

**科学研究費助成事業 研究成果報告書**

平成 27 年 6 月 4 日現在

機関番号：32643

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2013～2014

課題番号：25870820

研究課題名(和文) 問題解決における技能としての数学作問の学習支援手法の考案

研究課題名(英文) Study on a method to support learning of mathematical problem posing as a skill in problem solving

研究代表者

小島 一晃 (KOJIMA, Kazuaki)

帝京大学・理工学部・助教

研究者番号：30437082

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 1,300,000円

研究成果の概要(和文)：日常生活における問題解決場面では、自ら問題を認識して形成する「作問」のスキルが必要となる。本研究では数学文章題の作問を対象として、学習者の作問を改善するための支援手法の考案を行った。本研究ではまず、初学者の作問を実験的に調査し、作問における初学者の失敗を分析した。その結果、作問の失敗のうち一部のタイプは、計算機システムによる自動診断が可能であることが判明した。その他のタイプの失敗については自動診断が不可能であるため、作問の例を学習者に評価させることで、失敗を事前に防ぐ手法を提案し、その効果を実験的に評価した。ただし例を評価する学習活動の効果は限定的であり、評価の改善の必要性が示唆された。

研究成果の概要(英文)：In situations of problem solving in everyday life, problem posing, a skill to recognize and formulate problems by the problem solvers themselves is indispensable. This study investigated and designed a method to improve learner problem posing in a domain of mathematical word problems. It empirically analyzed failures in problem posing by novice learners. The results revealed that some types of failures can be automatically evaluated by a computational system, whereas the other types cannot be. To decrease failures unable to be automatically evaluated, this study designed a learning activity to improve problem posing by learners. In the activity, learners evaluate examples of problems in prior to their problem posing. The experimental evaluation insisted that this activity was effective in improving learner problem posing to some extent. However, the effect was limited in decreasing failures. Therefore, this learning activity must be further improved.

研究分野：教育工学

キーワード：数学学習 作問 作問の失敗

### 1. 研究開始当初の背景

一般教育における普遍的な目標のひとつは、学習者が学んだことを日常生活の場面など学校外での問題解決において活用する能力を育成することにある。このことは近年改めて見直されており、平成 23 年度から 25 年度に実施される文部科学省の新学習指導要領には、「生きる力」の育成の理念の下で、知識・技能の活用といった文言が取り入れられている。教育・学習研究においても、先行する学習経験を後の問題解決に活用する「転移」を促進する方法は、重要な課題として取り組みがなされてきている[7,8]。しかし、学校外の問題解決能力を育成することを考えるのであれば、学校内で学習した知識の転移のみに留まらず、日常生活における問題解決で必要となる技能もあわせて育成する必要があるはずである。

このことを、数学教育を一例として考える。一般的な教授学習場面では、学習者には定式化された問題が与えられ、何らかの手続きを適用して解を導き出す練習を繰り返す。そして、この活動を通じて獲得される知識を、後続の問題や物理学に代表される他教科など、異なる文脈において学習者が転移するかどうか、教授者の立場からの最大の関心となる。しかし、このような学習活動は、学校外の、すなわち教授学習場面を除いた他の日常生活場面での問題解決とは異なる。日常生活では、問題が他者から与えられることは少ない。日常生活において数学で学んだ知識を活用するためには、自ら問題を認識して捉え、それを問題として形成することが必要となる。つまり、日常生活における問題解決場面は、問題を作る「作問」と、それを解くという 2 段階のプロセスで構成されるということである[2,5]。そして、一般教育では後者のプロセスに焦点が置かれ、前者の作問は直接の対象としていないことが多い。

ここでは、一般教育が主な対象とする、与えられた問題の情報から関係や構造を抽出して解へと収束するプロセスを理解課題 (comprehension task) と呼ぶことにする。問題解決のもう一方のプロセスである作問では、自ら必要な情報を発見・生成し、それらを結び付けて構造を統合する必要がある。そのため、理解課題と対比させると、このプロセスは産出課題 (production task) と呼ぶことができる。理解課題と産出課題とは、その認知技能の方向が逆転した関係になっているが、このような関係にある課題は一方を学習しても他方にその学習効果が転移しないことが報告されている[6]。また、中学校数学程度のレベルの問題の作成を大学生に与えた実験において、解決不可能な問題や成立していない問題が作成された、すなわち、大学生が中学校数学の作問に失敗したケースが報告されている[3,4]。これらの問題は、大学生であれば容易に解くことが可能である。これらのことから、理解課題による学習だけでは

産出課題の訓練はなされない、一般教育では作問の技能は必ずしも育成されていないということが言える。そのため、日常生活における問題解決能力の育成においては、作問の技能を直接教育することが必要であると考えられる。しかし、技能としての作問の教育方法は確立されているとはいえず、それにあたっては何が課題となり、それをどう克服すべきかも、十分に明らかにされてはいない。

### 2. 研究の目的

本研究では、作問の学習支援手法の考案を行う。数学文章題の作問をモデル課題として採用し、技能としての作問について理解した上で、学習支援手法の確立を目指す。先述の通り、作問においては、解くことが容易なレベルの問題であっても失敗が起こり得ることから、ここでは特にこの失敗の克服に焦点を置く。これにあたってはまず、初学者の作問のデータを収集し、失敗の原因を調査する。その後、失敗の克服の観点から、初学者の作問を改善する手法を考案する。

### 3. 研究の方法

本研究は 2 段階において実施される。まず 1 段階目では、数学の作問を認知心理学的実験アプローチによって経験的に記述し、作問における失敗を明らかにする。本実験では、数学において特に熟達していない初学者を対象に、与えられた例題の領域で新しい問題を作成し、その問題文と解法を記述する作問課題に従事させる。そして、失敗のケースも含めた、初学者による作問の多様な経験データを収集する。この失敗の検討により、技能としての作問の教育における課題を発見する。この成果に基づき、2 段階目では、初学者の作問を改善するための学習支援手法を考案する。

### 4. 研究成果

1 段階目の取り組みでは、作問に熟達していないと考えられる大学生 547 名から、854 問の作問データを収集した。これら問題のうち、作問に失敗した問題を詳細に分析し、初学者の作問の失敗のタイプとその原因を明らかにした。この失敗のタイプは、問題の解を得るための数学関係が存在しない、文章題の問題文に数学関係が含まれない「数学関係欠落」、問題文に数学関係が含まれているが数学的に誤っている「数学関係不良」、数学関係と解法が矛盾している「解法不一致」、数学関係が示す制約に矛盾が生じているため解決が不可能である「制約矛盾」、制約が不足しているために解が定まらない「制約不足」、制約が過剰であるため解法を用いることなく解決が可能である「制約過剰」の 6 つであった。図 1 に、失敗した全作問に占める各失敗の割合を示す。図に示されるように、初学者の失敗のうち 4 分の 3 以上が、制約矛盾、制約不足、制約過剰であった。すなわち、

初学者は誤った制約を含む数学関係を持つ問題を作るという失敗が多いことが明らかになった。

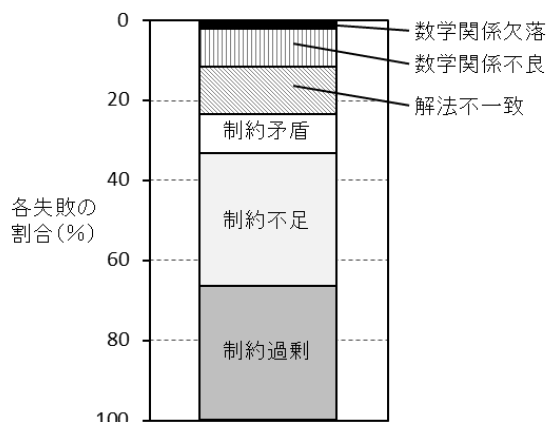


図1 失敗した全作問に占める各失敗の割合

先述の失敗の分析により、制約に関する失敗のうち、制約矛盾と制約不足については、解法の構造に失敗の原因が形式的に表現されるため、解法の解析による検出が可能であることが判明した。また、制約過剰については、解法において使用されない余剰な条件が問題文に含まれるため、そのような情報を検出して警告することが可能であると判明した。すなわち、これらの失敗に対しては、計算機システムによる自動診断が可能である。しかし、残りの数学関係欠落、数学関係不良、解法不一致については、問題文の意味解釈によってのみ失敗の検出が可能であることから、現在の計算機技術では自動診断が不可能である。そのため、2段階目の取り組みとして、学習者がこれらの失敗をすることを防ぐための学習活動を考案し、その実験的評価を行った。

ここで考案した学習活動は、学習者に作問の例を与え、それを評価させるというものである。ここでは、例の問題が他にない新規なアイデアを含むかの独創性と、どの程度有用で興味深いものであるかの有用性という2つの観点から、例を評価させる。これらの観点は、産出課題におけるアイデアや作成物の評価によく用いられている[1]。評価を通じて例を吟味することで、例からの気づきを促し、これによって学習者自身の作問の改善を狙う。

本研究では、初学者にこの学習活動を与えた後、1段階目で用いたものと同じ作問課題に従事させる実験を実施することで、その学習効果を評価した。本実験には作問に熟達していないと考えられる大学生100名が参加し、作問の例を評価した後、作問課題において137問を作成した。参加者の作問は、先行研究[3]において取得された、初学者の作問データと比較された。先行研究で実施された実験調査では、初学者が事前の学習活動なしで同じ作問課題に取り組んだ結果が報告され

ている。そのため、この比較を通じて例を評価する学習活動の効果を検証する。

実験の結果、例を評価する学習活動により、初学者の作問がある程度改善されることが判明した。ただし、作問の失敗の数については、本実験と先行研究とで差が見られなかった。すなわち、この学習活動に失敗を低減させる効果があるかどうかは、確認されなかった。この結果から、失敗の克服という観点においては、例を評価する学習活動の効果には限界があること、作問の例を評価する活動を改善する必要があることが示唆された。

#### <引用文献>

[1] Finke, R. A., Ward, T. B., & Smith, S. M. (1992). *Creative Cognition: Theory, Research, and Applications*. MIT Press, Cambridge, MA.

[2] 石田一三, 井上豊 (1983). 作問の指導について. *日本数学教育学会誌*, 65, 109-112.

[3] Kojima, K., Miwa, K., & Matsui, T. (2011). *Experimental Study on Failures in Composing Solution Structures in Mathematical Problem Posing*. Workshop Proceedings: Supplementary Proceedings of the 19th International Conference on Computers in Education, 370-377.

[4] Leung, S. S., & Silver, E. A. (1997). The Role of Task Format, Mathematics Knowledge, and Creative Thinking on the Arithmetic Problem Posing of Prospective Elementary School Teachers. *Mathematics Education Research Journal*, 9, 5-24.

[5] Singer, F. M., & Voica, C. (2012). A Problem-Solving Conceptual Framework and its Implications in Designing Problem-Posing Tasks. *Educational Studies in Mathematics (Online First Articles)*.

[6] Singley, M. K., & Anderson, J. R. (1989). *The transfer of cognitive skill*, Harvard University Press, Cambridge, MA.

[7] 白水始 (2007). 認知科学と学習科学における知識の転移. *人工知能学会誌*, 27, 347-358.

[8] 寺尾敦, 楠見孝 (1998). 数学的問題解決における転移を促進する知識獲得について. *教育心理学研究*, 46, 472-483.

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 1件)

Kazuaki Kojima, Kazuhisa Miwa, Tatsunori Matsui, *Experimental Study of Learning Support through Examples in Mathematical Problem Posing, Research and Practice in Technology Enhanced Learning*, reviewed, Vol. 10,

No. 1, 2015, *in press*

〔学会発表〕(計 4件)

Kazuaki Kojima, Kazuhisa Miwa, Tatsunori Matsui, How Should Examples be Learned in a Production Task? An Experimental Investigation in Mathematical Problem Posing, 36th Annual Conference of the Cognitive Science Society, July 23-26, 2014, Quebec City (Canada)

小島一晃、三輪和久、松居辰則、学習者の作問エラー診断のための実験的検討、第71回人工知能学会先進的学習科学と工学研究会、2014年7月19日、東北大学(宮城県仙台市)

Kazuaki Kojima, Kazuhisa Miwa, Tatsunori Matsui, Empirical Study on Errors of Mathematical Word Problems Posed by Learners, Workshop Proceedings of 21st International Conference on Computers in Education, November 18-22, 2013, Bali (Indonesia)

小島一晃、三輪和久、松居辰則、作問における例の学習方法が解法構造構築に与える影響の実験的検討、第69回人工知能学会先進的学習科学と工学研究会、2013年10月26日、慶應義塾大学(神奈川県横浜市)

〔図書〕(計 0件)

〔産業財産権〕

出願状況(計 0件)

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
出願年月日：  
国内外の別：

取得状況(計 0件)

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
出願年月日：  
取得年月日：  
国内外の別：

〔その他〕

ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者

小島 一晃 (KOJIMA, Kazuaki)

帝京大学・理工学部・助教

研究者番号：30437082

(2) 研究分担者

( )

研究者番号：

(3) 連携研究者

( )

研究者番号：