

平成 30 年 6 月 18 日現在

機関番号：32689

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2013～2017

課題番号：25870814

研究課題名(和文)一般化経験尤度法を用いた金融時系列分析

研究課題名(英文)Generalized empirical likelihood for time series

研究代表者

玉置 健一郎(Tamaki, Kenichiro)

早稲田大学・政治経済学術院・准教授

研究者番号：80409664

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,000,000円

研究成果の概要(和文)：時系列モデルを用いてデータ分析を行う場合、モデルの決定、パラメータの推定、モデルの診断など多くの手順があり、一般的にこれらを別々に行うので煩雑になる。また、手順によって結果が異なる場合、解釈は困難である。それ故、経験尤度法を用いてこれらを同時に行うことが出来る手法を提案し、特にモデルの診断において良い性質をもつことを明らかにした。また、シミュレーション分析により、本手法は従来の手法と比較して多くの場合精度は同等以上であることを示した。

研究成果の概要(英文)：When we analyze data using time series models, there are many steps such as model selection, estimation of parameters, and diagnostic checking. Generally, since these steps are separately implemented, time series data analysis is complicated. Also, interpretation is difficult when the results of these steps are different. Therefore, we propose empirical likelihood methods that can compute these simultaneously, and elucidated that it has excellent properties especially in diagnostic checking. Simulation studies also showed that the proposed method performed equally or better than the usual method in many cases.

研究分野：Time Series Analysis

キーワード：Empirical Likelihood Portmanteau Test GARCH

1. 研究開始当初の背景

時系列分析を行う場合、2つの大きな問題点があると考えられる。1つ目は手順の煩雑さである。一般的に、時系列分析ではモデルの決定、パラメータの推定、モデルの診断と、少なくとも3つのステップが必要である。これは、それぞれのステップを別々に行うことに起因している。さらに、モデル診断で行う残差分析の結果とは関係なくモデル決定やパラメータ推定を行うので非効率である。

問題点の2つ目はモデル制約の厳しさである。例えば、ポートフォリオのリスク管理や判別分析など、多次元データを扱う場合や複数のデータの特長について比較を行う場合、各データのモデルや分布は一般的に異なる。しかし、通常的手法では分析には同じモデルを用いざるを得ない。また同じモデルを用いない場合は、比較自体が困難であることも多い。それ故、モデルを一般化する必要がある。これがさらなるモデルの複雑化を招き、ますます推計が困難になる。

一般化経験尤度を用いてパラメータ推定やモデル診断を行うことが可能であるので、組み合わせることによりこれら複数のステップを同時に行うことができる。さらに、一般化経験尤度はノンパラメトリックな手法であるためモデルや分布が異なるデータに対しても用いることができ、これら2つの問題点を解消することができる。と考える。

2. 研究の目的

本研究の目的は、一般化経験尤度を用いて時系列データの分析手法を構築することである。時系列分析には、手順の煩雑さやモデル制約の厳しさなど、様々な問題点が存在するが、一般化経験尤度を用いることでこれらを改善できる。

具体的には、まず、様々な時系列モデルに対して、パラメータ推定、モデル診断を同時に出来る一般化経験尤度を構築する。この手法は、モデル診断で用いる残差分析を考慮してパラメータ推定を行うものである。効率性だけでなく、有効性の観点からも非常に効果的である。さらにこの手法をモデル決定にも用いることにより、モデルの決定、パラメータの推定、モデルの診断と、3つのステップを同時に行うことが可能となる。

次に、一般化経験尤度は推定関数を用いたノンパラメトリックな手法であるため、モデルや分布を仮定する必要がない。よって、推定関数を工夫することで、モデルや分布が異なるデータに対する一般化経験尤度を構築し漸近理論を明らかにする。

また、シミュレーション分析により近似の精度、モデルに対する頑健性を調べ、他の手法との比較も行う。

3. 研究の方法

本研究においては、まず、過去の共同研究の結果を拡張することで、基本的な時系列モ

デルに対して、パラメータ推定と残差分析を同時に行うことができる一般化経験尤度を構築し、その漸近分布を明らかにする。また、シミュレーション分析を行い、近似の精度、モデルに対する頑健性を調べる。次に、この手法を GARCH モデルなどの金融時系列モデルに拡張し、漸近理論の構築、シミュレーション分析による理論の確認を行う。その後、異なるモデルや分布をもつ多次元データに対する一般化経験尤度の漸近理論を明らかにする。この結果を用いて、モデルの異なるポートフォリオのリスク管理や判別分析を行う。

4. 研究成果

(1) ARMA 等の基本的な時系列モデルに対して、パラメータ推定と残差分析を同時に行うことが出来る周波数領域における経験尤度について研究を行った。まず、最小二乗法や最尤法など、一般的な手法でパラメータを推定した後に経験尤度を用いて残差分析を行う手法では、従来と同様の結論が得られた。つまり、経験尤度により残差分析を行うことができ、漸近分布では当てはめた次数だけ自由度が落ちるカイ二乗分布に従うことを明らかにした。しかし、この手法では時系列分析における手順の煩雑さは全く解消されない。よって、次に、経験尤度を用いて、パラメータ推定と残差分析を同時に行うことを考えた。具体的には、残差のピリオドグラムを用いた経験尤度を構成し、漸近理論の構築とシミュレーション分析を行った。これにより、残差が無相関になるようにパラメータ推定を行い、また同時に、portmanteau test (かばん検定) と同等の残差分析を行うことが出来ることが明らかになった。この手法には以下の2つの長所がある。「パラメータ推定と残差分析を同時に行うことが出来る」と「残差分析において、ラグを十分に大きくする必要がない」ことである。一般的に用いられているかばん検定では、ラグが十分に大きくなければカイ二乗分布に従うという漸近理論は成り立たない。よって、これらの諸結果は、経験尤度を用いることによって、容易に時系列モデルのパラメータ推定と残差分析が同時に行えることを示している。シミュレーション分析においても理論通りの結論が得られ、さらに、モデルの特徴が自己相関で表される場合には、極めて精度よくモデル選択も可能であることが分かった。また、従来手法と比較して計算量は多くないので応用も十分に可能である。しかしながら、この手法には短所がある。推定量の有効性である。ラグが十分に大きいとき、推定量は漸近的に有効になるが、ラグが小さいとき、最小二乗法や最尤法と比較して分散が大きいことがシミュレーション分析により明らかになった。

(2) (1) では残差のピリオドグラムを用いて周波数領域における経験尤度を構成し、漸近

理論の構築とシミュレーション分析を行ったが、この手法では、一般的に有効な推定量は得られない。また、一般的なモデルに対して、モデル選択に用いることが出来ない。それ故、この研究結果の拡張を行った。具体的には、Whittle 尤度の 1 階微分であるスコア関数を用いた推定関数と残差のピリオドグラムを用いた推定関数を合わせた推定関数を考え、これらを用いて周波数領域における経験尤度を構成し、漸近理論の構築とシミュレーション分析を行った。その結果、長所を引き継ぎつつ、有効な推定量も同時に得られることが明らかになった。つまり、有効なパラメータ推定と、ラグを十分に大きくする必要がない残差分析を同時に行うことが出来ることを示した。シミュレーション分析では、周波数領域における従来の推定手法である Whittle 尤度を用いた疑似最尤法と比較して、近似の精度は同等であることが示された。さらに、この経験尤度を ARMA モデルの次数選択に応用した。つまり、残差分析によるモデル診断の結果を用いて、残差が無相関になるモデルの中で、最小の次数を選択する手法を考えた。モデル選択基準では AIC や BIC などを用いることが一般的であるが、多くの場合、AIC は過大推定し、BIC は過小推定する傾向がある。シミュレーション分析では、経験尤度による次数選択は、多くの場合、AIC と BIC の中間であることが示された。特に、標本数が十分に大きくない場合や、パラメータの真値が 0 に近く、誤選択が起こりやすい場合では、BIC よりも非常に精度が良いことが明らかになった。これらの結果により、ARMA モデルを用いた分析において、次数選択、パラメータ推定、残差分析の 3 つを経験尤度法で同時に行うことが出来ることが明らかになった。この研究成果は国際研究集会で発表した。

(3) これまで経験尤度を用いて研究を行ったが、得られた諸結果を一般化経験尤度に拡張し、漸近理論の構築とシミュレーション分析を行った。つまり、一般化経験尤度を用いて、ARMA モデルの次数選択、パラメータ推定、残差分析の 3 つを同時に行うことが出来ることを明らかにした。特に、時系列モデルにおける残差分析は、漸近理論やラグの選択など、理論・応用の両面において多くの困難があるが、提案手法ではラグを任意に選択することが出来るので、理論だけでなく応用において非常に有用である。しかしながら、シミュレーション分析において、次数選択とパラメータ推定の近似精度は非常に良い結果を得たが、残差分析においては、モデルの次数が大きい場合には、近似精度が良くないことが明らかになった。それ故、バイアス調整やスムーズ化したピリオドグラムを用いるなど、残差分析をおこなう推定関数を変更した場合の理論についても研究を行ったが、近似精度は改善されなかった。これらの手法は従来の手法と比較して最適化関数が複雑になるた

め、計算量が増大し結果が不安定になる場合もあるので、改善する必要がある。

また、一般化経験尤度を用いたグレンジャー因果性の検定について研究し、単位根に近い場合の修正手法について、シミュレーション分析を行った。この研究成果はセミナーで発表した。

(4) ARMA モデルに対する諸結果を、GARCH モデルなど金融時系列モデルへ応用するための研究を行った。まず、GARCH モデルの 2 乗は ARMA モデルで表現できるので、これまでの研究と同様に周波数領域における経験尤度を用いてパラメータ推定とモデル診断を同時に行う手法について考えた。しかしながら、シミュレーション分析の結果、推定・検定の両方において近似精度は良くないことが明らかになった。次に、時間領域における経験尤度を用いて推定・検定を行う手法について研究を行った。モーメント条件として、推定においては対数尤度関数の 1 階微分であるスコア関数、モデル診断においては自己相関関数を用いることにより、最尤法の場合と同じ漸近分散をもつ推定と、一般的なモデル診断の手法であるかばん検定を同時に行うことが出来る手法を提案した。GARCH モデルに対するかばん検定は複数提案されているが、シミュレーション分析の結果、検出力はほとんどの場合において他の検定より高いことが示された。またサイズに関しては、他の検定手法では過小評価、本検定手法では過大評価する傾向があることが示されたが、近似精度は本検定手法の方が良いことが明らかになった。さらにモデル選択においても経験尤度関数を用いることができ、モデル選択、推定、モデル診断が 1 つの手法で出来ることを示した。しかしながら、他の手法も同じであるが、類似するモデルの場合は検出力が高くないので、特にモデル選択においては改善する必要がある。

(5) GARCH モデルに対する周波数領域における経験尤度法は推定・検定の両方において近似精度は良くないので、スペクトルの推定量としてピリオドグラムではなくバイアス調整やスムーズ化したピリオドグラムなど、別のノンパラメトリックな推定量を用いることを考えた。しかしながら、これらは漸近理論としては同一の漸近分布を持つが、シミュレーション分析では、推定・検定の両方において近似精度はむしろ悪くなることが明らかになった。(3)でも述べたが、本研究の問題点としては、パラメータ推定とモデル診断を同時に行う経験尤度を構築するため、モーメント条件の数はパラメータの数より多くなるので、計算量が増大し結果が不安定になる場合がある。特に、モデル選択も同じ手法で行う場合はモーメント条件の数を相当多くしなければならぬ。よって、モーメント条件の数がパラメータの数より大きい場合

に起こり易い最適化の問題を減少させることができる手法について研究を行った。特に、Jackknife 経験尤度を用いた推定・検定を行う手法について研究を行った。

(6) 時系列データに対する経験尤度では平均方程式の扱いが問題となる。それ故、様々な経験尤度が提案されており、これらに対して、次数選択、パラメータ推定、残差分析の3つを同時に行うことが出来る手法を提案することが応用上重要である。また、金融時系列モデルの次数選択において様々な手法があるが、検出力が高くない場合が多いので別の手法を研究する必要がある。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計 1 件)

Masakazu Miura, Kenichiro Tamaki, and Takayuki Shiohama (2013) "Asymptotic expansion for term structures of defaultable bonds with non-Gaussian dependent innovations," *Asia-Pacific Financial Markets*, 査読有, 20, 311-344. DOI: 10.1007/s10690-013-9169-0

〔学会発表〕(計 3 件)

Kenichiro Tamaki (2017) Estimation of GARCH Process by Empirical Likelihood, 2017 Joint Statistical Meetings.

Kenichiro Tamaki (2015) One-step time series model-building by empirical likelihood, Waseda International Symposium

Takayuki Shiohama (2013) Empirical Analysis of Japanese Interest Rate Market by Short Rate Model with non-Gaussian Innovations, 2013 年度統計関連学会連合大会

〔図書〕(計 件)

〔産業財産権〕

出願状況(計 件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年月日：
国内外の別：

取得状況(計 件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
取得年月日：
国内外の別：

〔その他〕
ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者

玉置 健一郎 (TAMAKI, Kenichiro)
早稲田大学・政治経済学術院・准教授
研究者番号：80409664

(2) 研究分担者

()

研究者番号：

(3) 連携研究者

()

研究者番号：

(4) 研究協力者

()