

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 28 年 5 月 19 日現在

機関番号：11301

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2013～2015

課題番号：25800308

研究課題名(和文)多階層力学系への変分法的アプローチによる高温プラズマの爆発的崩壊機構の理論研究

研究課題名(英文)Theoretical study of explosive collapse mechanism in high-temperature plasmas by using a variational approach to multi-scale dynamical system

研究代表者

廣田 真 (HIROTA, Makoto)

東北大学・流体科学研究所・助教

研究者番号：40432900

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 1,500,000円

研究成果の概要(和文)：高温プラズマにおいて起こる爆発的な磁気リコネクション(磁力線のつなぎ換え)の機構を明らかにするため、電子慣性と電子温度の効果を含んだ2流体プラズマモデルを用いて、テアリング不安定性の非線形発展を解析した。高解像度の数値シミュレーションを行うことにより、非線形段階の不安定成長には爆発的な傾向があることがわかり、その際、X型の電流シートがリコネクション点の近傍で局所的に発生し、拡大していくことを発見した。変分法に基づいた理論的考察により、このような局所的な磁気リコネクションが効率的に磁気エネルギーを解放していることを示し、新しい爆発的成長速度のスケーリング則を提案した。

研究成果の概要(英文)：A mechanism for explosive magnetic reconnection in high-temperature plasma is investigated by analyzing the nonlinear evolution of a tearing instability in a two-fluid model that includes the effects of electron inertia and temperature. A high-resolution simulation of this model shows an explosive tendency for the nonlinear growth, where it is newly found that the explosive widening of the X-shaped current layer occurs locally around the reconnection point. The reason for the onset of this locally enhanced reconnection is explained theoretically by developing a novel nonlinear variational method. The theoretical model proves that the local reconnection can release the magnetic energy more efficiently than the global one and the estimated scaling of the explosive growth rate agrees well with the simulation results.

研究分野：電磁流体力学、流体力学、安定性理論

キーワード：二流体プラズマ 磁気リコネクション 爆発的不安定性 変分原理

1. 研究開始当初の背景

自然界や実験室におけるプラズマでは、背景の磁場構造や温度勾配といった不均一性を自由エネルギー源としてさまざまな不安定性が発生する。特に、構造の爆発的(または突発的)な崩壊をもたらす不安定性は、物理現象として興味深いだけでなく、磁場閉じ込め核融合研究においては回避すべき危険な現象として問題視されている。このような爆発的現象は高温・希薄な無衝突プラズマにおいて観測される傾向があり、磁気リコネクションが伴う場合が多い。例えば太陽フレアや、地球磁気圏尾部で発生するサブストームでは、大規模なプラズモイドの噴出が観測されており、蓄積された磁気エネルギーが磁気リコネクションを介して熱エネルギーや運動エネルギーへと爆発的に変換されている。また、トカマク型磁場閉じ込め装置において観測される鋸歯状振動は、テアリング不安定性を引き金とした磁気リコネクションによる急激な崩壊が間欠的に繰り返す現象と考えられている。

線形安定性解析により、テアリング不安定性の発生条件や線形成長率については、これまでに十分な理論的理解が得られている。しかし、構造が爆発的に崩壊するほどの非平衡かつ非線形な現象は厳密な解析が未だ及ばない領域であり、宇宙や実験室で現実に起きている”速い”磁気リコネクションを説明する理論の確立には未だ至っていない。これはプラズマ物理学における最重要課題の一つといっても過言ではない。

2. 研究の目的

本研究は、宇宙や実験室の高温プラズマにおける爆発的な崩壊(爆発的不安定性)のメカニズムを理論的に解明するため、これまで用いられてこなかった変分法的アプローチを提案し、テアリング不安定性の非線形成長過程の解析を行うことを目的とする。

具体的には、散逸を無視した無衝突極限の2流体プラズマモデル(拡張MHDモデル)を多階層力学系とみなして変分原理を定式化し、系の自由エネルギー(ここでは磁気エネルギー)を解放させるような仮想変位を与えることで爆発的な不安定性の発生を力学的な運動として予測する。

3. 研究の方法

(1) 解析モデル

一般化されたオーム則によれば、磁気リコネクションは電気抵抗と電子慣性のいずれかによって引き起こされる。無衝突プラズマでは後者の効果が支配的であり、この時、テアリング不安定性(自発的に起こる磁気リコネクション)が非線形段階で加速する傾向にあることがOttaviani & Porcelli(1993)らの数値計算で指摘されている。本研究はこの電子慣性の効果のみを考慮した2流体プラズマモデルが、最も基本的なモデルであると考

え、この加速が爆発的不安定性であるかどうかを数値的・理論的に検証した。

その後、次に重要と考えられる効果として、有限な電子温度の効果も考慮した2流体モデル(Cafaro et al. 1998)の解析を行った。これはいわゆるホール効果の寄与を考慮することにも相当し、磁気リコネクションの速度を大幅に上昇させることで知られている。それぞれ電子慣性効果は電子スキン長 d_e 、電子温度効果は「電子温度で評価したイオンジャイロ半径 ρ_s 」という小さいスケール以下でのみ機能する効果であり、巨視的にはそれらを無視した理想MHD近似がよく成り立つ。その意味で2流体モデルはマルチスケールの階層構造をもった力学系である。

(2) 問題設定

本研究では簡単のため、z方向には一様磁場 B_{z0} が存在するとし、それに垂直な二次元のプラズマ運動のみを考える。xy方向には周期境界を課した領域 $[-L_x/2, L_x/2] \times [-L_y/2, L_y/2]$ を考え、初期にy方向の磁場が $B_y(x) = B_{y0} \sin(2\pi x/L_x)$ という平衡状態で存在したとする。この平衡は領域のアスペクト比が $L_y/L_x > 1$ の場合にテアリング不安定となり、 $x = 0, \pm L_x/2$ の位置で磁力線がつながり変わって図1のような磁気島が広がっていく。この時、プラズマ(すなわち磁力線)のx方向の変位幅 ϵ を図1のように定義し、これが時間とともに爆発的に成長するかどうかを調べた。

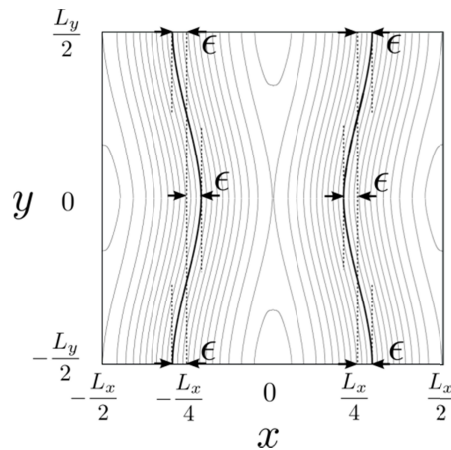


図1. テアリング不安定性

(3) 数値解析手法

xy方向に周期的であることから、空間方向にはスペクトル法を用い、時間方向には適応刻み幅の四次精度ルンゲ・クッタ法を用いた。磁気リコネクションが起こるx点(図1の原点)近傍ではz方向に流れる薄い電流シートが形成されるが、その厚みは d_e 程度であるため、それよりも格子間隔を小さくとる必要がある。一方で、 ϵ の爆発的成長がみられるのは、 ϵ が d_e や ρ_s よりも大きく、 $L_x/4$ よりも小さい間だけである。この間のスケール比をできるだけ大きくしなければ、爆発的成長かわからないうちに系の磁気エネルギーは枯渇してしまう(すなわち崩壊が完了してしま

う)。本研究では東北大学の未来流体情報創造センターのスパコンを利用して、 $d_e = \rho_s = 0.005L_x$ というパラメータで最大8000x8000程度の格子数の計算を行った。これよりも大規模の計算では、スペクトル法の欠点である通信量の増大が支配的になって並列化効率が下がるため、これが現状の計算コードと計算資源における限界であった。

(4) 理論解析手法

流れのない理想MHD平衡の線形安定性解析では古くから「エネルギー原理」と呼ばれる変分法が活用されてきた。これはMHD方程式のラグランジアンを記述したとき、磁気エネルギーや内部エネルギーは、古典力学系でいうところのポテンシャルエネルギー W に相当するという類似性に基づいている(磁力線がしばしば張力をもった弾性紐にたとえられるのも、この力学的アナロジーによるものである)。プラズマの変位に対する W の変化量、つまり変分 δW が負になるような場合に、その変位は不安定であり、 δW が最小となる方向へ運動が加速されていく。

散逸を無視した2流体モデルも同様にハミルトン力学系であるため、本研究はこれに対するエネルギー原理の導出をまず行った。そして、このアイデアを変位が大きい非線形段階にまで適用する試みを行った。一般にこの方法がうまくいくという数学的な保証はないが、爆発的不安定性が起きている場合には、それに相当する変位に対してポテンシャルエネルギーが急勾配で減少していることが期待される。

4. 研究成果

(1) 電子慣性効果による磁気リコネクション

まずは、理想MHDに電子慣性効果のみを加えた2流体モデルを考察し、ラグランジアンを導出、および線形安定性に対するエネルギー原理の導出を行うことに成功した。 y 方向の擾乱の波数を $k = 2\pi/L_y$ とすると、線形不安定性の成長率 γ は数値計算によって図2の実線のように求まる($\tau_H = (2\pi/L_x)B_{y0}$ はアルフベン時間)。従来の理論では漸近接続法によって、この成長率を近似的に求めるのが主流であるが、本研究ではエネルギー原理によ

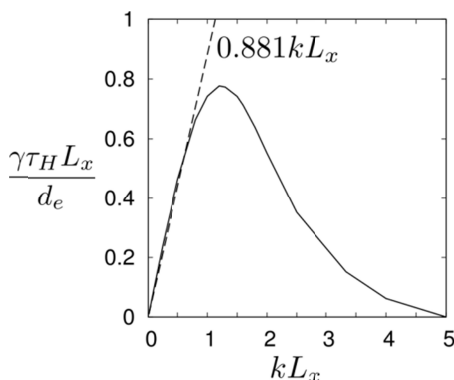


図2. 線形成長率 ($d_e/L_x = 0.01$)

っても成長率を求めることができることを初めて示した。実際、 k が小さい極限では、仮想変位として単純な折れ線関数を δW に代入することで、図2の点線のような成長率を求めることができた。このように、厳密な解を求めるのは難しくとも、それとよく似た試行関数をうまく選んで δW をできる限り最小化していけば、厳密解に近い解が得られるのが、エネルギー原理、すなわち変分法の利点である。

引き続き非線形発展のシミュレーションを行うと、この成長率は $\epsilon > d_e$ となった段階で加速する傾向がみられ、電流シートが y 方向に伸びた、いわゆるY型のシート構造が確認できた。本研究ではこの非線形段階に対しても上記の変分法のアイデアを適用した。まず、先ほどの線形段階では、仮想変位の代入によってラグランジアンが、

$$L = \left(\frac{d\hat{\epsilon}}{d\hat{t}}\right)^2 - U(\hat{\epsilon})$$

に帰着される。ここで、 $\hat{\epsilon} = \epsilon/d_e$ 、 $\hat{t} = t/\tau_0$ ($\tau_0 = \tau_H/kd_e$)という規格化をし、 U は規格化された δW である。線形段階では $U \approx -0.881\hat{\epsilon}^2$ と見積もられるため、指数関数的成長(図2)が得られた。一方、非線形段階の仮想変位としては、図3のようなやはり折れ線状のものをラグランジアンに代入した。その結果、磁気エネルギーが $U \approx -0.439\hat{\epsilon}^3$ という三次関数で減少するという見積もりを得

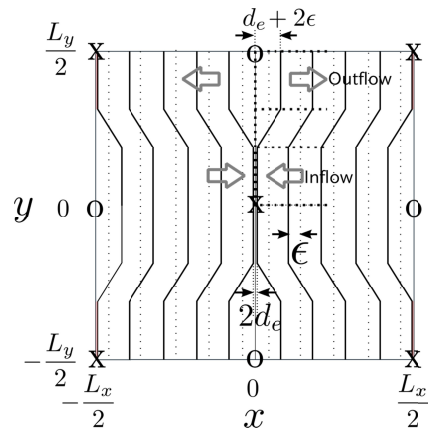


図3. 非線形段階の仮想変位(Y型)

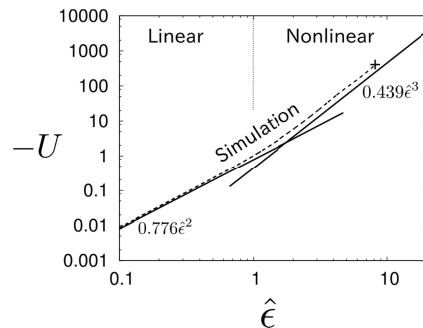


図4. ポテンシャルエネルギー変化 ($d_e/L_x = 0.01$, $L_y/L_x = 4\pi$)

ることができた。実際に、数値計算結果においても、同様な三次関数のスケージング則で磁気エネルギーが減少していることが確認できた(図4)。これは対応する一変数 ϵ の運動方程式を解けばすぐわかるように、 ϵ は τ_0 程度の有限時間で爆発する(無限大に発散すること)を示している。現実の世界や数値計算では、系のサイズ(L_x)が有限なので無限大になる前に L_x に達して成長は止まる(磁場構造が崩壊する)が、仮に L_x を何十倍、何万倍に大きくしたとしても、同じ τ_0 程度の時間で崩壊するというのが爆発的成長の特徴である。

ただし、非線形段階の数値計算をさらに進めていくと、電流シート内部のy方向流れがケルビン・ヘルムホルツ不安定となり、局所的に乱れた擾乱が発生する様子も観察された。このような二次発生的な乱流運動を変分法で扱えるかどうかは、今後の課題であるが、それを駆動する一次的な運動は、図3のようなコヒーレントなもので理解できたと考えられる。

(2) 電子温度効果の寄与

次に有限な電子温度の効果を加えたモデルに対し、同様な解析を行った。 d_e 以外にもう一つのスケール長 ρ_s が加わるが、本研究では簡単のため、 $d_e = \rho_s$ の場合のみを考察した(ρ_s が d_e よりも小さい場合は前節の結果に近づくが、 d_e よりも大きい場合は数値計算コストが増大し、爆発的成長を見るのはさらなる計算資源を要する)。電子温度効果によって磁気リコネクションの速度は全体的に上昇するが、それよりも電流シートの構造がX型になることが、前節のY型とは本質的に異なる。X型電流シートでは、Y型であったような二次的不安定性が発生せず、磁気エネルギーを解放するにはおそらく最も適した形状であることが予想される。

本研究ではアスペクト比を変えていくつか数値計算を行ったところ、ある程度大きいアスペクト比 L_y/L_x においては、もはや L_y とは無関係に、それよりも小さなX型電流シートが発生し、それが拡がりながら爆発的に成長する様子が観察された(図5)。

このような観察結果をヒントにして、理論的には図6のような仮想変位を選んでモデ

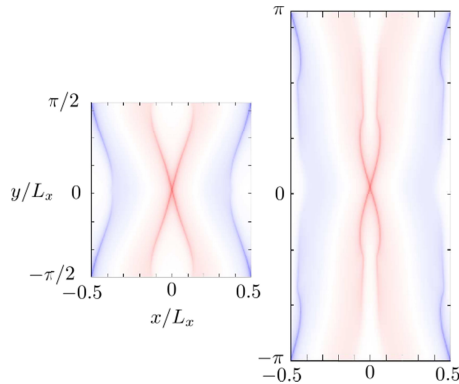


図5 . 電流シートの分布($d_e = \rho_s = 0.02L_x$ で左は $L_y/L_x = \pi$, 右は $L_y/L_x = 2\pi$)

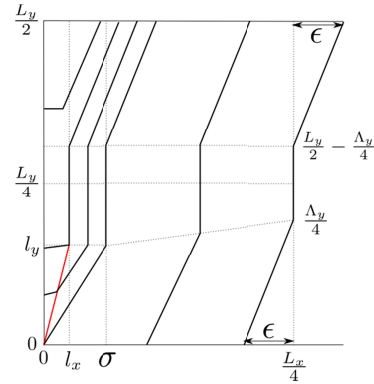


図6 . 非線形段階の仮想変位 (X型)

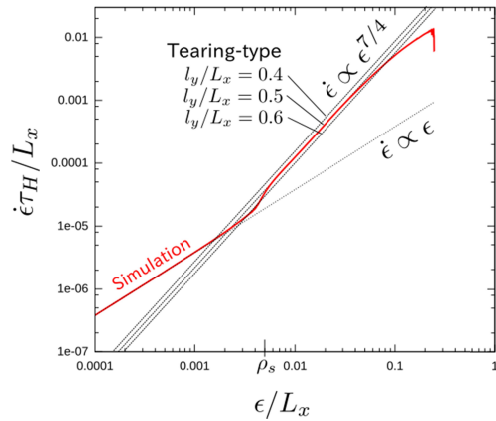


図7 . 爆発的成長のスケージング

$$(d_e = \rho_s = 0.005L_x, L_y/L_x = 5.85)$$

ル化を行った(対称性により、原点からみて第一象限のみを図示している)。図の赤い線が局在したX型電流シートであり、その大きさを l_x, l_y といったパラメータで与えている。従って、 ϵ 以外にも未定変数がいくつか存在するが、このような仮想変位が、全エネルギーの保存を満たしつつ、磁気エネルギーを最も効率良く減少させるように、パラメータを決めていった。結果として、 l_y は確かに $l_y = L_y/4$ よりも $l_y \approx 0.5L_x$ 程度に短い方が、効率的であることが分かった。また、この時の爆発的成長のスケージングは $d\epsilon/dt \approx \epsilon^{7/4}/\tau_H$ と見積もることができ、数値計算結果とも定量的によく一致する(図7)。

このスケージングはもはや d_e や ρ_s に依存しておらず、爆発する時間はアルフベン時間 τ_H 程度である事は興味深い。実際、電流シート内部のエネルギーは、その厚みである $d_e = \rho_s$ が十分に薄ければ無視できる程小さく、力学的な仕事はほとんど何もしていない。これらの微視的效果は磁力線のつなぎ換えを起こすためのみに必要であり、磁気エネルギーから運動エネルギーへの変換は、磁力線の張力によって運動が加速されるという、巨視的な理想MHD現象によるものである。

宇宙のプラズマのスケールに比べれば電子慣性長 d_e はとても小さく、従来の定常性磁気リコネクションモデルや線形のテアリング不安定性では、観測される磁気リコネクシ

オン速度を到底説明できないと考えられてきた。しかし、このような爆発的な非線形加速によって (d_e の値とは無関係に) アルファベータ速度にまで達するのであれば、太陽フレアのような爆発現象の理解へ大きく近づいたといえる。

<引用文献>

M. Ottaviani and F. Porcelli, Phys. Rev. Lett. **71**, 3802 (1993).
E. Cafaro, D. Grasso, F. Pegoraro, F. Porcelli, and A. Saluzzi, Phys. Rev. Lett. **80**, 4430 (1998).

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計5件)

M. Hirota, Y. Hattori, and P. J. Morrison, "Explosive magnetic reconnection caused by an X-shaped current-vortex layer in a collisionless plasma" Phys. Plasmas **22**, 052114 (2015). 査読有
doi: 10.1063/1.4921329

M. Hirota, P. J. Morrison, Y. Ishii, M. Yagi, and N. Aiba, "Nonlinear variational method for predicting fast collisionless magnetic reconnection" Nucl. Fusion **53**, 063024 (2013). 査読有
doi:10.1088/0029-5515/53/6/063024

[学会発表](計10件)

廣田 真 "二流体効果をもたらすテアリングモードの爆発的成長 ~X 型の電流・渦シート構造の形成とスケーリング則について~" 平成 27 年度 NIFS 共同研究研究会「電磁モデルによるプラズマ中の不安定性・乱流に関する理論・シミュレーション」(招待講演) 2015 年 12 月 17 日 核融合科学研究所(多治見)

M. Hirota, Y. Hattori, "Nonlinear analysis of explosive growth of collisionless magnetic reconnection in the presence of the effect of finite electron temperature" 56th Annual Meeting of the APS Division of Plasma Physics, 2014 年 10 月 29 日 New Orleans (USA)

廣田 真、服部 裕司 "有限電子温度効果が介在する爆発的磁気リコネクション" 日本物理学会 第 69 回年次大会 2014 年 03 月 29 日 東海大学(平塚)

M. Hirota, P. J. Morrison, and Y. Hattori, "Variational analysis of linear stability of flowing equilibria based on action-angle representation" 55th Annual Meeting of the APS Division of Plasma Physics, 2013 年 11 月 13 日 Denver (USA)

[図書](計1件)

Y. Fukumoto, M. Hirota and Y. Mie, "Nonlinear Physical Systems: Spectral Analysis, Stability and Bifurcations" Wiley-ISTE, 2013, 総ページ数 448 (139-154)

[産業財産権]

出願状況(計0件)

取得状況(計0件)

[その他]

6. 研究組織

(1)研究代表者

廣田 真 (HIROTA, Makoto)
東北大学・流体科学研究所・助教
研究者番号: 40432900

(2)研究分担者

(3)連携研究者

(4)研究協力者

Philip J. Morrison
University of Texas at Austin, Professor
研究者番号: なし

服部 裕司 (HATTORI, Yuji)
東北大学・流体科学研究所・教授
研究者番号: 70261469