読有; Editors' suggestion), DOI: [10.1103/PhysRevB.95.165116](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.95.165116)

③ T. Y. Saito and S. Furukawa, Devil's staircases in synthetic dimensions and gauge fields, Phys. Rev. A **95**, 043613 (1-9) (2017) (査読有), DOI: [10.1103/PhysRevA.95.043613](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.95.043613)

④ N. T. Phuc, T. Momoi, S. Furukawa, Y. Kawaguchi, T. Fukuhara, and M. Ueda, Geometrically frustrated coarsening dynamics in spinor Bose-Fermi mixtures, Phys. Rev. A **95**, 013620 (1-12) (2017) (査読有), DOI: [10.1103/PhysRevA.95.013620](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.95.013620)

⑤ Y. Ashida, S. Furukawa, and M. Ueda, Quantum critical behavior influenced by measurement backaction in ultracold gases, Phys. Rev. A **94**, 053615 (1-11) (2016) (査読有), DOI: [10.1103/PhysRevA.94.053615](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.94.053615)

⑥ H. Fujita, Y. O. Nakagawa, Y. Ashida, and S. Furukawa, Fractional quantum Hall states of dipolar fermions in a strained optical lattice, Phys. Rev. A **94**, 043641 (1-12) (2016) (査読有), DOI: [10.1103/PhysRevA.94.043641](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.94.043641)

⑦ O. Janson, S. Furukawa, T. Momoi, P. Sindzingre, J. Richter, and K. Held, Magnetic behavior of volborthite $\text{Cu}_3\text{V}_2\text{O}_7(\text{OH})_2(\text{H}_2\text{O})_2$ determined by coupled trimers rather than frustrated chains, Phys. Rev. Lett. **117**, 037206 (1-6) (2016) (査読有), DOI: [10.1103/PhysRevLett.117.037206](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.117.037206)

⑧ S. Furukawa and M. Ueda, Excitation band topology and edge matter waves in Bose-Einstein condensates in optical lattices, New J. Phys. **17**, 115014 (1-17) (2015) (査読有), DOI: [10.1088/1367-2630/17/11/115014](https://doi.org/10.1088/1367-2630/17/11/115014)

⑨ J. Jeong, M. D. Le, P. Bourges, S. Petit, S. Furukawa, S.-A. Kim, S. Lee, S.-W. Cheong, and J.-G. Park, Temperature-dependent interplay of Dzyaloshinskii-Moriya interaction and single-ion anisotropy in multiferroic BiFeO_3 , Phys. Rev. Lett. **113**, 107202 (1-5) (2014) (査読有), DOI: [10.1103/PhysRevLett.113.107202](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.113.107202)

⑩ S. Furukawa and M. Ueda, Global phase diagram of two-component Bose gases in antiparallel magnetic fields, Phys. Rev. A **90**, 033602 (1-11) (2014) (査読有), DOI: [10.1103/PhysRevA.90.033602](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.90.033602)

⑪ R. Lundgren, Y. Fuji, S. Furukawa, and M. Oshikawa, Entanglement spectra between coupled Tomonaga-Luttinger liquids: Applications to ladder systems and

topological phases, Phys. Rev. B **88**, 245137 (1-14) (2013) (査読有),

DOI: [10.1103/PhysRevB.88.245137](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.88.245137)

⑫ S. Furukawa and M. Ueda, Integer quantum Hall state in two-component Bose gases in a synthetic magnetic field, Phys. Rev. Lett. **111**, 090401 (1-5) (2013) (査読有),

DOI: [10.1103/PhysRevLett.111.090401](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.111.090401)

[学会発表] (計 35 件)

① 古川俊輔, 結合トライマー模型によるボルボサイトの理論(シンポジウム講演)、日本物理学会 2016 年秋季大会、2016.9.13-16、金沢大学角間キャンパス (石川県・金沢市)

② S. Furukawa, Magnetic properties of volborthite determined by a coupled-trimer model, Current Frontiers in Condensed Matter Physics, 2016.6.20-29, International Center for Theoretical Sciences (Bangalore, India)

③ S. Furukawa, Excitation band topology and edge matter waves in Bose-Einstein condensates in optical lattices, CEMS Topical Meeting on Cold Atoms, 2016.6.10-11, RIKEN (Wako, Saitama)

④ S. Furukawa, Mutual information of two disjoint intervals in Tomonaga-Luttinger liquids: bosons versus fermions, YITP long term workshop 2016 "Quantum Information in String Theory and Many-Body Systems" (4-day conference "Holography and Quantum Information"), 2016.5.31-6.3, Yukawa Institute for Theoretical Physics, Kyoto University (Kyoto)

⑤ S. Furukawa, Magnetic properties of volborthite determined by a coupled-trimer model, Trends in Theory of Correlated Materials (Swiss-Japan Workshop 2016), 2016.5.23-25, Paul Scherrer Institute (Villigen, Switzerland)

⑥ S. Furukawa, Devil's staircases in synthetic dimensions and gauge fields, Beijing-Tokyo Joint Workshop on Ultracold Atoms, 2016.4.12-13, Institute for Advanced Study, Tsinghua University (Beijing, China)

⑦ S. Furukawa, Quantum Hall physics of bosons in synthetic gauge fields, International Workshop "Synthetic Quantum Magnetism", 2015.8.31-9.4, Max Planck Institute for the Physics of Complex Systems (Dresden, Germany)

⑧ S. Furukawa, Excitation band topology and edge matter waves in Bose-Einstein condensates in optical lattices, 24th Annual International Laser Physics Workshop, 2015.8.21-25, Courtyard by Marriott Hotel Shanghai Pudong (Shanghai,

China)

⑨ 古川俊輔, エンタングルメント・エントロピーと共形場理論(チュートリアル講演)、第 32 回量子情報技術研究会(QIT32)、2015.5.25-26、大阪大学豊中キャンパス (大阪府・豊中市)

⑩ 古川俊輔, 人工ゲージ場中の冷却原子系における量子ホール物理、統計物理学懇談会(第 3 回)、2015.3.9-10、慶応大学 (神奈川県・横浜市)

⑪ S. Furukawa and M. Ueda, Quantum Hall states in two-component Bose gases in synthetic gauge fields, YITP Long-Term Workshop "Novel Quantum States in Condensed Matter 2014", 2014.12.1, Yukawa Institute for Theoretical Physics, Kyoto University (Kyoto)

⑫ 古川俊輔, ボソンの整数量子ホール状態(シンポジウム講演)、日本物理学会 2014 年秋季大会 2014.9.7-10、中部大学春日井キャンパス (愛知県・春日井市)

⑬ S. Furukawa, Quantum Hall states in two-component Bose gases in a synthetic magnetic field, Quantum Gases 2014: Synthetic Gauge Field and Large Spin Systems, 2014.8.26-28, Institute for Advanced Study, Tsinghua University (Beijing, China)

⑭ S. Furukawa and M. Ueda, Quantum Hall states in two-component Bose gases in a synthetic magnetic field, 23rd Annual International Laser Physics Workshop, 2014.7.14-18, Ramada Sofia Hotel (Sofia, Bulgaria)

⑮ 古川俊輔, トポロジカル秩序と量子エンタングルメント(チュートリアル講演)、基礎研究会「量子情報物理学」、2013.12.4-6、京都大学基礎物理学研究所 (京都府・京都市)

⑯ S. Furukawa, Entanglement spectra in topological phases and coupled Tomonaga-Luttinger liquids, International Workshop for Young Researchers on Topological Quantum Phenomena in Condensed Matter with Broken Symmetries, 2013.10.23-26, Culture Resort Festone (Ginowan, Okinawa)

[その他]

ホームページ

<https://sites.google.com/site/shunsukefurukawa/home.jp>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

古川 俊輔 (FURUKAWA SHUNSUKE)

東京大学・大学院理学系研究科 (理学部) ・
助教

研究者番号 : 50647716