

**科学研究費助成事業 研究成果報告書**

平成 28 年 6 月 24 日現在

機関番号：14301

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2013～2015

課題番号：25820208

研究課題名(和文) 変分法を用いた自由表面を有する非ニュートン流体の数値解析法の開発

研究課題名(英文) Development of numerical simulation for Non-Newtonian Fluid including free surface problem with variational method

研究代表者

西藤 潤 (Saito, Jun)

京都大学・工学(系)研究科(研究院)・准教授

研究者番号：40456801

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 1,800,000円

研究成果の概要(和文)：本研究では、変分原理を用いた新しい定式化とそれに基づく新しいプログラムコードの開発により、フレッシュコンクリートや雪崩など非ニュートン流体でモデル化される物質のシミュレーションを容易にした。本研究では、一般的な非ニュートン流体に加え、砂などの流動性を持つ物質を扱えるようにし、対象となるモデルを拡張した。また、定式化に改良を加え、数値計算の収束性を改善させた。また、モデルの妥当性を検証するため、スランプ試験を行い、数値計算と比較を行った。

研究成果の概要(英文)：New formulation and development of program code based on the new formulation enable the numerical simulation for Non-Newtonian fluid such as fresh concrete and avalanche. The formulation was extended to handle with a Non-Newtonian fluid such as Bingham, shear-thinning and shear-thickening fluid and sand that moves with fluidity. Furthermore, the modification of discretization improved convergence of iterative computation for solving linear equations. Moreover, slump test was conducted, and the test result was compared with the numerical result to check the validity of this study.

研究分野：応用力学

キーワード：非ニュートン流体 変分原理 自由表面 差分法 フレッシュコンクリート 砂

## 1. 研究開始当初の背景

土木構造物の多くがコンクリートによって作られる。コンクリート構造物は固まる前のフレッシュコンクリートを型枠に流し込んで形成される。この工程は、これまで蓄積された経験的な知見をもとに行われることが多い。しかし、施工性や安全性の向上のために、力学的な挙動を知ることができれば、施工の助けになる。そのためには、実験や数値解析が必要となる。巨大な土木構造物の施工に関する実験は、費用および時間が膨大にかかるため、一般に難しい。そのため、それに代わる方法として数値解析によってパラメトリックスタディすることが期待される。数値解析によってコンクリート構造物の施工を再現計算することができれば、費用と時間を大幅に削減することが可能となる。一般に、フレッシュコンクリートはビンガム流体と呼ばれる非ニュートン流体でモデル化される。そのため、非ニュートン流体の挙動を再現できる数値計算手法が必要となる。他にも、土石流や雪崩の挙動も、非ニュートン流体でモデル化されるため、非ニュートン流体の数値解析手法が確立されれば、これらの被害予測ができるようになり、土木分野に資すると考える。

これまでも、非ニュートン流体の数値解析手法に関する研究は行われている。しかし、差分法や粒子法などの数値計算手法では、非ニュートン流体として扱うべきところをニュートン流体の枠組みで解いたり、トラクションフリーの境界条件に代わって、静水圧が0となる条件に置き換えて解いたりすることが多く、支配方程式や境界条件を厳密に満足しているとは言い難い。また、有限要素法を用いた研究も存在するが、大きな変形を伴う問題では、要素の形状が歪むため、要素の形状を再構成する必要がある。この手続きに非常に煩雑である。

## 2. 研究の目的

本研究の目的は非ニュートン流体の数値解析手法を開発することである。特に、「応力とひずみ速度の関係を表す構成関係式」と「自由表面におけるトラクションフリーの条件」を厳密に満足する数値解析手法を提案する。非ニュートン流体はひずみ速度と応力の関係が非線形となる流体のことであり、絵の具やケチャップなど身近なものも非ニュートン流体でモデル化される。非ニュートン流体には、いくつかの種類があり、そのそれぞれで構成関係式が異なる。本研究では、そのうちのいくつかの非ニュートン流体を扱えるように、それぞれの種類の流体に対して定式化を行う。そして、プログラムに実装することで、数値計算による非ニュートン流体のシミュレーションを可能とする。

本研究における定式化とは、主に汎関数を定義することである。一般に、形状が変化する

る流体の自由表面を数値解析で直接取り扱うためには、何らかの特別な方法が必要となる。本研究では、自由表面を直接取り扱うことを避けるため、元の支配方程式と境界条件からなる問題を、自由表面の扱いが不要となる別の問題に置き換える。その問題とは、ある適当な汎関数のミニマックス問題である。元の問題を離散化するのではなく、等価なミニマックス問題に置き換えて、それを離散化してから問題を解く。この元の問題と新しく定義されるミニマックス問題の等価性は変分法によって証明される。ミニマックス問題から導出されるオイラー方程式が、支配方程式と境界条件を満足している。このミニマックス問題は境界での積分を含まず、領域内のみ積分となっているため、境界での取り扱いを避けることが可能となる。このミニマックス問題を介して解く手法はニュートン流体ではすでに提案されているが、非ニュートン流体に適用された例はない。

本研究ではこのミニマックス問題を解くために、Particle In Cell 法 (PIC 法) を用いて解析を行う。PIC 法では、運動方程式において、移流計算部分をラグランジュ的に解き、構成式や物体力からなる項をオイラー的に計算する方法である。流体は粒子の集合として表現されるため、自由表面の表現が容易である。しかし、ミニマックス問題の導出は、PIC 法と関係なく行うことができるため、本研究で提案する定式化は他の差分法に対しても適用可能である。

対象とする問題は、フレッシュコンクリートや土石流を想定している。これらの物体は微視的にはいくつかの材料から構成されているため、連続体ではない。しかし、ここでは、巨視的な挙動が分かれば十分であるため、材料の性質が一様であると仮定した連続体を対象に計算を行う。

## 3. 研究の方法

本研究はプログラムの開発が主たる内容であるため、研究の方法は「定式化」、「プログラムコードへの実装」、「検証」の三つに大別される。

(1) 定式化では、まず、本来の「解くべき支配方程式および境界条件からなる問題」と等価な「汎関数のミニマックス問題」を考える。異なる種類の非ニュートン流体はそれぞれ別の形の構成関係式で表現される。そのため、非ニュートン流体の構成関係式を満足するために、それぞれ汎関数を定義する。構成関係式の表現はすでに知られているので、本研究では、この構成関係式が導出されるような汎関数を作成する。今回の研究で対象とする非ニュートン流体はこれまでの研究で対象としたビンガム流体に加え、ダイラタント流体と擬塑性流体である。また、同時に砂の流動性についても検討するため、流れ則を満足する汎関数についても新しく提案を行う。

(2) プログラムコードの実装では、新しく提

案する定式化に基づいて行う。数値解析における反復計算の収束性や精度の向上に留意する。また、並列化による計算時間の短縮を図る。なお、本研究では Particle In Cell 法 (PIC 法) を用いて解析を行う。PIC 法では移流計算をラグランジュ的に行い、それ以外の計算をオイラー的に行う方法である。流体は粒子の集合として表現される。

(3) 検証は、定式化やプログラムの妥当性を確認するために行う。既往の研究や本研究で行うフレッシュコンクリートのスランプ試験と比較する。スランプ試験の実験では、流動が止まった後の状態だけでなく、流動過程に着目して観察を行う。

#### 4. 研究成果

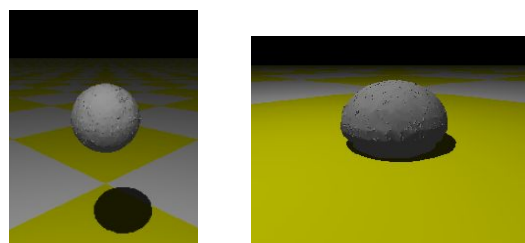
(1) 研究開始当初、開発中のプログラムはニュートン流体とビンガム流体の数値シミュレーションを行うことが可能であった。本研究により、ニュートン流体とビンガム流体に加え、ダイラタント流体と擬塑性流体も同様に数値計算が行えるよう定式化およびプログラムへの実装を行い、拡張した。それぞれの流体で異なる点は、ひずみ速度と応力を関係づける構成関係式にある。例えば、ビンガム流体はある一定の応力までひずみが生じない、すなわち、流動性を示さないという特徴を有している。また、ダイラタント流体はせん断変形が大きくなるほど流動しにくくなる流体であり、擬塑性流体は逆にせん断変形が大きくなるほど流動しやすくなる流体である。これらの流体を表すために、それぞれの流体が持つ構成関係式を元に、汎関数を新しく提案した。この汎関数に対して変分法を用いると、運動方程式や境界条件の他に流体の構成関係式が得られる。汎関数において構成関係式と関連する項は、偏差応力の第二不変量を変数とする関数として定義しており、これにより流体の非圧縮性が満足される。

この新しく提案した汎関数を用いてプログラムコードに実装した。そして、開発したプログラムコードを用いて、様々な非ニュートン流体の挙動を解析し、各流体の特性が表れていることを確認した。非ニュートン流体を表現しうようになったことは大きな成果である。

(2) 非ニュートン流体に加え、砂の流動挙動を解析できるように新しい定式化を行った。砂の構成関係式は流体の構成関係式と異なり、塑性乗数と呼ばれる変数が含まれている。流体のひずみ速度は適当な関数の応力に関する勾配に等しいのに対して、砂の速度はその勾配に塑性乗数が乗じられている。そのため、流体の計算で用いた汎関数では砂の流動性を計算することはできない。そこで、砂の計算では、砂が満足すべき降伏条件を制約条件として扱うことを提案した。これにより、解くべき問題は制約条件が付帯した汎関数

のミニマックス問題となる。この制約条件付のミニマックス問題は、やはり変分法を用いることで砂の初期値境界値問題と等価になる。なお、このミニマックス問題をラグランジュの未定乗数法を用いて解くと、ラグランジュの未定乗数として塑性乗数が見れる。なお、過剰な体積膨張を抑制するため、非関連流れ則に従うものとして解いた。

(3) これまでの研究では 2 次元を対象としてきたが、これを 3 次元に拡張した。2 次元の定式化から 3 次元の定式化には自然に拡張することができる。ただし、導出された式は煩雑なものとなるため、プログラムコードへの実装は容易ではない。また、対象を 3 次元とすると未知数が大幅に増大するため、当然それに伴って計算量が増える。そこで、計算時間を短縮するために、ボトルネックとなる線形計算の係数行列の作成とそれを解く共役勾配法に対して、OpenMP を用い並列化した。また、視覚的に現象を捉えやすくするため、Marching tetrahedra により粒子のデータから、自由表面の位置を計算し、ポリゴンデータに変換した後に可視化を行った。この可視化により、視覚的な説明が容易になる。可視化の結果を下図に示す。球体状のダイラタント流体を落下させたときの様子を表している。計算中では粒子の集合で表されている流体が、一体となって表現されていることが分かる。また、ダイラタント流体はせん断変形が大きくなるほど流動しにくくなる流体であり、図(b)から分かるように流体にも関わらず、ほとんど流動していない様子が分かる。



(a) (b)

図：球体状のダイラタント流体の落下

(4) これまで開発してきた定式化は速度と応力を同時に求める線形計算を解いていたため計算量が多かった。また反復計算における収束が良くないという問題点があった。前者の計算量の問題については、離散化された式において、速度を消去することで解決した。この代入計算により、応力のみを未知数とする線型方程式が得られ、計算効率を向上させた。この代入計算は難しくはないが、得られる式が多くの項を含んでいるため、実装は容易ではない。

後者の計算精度に関しては、以下の 2 つの工夫を行った。ひとつめは、気体中にあるセルでも流体の速度 (外挿された速度) を未知

数に加え計算したことである。これにより、解くべき線形方程式の条件数が小さくなり、反復計算における収束性が向上した。ふたつ目は、構成関係式をサブセルごとに計算したことである。これまでの関係式では大きなセルで構成関係式を満足するように定めていた。大きなセルのままで計算を行うと、上述の代入計算によって得られる式が大変煩雑になる。サブセルを使うことにより、多少の煩雑さが解消される。そのため、プログラムコードも短くなり、開発が容易になる。

(5) 数値計算手法の妥当性を検証する比較材料とするため、フレッシュコンクリートのスランプ試験の様子をビデオ撮影し、フレッシュコンクリートの流動性を調べた。スランプ試験とはフレッシュコンクリートの流動性を調べるための一般的な試験である。通常のコンクリート材料を用いた場合、得られる実験値のバラツキが大きく、十分な再現性を得ることが困難であったため、供試体から粗骨材を除くケースも試し、いくつかの実験データを取得した。そして、その実験結果と数値計算手法を比較した。

#### 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕(計 2 件)

西藤 潤，島越 貴之，変分法を用いた非ニュートン流体の三次元解析の基礎的研究，計算数理工学論文集，査読有，14 巻，2014，73-78

西藤 潤，春日井 健太，小林 俊一，混合型剛塑性有限要素法における辺ベース要素の適用とその応用性，土木学会論文集 A2 (応用力学)，査読有，71 巻，2015，I\_339-I\_348

DOI:10.2208/jscejam.71.I\_339

〔学会発表〕(計 4 件)

西藤 潤，変分法を用いた自由表面を持つ非ニュートン流体の三次元解析，日本機械学会第 26 回計算力学講演会，佐賀，2013

西藤 潤，島越 貴之，変分法を用いた非ニュートン流体の三次元解析の基礎的研究，計算数理工学シンポジウム 2014，松本，2014

西藤 潤，春日井 健太，小林 俊一，混合型剛塑性有限要素法における辺ベース要素の適用とその応用性，第 19 回応用力学シンポジウム，金沢，2015

K. Kasugai, J. Saito and S. Kobayashi, Application of node-based uniform strain elements to mixed limit analysis, XII International Conference on Computational Plasticity, Barcelona

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕  
出願状況 (計 0 件)

取得状況 (計 0 件)

〔その他〕

#### 6. 研究組織

西藤 潤 (SAITO, Jun)

京都大学・大学院工学研究科・准教授

研究者番号： 40456801