

**科学研究費助成事業 研究成果報告書**

平成 29 年 6 月 13 日現在

機関番号：11501

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2013～2016

課題番号：25870630

研究課題名(和文)大規模問題への適用を目指した拡張境界節点法の改良

研究課題名(英文)Improvement of Extended Boundary-Node Method for Large-Scale Simulation

研究代表者

齋藤 歩 (Saitoh, Ayumu)

山形大学・大学院理工学研究科・准教授

研究者番号：20400533

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,300,000円

研究成果の概要(和文)：これまでスーパーコンピュータでなければ不可能とされていた数万から数十万個自由度をもつ大規模シミュレーションもパソコン取り扱うことが可能となってきたことに伴い、より高精度かつ高速な数値解法が求められるようになってきた。本研究では、境界型メッシュレス法に着目する。スピードの観点から拡張境界節点法(X-BNM)を改良し、同法を用いた大規模シミュレーションの実現を目指している。

数値実験より、H-行列法を適用したX-BNMは従来法と比べて非常に高速に計算できることを示した。この結果、大規模シミュレーションに対して、X-BNMも強力なツールになり得ることが示された。

研究成果の概要(英文)：Recently, a simulation with about 100000 degree of freedom has become able to calculate by using a PC. Therefore, a high-performance numerical calculation method is desired. In this study, we focus on the boundary-type meshless method especially. From the viewpoint of speed, we improve the extended boundary node method (X-BNM), and aim to apply it to a large-scale simulation.

Numerical results have showed that the X-BNM with the H-matrix method can be computed at a very high speed by comparing with the standard X-BNM. As a result, it found that the X-BNM can also be a powerful tool for large scale simulation.

研究分野：数値解析

キーワード：メッシュレス法 数値解法 境界節点法 境界要素法

## 1. 研究開始当初の背景

境界要素法 (BEM) は偏微分方程式の初期値・境界値問題の数値解法の一つであり、電磁界解析、流体解析、構造解析等の分野で幅広く用いられている。BEM では、数値コードを実行する前に予め境界要素に分割する必要があるが、この操作は多大な時間と労力を浪費してしまう。自動要素分割法も多数提案されているが、境界形状が複雑になるほど手作業による処理が増大してしまう。上記問題を解決するため、境界節点法 (BNM) が開発された。BNM はメッシュレス法の一つであるため、入力データを非常に簡素化できる利点をもつ。さらに、解は移動最小自乗近似によって決定された形状関数によって展開できると仮定しているため、非常に滑らかな数値解が得られることも利点の一つである。このような観点から、BNM は BEM に代わる次世代の数値解法と云っても過言ではないのである。しかしながら、BNM にも問題点は存在する。その一つが、境界積分を計算する場合、要素のような積分セルを導入しなくてはならないことである。この操作は要素を分割することとほとんど変わらない。換言すれば、BNM は BEM の欠点を完全には取り除けてはいない。それ故、筆者らはコンピュータ・グラフィックスの分野で注目を集めている陰関数曲面法を用いることによって、セル分割を必要としない BNM の開発に取り組んできた。その結果、拡張境界節点法 (X-BNM) の開発に成功し、同法は BEM に比べて概ね高精度な解が得られることを示した。しかしながら、X-BNM には複雑な境界形状をもつ問題に対する解の精度劣化と解を得るのに要する計算時間が問題として残ったままである。

複雑な境界形状をもつ問題に対する解の精度劣化を回避するため、我々の研究によって X-BNM の改良がなされ、精度劣化の問題が一部解決された。しかしながら、境界形状が複雑になるほど、すなわち、三角度  $\Delta$  の値が大きくなるほど、解の精度劣化は著しい。特に、 $\Delta=3$  の場合では BEM よりも改良された X-BNM の精度が悪化してしまう。

一方、X-BNM の計算スピードの問題は全く解決されていない。近年、BEM の研究成果として、高速多重曲展開法を取り入れた BEM (高速多重曲展開 BEM) が開発された。従来の BEM に比べて、高速多重曲展開 BEM は省メモリ化と高速化の両方を実現している。もし高速多重曲展開 BEM のアイデアを X-BNM にも取り入れたならば、X-BNM の計算スピードの問題を解決できるはずである。また、最近のコンピュータ技術の発展により、大規模コンピュータ、いわゆる、スーパーコンピュータも一般ユーザが利用しやすい環境になりつつある。このような現状を踏まえて、並列分散環境による X-BNM の更なる高速化も検討すべきである。

## 2. 研究の目的

本研究では、大規模問題への適用を目指して X-BNM を改良し、数値実験を通して提案法の性能を評価することを目的とする。研究期間内の達成目標は以下の4点：

- (1) 複雑形状での精度劣化を回避した X-BNM の開発とその性能評価
- (2) 高速多重曲展開法を取り入れた X-BNM の開発とその性能評価
- (3) 並列分散環境を用いた高速多重曲展開 X-BNM の高速化
- (4) 高速多重曲展開 X-BNM の工学的問題への応用

である。1)では、複雑な境界形状をもつ問題に対して、X-BNM の精度が著しく劣化する原因を詳細に分析し、X-BNM の改良をはかる。その際、X-BNM に適した陰関数曲面法も開発する。次に、X-BNM の高速化をはかるため、2)では高速多重曲展開法を X-BNM に適用し、提案法の性能を評価する。3)では、並列分散処理環境を用いて、高速多重曲展開 X-BNM のさらなる高速化を目指す。その際、高速多重曲展開 X-BNM により得られる連立一次方程式に適したソルバーの開発も行う。最後に、4)では本研究で提案する高速多重曲展開 X-BNM を電磁界解析、構造解析や流体解析等の工学的問題に適用し、その有効性を数値的に検証する。

## 3. 研究の方法

本研究では、大規模問題への適用を目指して X-BNM の改良を実行する。まず、複雑な境界形状をもつ問題に対して X-BNM の精度が著しく劣化する原因を詳細に分析し、X-BNM の改良をはかる。その際、X-BNM に適した陰関数曲面法も開発する。次に、高速多重曲展開 X-BNM を開発し、同法の性能を評価する。さらに、並列分散処理環境を用いて高速多重曲展開 X-BNM のさらなる高速化を目指す。その際、高速多重曲展開 X-BNM により得られる連立一次方程式に適したソルバーの開発も行う。最後に、本研究で提案する高速多重曲展開 X-BNM を電磁界解析、構造解析や流体解析等の工学的問題に適用し、その有効性を数値的に検証する。研究期間内に達成する目標を以下に具体的に列挙する。

- (1) 複雑形状での精度劣化を回避した X-BNM の開発

境界形状が複雑になる場合、従来の X-BNM では著しく解の精度が劣化する。それ故、X-BNM の精度が著しく劣化する原因を詳細に分析し、X-BNM の改良をはかる。また、数値実験により、改良された X-BNM の性能評価を行う。

## (2) X-BNM に適した陰関数曲面法の検討

X-BNM には、陰関数による曲面生成は必要不可欠である。しかしながら、これまで X-BNM に適した陰関数曲面法は検討されてこなかった。それ故、最近の陰関数曲面法を詳細に調べ、X-BNM に適した陰関数曲面法の開発を行う。

## (3) 高速多重曲展開 X-BNM の開発に向けた準備

高速多重曲展開 BEM に対する最新研究を調べ、高速多重曲展開法の X-BNM への適用するための基礎理論を構築する。必要に応じて、高速多重曲展開法を適用しやすいように X-BNM の基礎理論を修正する。

## (4) 高速多重曲展開 X-BNM の開発

これまでに構築された高速多重曲展開 X-BNM の数値コードを開発し、同法の性能を評価する。数値実験の結果に応じて、高速多重曲展開 X-BNM の基礎理論の改良をはかる。

## (5) 高速多重曲展開 X-BNM のソルバーの開発

高速多重曲展開 BEM のソルバーには、これまで GMRES 法が採用されることが多かった。それ故、高速多重曲展開 X-BNM のソルバーも GMRES 法を適用する可能が高。しかしながら、近年、多くの前処理付き GMRES 法が提案されてきた。この状況を踏まえて、高速多重曲展開 X-BNM に適したソルバーを開発し、提案法の更なる高速化をはかる。

## (6) 並列分散環境を用いた高速多重曲展開 X-BNM の高速化

大規模計算する場合、並列分散環境を用いて計算することが一般的である。しかしながら、並列計算プログラミングは高度な知識と専門的な技術を有するため、一般ユーザには利用しづらい面がある。それ故、MPI や GPGPU を用いた高速多重曲展開 X-BNM の並列計算手法を確立する。

## (7) 高速多重曲展開 X-BNM の工学的問題への応用

高速多重曲展開 X-BNM の工学的問題への適用可能性を検討する。構造解析や電磁界解析等に現れる偏微分方程式の境界値問題に対して、高速多重曲展開 X-BNM の性能を数値的に評価する。さらに、実験結果と数値結果を比較することによって、物理現象の再現性も評価する。その際、問題が生じた場合、高速多重曲展開 X-BNM の基礎理論の改良も行う。

## 4. 研究成果

【平成 25 年度】X-BNM の基礎理論を見直し、複雑形状に対する同法の精度劣化の原因調査や高速多重曲展開 X-BNM の開発に向けた準備等を目指した。その結果、複雑形状での

X-BNM の精度劣化を回避する方法を提案し、同法の性能が向上した。さらに、高速多重曲展開 X-BNM の開発に向けた準備も整った。

【平成 26 年度】高速多重曲展開 X-BNM の基礎理論の開発及び X-BNM の工学的問題への適用等を目指した。その結果、軸対称プラズマの磁気流体力学平衡解析問題に現れる磁束に関する Grad-Shafranov 方程式の境界値問題に X-BNM を適用し、工学的問題に対する同法の性能を評価できた。

【平成 27 年度】X-BNM は境界型数値解法であるため、境界上に節点を配置すればよいメッシュレス法である。しかしながら、X-BNM では境界要素法と比べて概ね高精度な解が得られる反面、計算スピードが非常に遅いという問題が残っていた。そこで、本研究では大規模問題への適用を目指して X-BNM を改良し、数値実験を通して提案法の性能を評価することを目標とした。その結果、H-行列法を適用した X-BNM は従来の X-BNM と比べて非常に高速に計算できることを示した。また、たとえ解析形状が複雑になったとしても、H-行列法を適用した X-BNM の精度は従来の X-BNM とほぼ一致することもわかった。

【平成 28 年度】電磁波の定常散乱問題は FEM と BEM をそれぞれ内部問題と外部問題に適用した混合解法で解かれてきた。従来法では、象領域、境界及び界面を要素の集合に分割しなければならず、対象の形状が複雑になるほど、その処理には多大な時間と労力を要してしまう。そこで、FEM と BEM の代わりにメッシュレス法による混合解法を提案した。さらに、同法を電磁波の定常散乱問題に適用し、提案法の性能を数値的に調査した。数値実験の結果、波数とは無関係に精度の収束率はほとんど同じであるが、提案法の精度は波数の値の増加に伴って低下した。さらに、リストナートなし GMRES 法は大規模シミュレーションのための有益なソルバーになり得ることが示された。

## 5. 主な発表論文等

- 〔雑誌論文〕(計 13 件)(全て査読有)
- [1] A. Saitoh, T. Takayama, A. Kamitani, "Combination Approach of Domain-Type and Boundary-Type Meshless Methods for Solving Hybrid Boundary-Value Problem of Homogeneous and Inhomogeneous Elliptic PDEs," IEEE Trans. Magn., 53(6), #7202504, 2017.
  - [2] T. Itoh, A. Saitoh, S. Ikuno, A. Kamitani, "Numerical Investigation of Preconditioning for Iterative Methods in Linear Systems Obtained by Extended Element-Free Galerkin

- Method,” J. Adv. Simulat. Sci. Eng., 3(2), pp. 188-205, 2017.
- [3] T. Takayama, A. Kamitani, A. Saitoh, “High-speed method for analyzing shielding current density in HTS with cracks: implementation of H-matrix method to GMRES,” J. Adv. Simulat. Sci. Eng., 3(2), pp. 173-187, 2017.
- [4] T. Takayama, A. Saitoh and A. Kamitani, “Numerical Simulation of Contactless Method for Measuring  $j_c$  in Multiple-Layered Superconducting Film With Cracks,” IEEE Trans. Appl. Supercond., 27(4), #9000805, 2017.
- [5] T. Takayama, A. Saitoh, A. Kamitani and H. Nakamura, “Simulation of Contactless Crack Detection in HTS Films: Application of H-Matrix Method to Fast Matrix-Vector Multiplication,” Plasma Fusion Res., 11, #2401043, 2016.
- [6] A. Kamitani, T. Takayama, A. Saitoh and H. Nakamura, “Speedup of Shielding Current Analysis in High-Temperature Superconducting Film: Implementation of H-Matrix Method,” Plasma Fusion Res., 11, #2401041, 2016.
- [7] A. Saitoh, T. Takayama, A. Kamitani and H. Nakamura, “Performance Improvement of Extended Boundary Node Method for Solving Elliptic Boundary-Value Problems,” Plasma Fusion Res., 11, #2401062, 2016.
- [8] A. Kamitani, T. Takayama, and A. Saitoh “Numerical Investigations on Applicability of Permanent Magnet Method to Crack Detection in HTS,” Physica C, 504, pp.57-61, 2014.
- [9] A. Saitoh, A. Kamitani, and H. Nakamura, “Speed-up Technique of Extended Boundary Node Method for Large-Scale Simulation,” Plasma Fusion Res., 9, #3401061, 2014.
- [10] N. Kamiura, A. Saitoh, T. Isokawa, N. Matsui, and H. Tabuchi, “Ophthalmological Examination Determination Using Data Classification Based on Support Vector Machines and Self-Organizing Maps,” 知能と情報, 26(2), pp.559-572, 2014.
- [11] A. Saitoh, T. Itoh, N. Matsui and A. Kamitani, “Acceleration Technique for Extended Boundary Node Method,” IEEE Transaction on Magnetics, 50(2), # 7011404, 2014.
- [12] N. Kamiura, A. Saitoh, T. Isokawa, N. Matsui and H. Tabuchi, “A Simulation-Based Approach in Estimating Waiting Time for Ophthalmology Outpatients,” International Journal of Intelligent Computing in Medical Sciences & Image Processing, 5(1), pp.31-43, 2013.
- [13] A. Saitoh, T. Itoh, N. Matsui and A. Kamitani, “Accuracy Improvement of Extended Boundary-Node Method,” IEEE Transaction on Magnetics, 49(5), pp.1601-1604, 2013.
- [学会発表] (計 23 件)
- [1] A. Saitoh, T. Takayama, A. Kamitani, “Numerical Approach by Using Only Meshless Method to Solve Both External and Internal Problems,” The 1st Japan-Thailand Workshop on Numerical and Experimental Approaches to Nonlinear Problems, 2016年12月09日, KMITL (タイ王国).
- [2] 齋藤 歩, 高山 彰優, 神谷 淳, “メッシュレス法による内部・外部問題の数値解法,” MAGDA2016, 2016年11月25日, 群馬県桐生市市民文化会館.
- [3] A. Kamitani, T. Takayama, A. Saitoh, S. Ikuno, “Convergence Property Improvement of GMRES in Shielding Current Analysis of Cracked Superconducting Film,” IEEE CEFC 2016, 2016年11月16日, Hilton Miami Downtown (アメリカ合衆国).
- [4] A. Saitoh, T. Takayama, A. Kamitani, “Combination Approach of Domain-Type and Boundary-Type Meshless Methods for Solving Hybrid Boundary-Value Problem of Homogeneous and Inhomogeneous Elliptic PDEs,” IEEE CEFC 2016, 2016年11月16日, Hilton Miami Downtown (アメリカ合衆国).
- [5] A. Kimura, K. Hasegawa, A. Saitoh and S. Tanaka, “gMocren: Visualization software for Monte Carlo simulators for radiotherapy,” JSST 2016, 2016年10月29日, International Science Innovation Building, Kyoto University.
- [6] A. Saitoh, T. Takayama and A. Kamitani, “Numerical Approach Using Meshless Method for Solving Interior and Exterior Boundary-Value Problems,” JSST 2016, 2016年10月29日, International Science Innovation Building, Kyoto University.
- [7] T. Takayama, A. Saitoh and A. Kamitani, “High-Speed Analysis of Shielding Current Density in HTS Film with Cracks,” JSST 2016, 2016年10月29日, International Science Innovation Building, Kyoto University.

- [8] 齋藤 歩, 高山 彰優, 神谷 淳, “メッシュレス法を用いた内部・外部混合境界値問題の数値解法,” 日本応用数理学会 2016 年度年会, 2016 年 09 月 13 日, 北九州国際会議場.
- [9] 高山 彰優, 齋藤 歩, 神谷 淳, “HTS 薄膜内遮蔽電流密度解析の高速化 II : QR 分解と H 行列法の実装,” 日本応用数理学会 2016 年度年会, 2016 年 09 月 13 日, 北九州国際会議場.
- [10] A. Nishimura, A. Saitoh, T. Itoh, N. Matsui, A. Kamitani, “Speed Improvement of Extended Boundary Node Method by Using Adaptive Cross Approximation,” NOLTA2015, 2015 年 12 月 04 日, City University of Hong Kong (香港).
- [11] A. Saitoh, T. Takayama, A. Kamitani and H. Nakamura, “Performance Improvement of Extended Boundary Node Method for Solving Elliptic Boundary Value Problems,” 25th International Toki Conference, 2015 年 11 月 04 日, セラトピア土岐.
- [12] A. Saitoh, A. Komano, T. Isokawa, H. Ikeno, N. Matsui, “3D Volumetric Model Reconstruction from Tomographic Image Data of Honeybee Standard Brain PartII” JSST2015, 2015 年 10 月 14 日, 富山国際会議場.
- [13] 西村明浩, 齋藤歩, 高山彰優, 松井伸之, 神谷淳, “楕円型偏微分方程式の境界値問題を解くための高性能拡張境界節点法の開発,” 日本応用数理学会 2015 年度年会, 2015 年 9 月 9 日, 金沢大学角間キャンパス.
- [14] 齋藤歩, 高山彰優, 神谷淳, 中村浩章, “高性能拡張境界節点法の開発,” プラズマシミュレータシンポジウム 2015, 2015 年 9 月 3 日, 核融合科学研究所.
- [15] A. Saitoh, T. Itoh, N. Matsui, A. Kamitani, “Numerical Technique Based on Extended Boundary Node Method for Solving Grad-Shafranov Equation,” COMPUMAG2015, 2015 年 07 月 01 日, McGill University (カナダ).
- [16] A. Komano, A. Saitoh, T. Isokawa, H. Ikeno, and N. Matsui, “3D Volumetric Model Reconstruction from Tomographic Image Data of Honeybee Standard Brain,” JSST2014, 2014 年 10 月 29 日, 北九州国際会議場.
- [17] 齋藤歩, 伊東拓, 松井伸之, 神谷淳, “RBF 型関数の違いが拡張境界節点法の性能に与える影響,” 日本応用数理学会 2015 年度年会, 2014 年 09 月 03 日, 政策研究大学院大学.
- [18] 駒野敦士, 齋藤歩, 礪川悌次郎, 池野英利, 上浦尚武, 松井伸之, “西洋ミツバチ標準脳断層画像データから 3 次元モデルへの再構成,” 第 43 回数値解析シンポジウム, 2014 年 6 月 11 日, ホテル日航八重山.
- [19] 筒井凌太, 上浦尚武, 松井伸之, 礪川悌次郎, 齋藤歩, 田淵仁志, “前眼部 OCT による個人認証に関する一考察,” 第 58 回システム制御情報学会研究発表講演会, 2014 年 5 月 21 日, 京都テルサ.
- [20] 藤井昌樹, 礪川悌次郎, 池野英利, 上浦尚武, 齋藤歩, 松井伸之, “時空間画像解析によるミツバチダンス行動の検出,” 計測自動制御学会システム・情報部門学術講演会, 2013 年 11 月 18 日, ピアザ淡海.
- [21] 上浦尚武, 齋藤歩, 礪川悌次郎, 松井伸之, “サポートベクターマシンに基づく眼科検査種決定法,” 第 36 回多値論理フォーラム, 2013 年 9 月 14 日, 姫路市市民会館.
- [22] 大西章介, 齋藤歩, 伊東拓, 神谷淳, 上浦尚武, 松井伸之, “拡張境界節点法の高速化- 形状関数が計算スピードに与える影響-,” 日本応用数理学会 2013 年度年会, 2013 年 9 月 10 日, アクロス福岡.
- [23] A. Saitoh, T. Itoh, N. Matsui and A. Kamitani, “Speed Improvement of Extended Boundary-Node Method by Applying of Radial Point Interpolation Method,” JSST2013, 2013 年 9 月 12 日, 明治大学駿河台キャンパス.

[図書] (計 0 件)

[産業財産権]

○出願状況 (計 0 件)

○取得状況 (計 0 件)

[その他]

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

齋藤 歩 (SAITOH AYUMU)

山形大学・大学院理工学研究科・准教授

研究者番号 : 20400533