

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 28 年 6 月 15 日現在

機関番号：62603

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2013～2015

課題番号：25870821

研究課題名(和文) 広告競争における不確実性の影響：モデリングと実証

研究課題名(英文) Effects of Uncertainty in Advertising Competition: Modeling and Empirical Analysis

研究代表者

高橋 啓 (TAKAHASHI, Kei)

統計数理研究所・大学共同利用機関等の部局等・特任助教

研究者番号：70595280

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,700,000円

研究成果の概要(和文)：本研究では、広告競争における不確実性について理論面、実証面から研究を行った。理論面では、Vidale-Wolfeモデルに不確実性を導入したモデルを構築し、閉ループによる解(最適広告投入量、その場合の企業の利潤)を求めた。得られた最適広告投入量はバンバン制御になることが分かった。実証面では、広告効果の不確実性の大きさについて季節調整後の時系列で推定したところ、株式市場等で観測される不確実性の大きさに比べ大きいことがわかった。

研究成果の概要(英文)：This study conducts theoretical and empirical analyses on uncertainty of advertising effect with advertising competition.

In theoretical side, we formulate our model via Vidal-Wolfe type model, introducing uncertainty on its advertising effect. We solve this model as close-loop Nash equilibrium (amount of optimal advertising input and net profit) with numerical methods. Then we show that the optimal control rule is Bang-Bang control. In empirical side, we estimate magnitude of uncertainty of advertising effect. We conduct its estimation after seasonal effect is removed by DECOMP. After that, we find that magnitude of uncertainty of advertising effect is greater than one of financial market.

研究分野：マーケティング

キーワード：広告 広告競争 微分ゲーム 有限要素法 状態空間モデル 心理的效果

1. 研究開始当初の背景

一般的に成熟した市場において、マーケット・シェアを拡大するのに有効な手段の一つに「広告」がある。このような市場における広告投入競争をモデル化したものが広告競争モデルである。

広告競争モデルは、市場における各社の広告投入が、売上やマーケット・シェアの変化に与える影響を表わす動的モデルである。代表的なモデルとして Lanchester モデル、Vidale-Wolfe モデル、N-A モデルが挙げられる。これらのモデルでは、各期の売上高やマーケット・シェアの変化を、各期の広告投入量(費)等の微分(差分)方程式関数により説明している。その解は、開ループ(各期の広告投入量はその前の期までの状態で決定)もしくは、閉ループ戦略(各期の広告投入量はその期の(他主体の)状態を含め決定)として求められる。広告競争モデルの開ループ戦略の網羅的な研究として Jorgensen and Zaccour が挙げられる。ここでは、寡占市場における広告競争モデルの開ループ戦略について、広告価格付けを含め示されている。しかし、その単位広告投入量あたりの売上高やマーケット・シェアの増加、すなわち広告効果を確定的に与えている。

本研究では、広告効果の不確実性が企業の広告戦略に与える影響を測定するために、広告効果の不確実性を盛り込んだ広告競争モデルを構築する。コマースや野外広告等においても、視聴率等でその効果にばらつきがあることから明らかのように、広告費あたりの売上高の増加は一定であるはずがない。本研究と既存研究との関係性を表したのが、図1である。申請者は、既に広告効果の不確実性を考慮した広告競争モデルの開ループ戦略について求め、実際の広告投入金額と比較している(鳥居・高橋ら)。しかし、求められた開ループ戦略は、実際の投入金額と比較し低く、閉ループ戦略の方が現実に則していると強く示唆された。また、Jorgensen and Zaccour においても今後の課題として広告効果への不確実性の導入が挙げられている。

しかし、Jorgensen and Zaccour の指摘した課題が遅々として実現されない理由の一つとして、対象となる問題の方程式を解くことが困難という点がある。この点については、広告効果の不確実性を考慮した広告競争モデルの開ループ戦略は、申請者らも研究対象としている動的、不確実性下での意思決定問題であるリアル・オプションのある種のクラスと数学的に同様であることを、申請者は発見した。

2. 研究の目的

本研究計画では、大きく

- 1) 広告効果の不確実性を考慮した広告競争モデルの構築・求解、

2) 構築されたモデル及びデータを用いた実証

の2つの部分に分かれる。

モデルを解析することにより明らかになる、広告効果の不確実性を考慮することによる広告競争戦略の違いを理論的に明らかにする。次に、データを用い、モデルのパラメータを推定することにより、どのような業界で広告効果の不確実性が大きいかを実証する。最後には、広告効果における動的な心理的効果と不確実性との関係を明らかにし、モデルへとフィードバックを行う。

3. 研究の方法

まず、理論面の研究を中心に行う。具体的には、(1)広告効果の不確実性を考慮した閉ループ最適広告戦略の導出を中心に、(2)実際の広告戦略、開ループ戦略との比較についても、既に手元にあるデータについて適用を試みる。

(1) 広告効果の不確実性を考慮した閉ループ最適広告戦略の導出

戦略の導出は、微分方程式で表される最適制御条件を差分近似により線形化し、適切な境界条件のもと有限差分法を用いて解くことにより、数値的に得られる。しかし、この種の問題は、境界条件の適切な解釈が不可能であることが分かっており、通常の(両側)差分スキームを適用できない。そのため片側差分を用いるわけだが、本研究では精度が両側差分と同等である TVD(Total Variation Diminishing)スキームを用いる。また、企業行動をリスク回避的と仮定した場合、その非線形性ゆえに、解が得られない場合がある。このような場合、非線形問題を解くのに用いる手法の一種であるメリット関数法を併用し計算を行う。

(2) 広告効果の不確実性の大きさの推定

(1)のモデルの確率過程のパラメータを推定することにより、不確実性の大きさを推定する。この際に、確率過程で不確実性を表わすボラティリティが時間により変化する、ストカスティック・ボラティリティや、心理的効果による不確実性の増大等についても検討し、推定、検定を行い、適合度を比較することにより、(3)、(4)につなげる。

(3) 実際の広告戦略、開ループ戦略との比較

既に求めている開ループ戦略と(1)で導出した閉ループ戦略との比較を行う。具体的には、アメリカのビール業界のデータを用いて比較を行う。

(2) 広告効果の不確実性の大きさの推定

(1)のモデルの確率過程のパラメータを推定することにより、不確実性の大きさを推定する。この際に、確率過程で不確実性を表わ

すボラティリティが時間により変化する、ストカスティック・ボラティリティや、心理的効果による不確実性の増大等についても検討し、推定、検定を行い、適合度を比較することにより、(4)につなげる。これについても日米の比較を試みる。

(4) 広告における心理的効果の広告競争モデルへの導入の検討
最後に、(3)の分析を受け、広告に対する動的な心理的効果である **Wearout** 効果、**Forgetting** 効果について、確率過程内に取り組み、そのもとでのモデル構築を検討する。

4. 研究成果

(1) 広告効果の不確実性を考慮した閉ループ最適広告戦略の導出

3種のモデル（Lanchesterモデル、Vidale-Wolfeモデル、N-Aモデル）のうち、Vidale-Wolfeモデルをベースとしてモデルを構築する。これはその他のモデルをベースとすると、不確実性の導入が数学的に難しいためである。

寡占市場において競争している各企業が、各期において自社の利益が最大となるような最適な動的広告戦略を導き出す。ここでは、一般性を損なわない範囲で次のような仮定を置く。

- ・市場における競合企業数は2とする。
- ・企業*i*は*t*期の広告出稿費 $A_{i,t}$ を決定する。ただし、 $i = 1, 2, \dots, n$, $t = [0, \infty)$ である。
- ・企業*i*の*t*+*dt*期の売上 $S_{i,t+dt}$ は、各企業の直前の売上 $S_{i,t}$ 、今期の広告量 $A_{i,t}$ 、広告効果 β_i によって決まる。
- ・売上 $S_{i,t}$ には不確実性が存在し、その不確実性（ランダム項）の間には相関が存在する。
- ・各企業のとりうる戦略は広告投入費を決定することであり、それには外生的な制約 $\underline{A}_{i,t} \leq A_{i,t} \leq \bar{A}_{i,t}$ が存在する。

以下、企業数を2つまり複占状態として具体的な定式化、解析を行う。企業*i*の売上は次式に従いが動的に変化する；

$$dS_{i,t} = (\beta_i A_{i,t} S_{j,t} - \beta_j A_{j,t} S_{i,t}) dt + \sigma_i S_{i,t} dz_1,$$

$$\mathbf{E}[dz_i dz_j] = \rho dt \text{ for } i \neq j.$$

この条件のもとで、各企業は無限満期の期待利潤最大化行動；

$$V_{i,0} \equiv \sup_{A_{i,t}} \mathbf{E} \left\{ \int_0^{\infty} e^{-rt} (S_{i,t} - A_{i,t}) dt \right\}$$

をとる。ここで*r*は割引率であり、企業間で共通とする。

上式に動的計画法、伊藤の補題を適用すると、次の最適制御条件（HJB方程式）を得る；

$$\sup_{A_{i,t}} \left\{ -A_{i,t} + \left(\frac{\partial V_{i,t}}{\partial S_{i,t}} - \frac{\partial V_{i,t}}{\partial S_{j,t}} \right) \beta_i A_{i,t} S_{j,t} \right\}$$

$$= rV_{i,t} - S_{i,t} + \left(\frac{\partial V_{i,t}}{\partial S_{i,t}} - \frac{\partial V_{i,t}}{\partial S_{j,t}} \right) \beta_j A_{j,t} S_{i,t} - \rho \sigma_i \sigma_j S_{i,t} S_{j,t} \frac{\partial^2 V_{i,t}}{\partial S_{i,t} \partial S_{j,t}} - \frac{1}{2} \left(\sigma_i^2 \frac{\partial^2 V_{i,t}}{\partial S_{i,t}^2} - \sigma_{ij}^2 \frac{\partial^2 V_{i,t}}{\partial S_j^2} \right)$$

ここでは、制御に関わる項とそうでない項を左辺、右辺分けて記述している。この括弧内の条件より、最適制御が次のようなBang-Bang制御として求まる：

$$A_{i,t} = \begin{cases} \bar{A}_{i,t} & \text{if } \left(\frac{\partial V_{i,t}}{\partial S_{i,t}} - \frac{\partial V_{i,t}}{\partial S_{j,t}} \right) \beta_i S_{j,t} > 1 \\ \underline{A}_{i,t} & \text{otherwise.} \end{cases}$$

企業*i*の広告費の投入量は、その広告投入の結果として得られる企業*i*の売上増分に伴う企業価値の増分からライバル企業の広告投入による減少分を差し引いたものにその企業の現在の売上が1を超えているかいないかで決定されると解釈される（ここで β_i はスケールリングパラメータと解釈できる）。

最適制御、最適性条件ともにこれ以上は解析的に求めることができないため、数値計算を行う。数値計算には、有限差分法、有限要素法を用いる。無限満期の問題ではあるが、時間軸を入れないで計算すると、収束しない恐れがあるため、大きな満期を設定し、時間軸を入れた形で計算をしている。この際にTVDスキームや計算時間の短縮のために格子間隔を内生的に可変にすることができる計算手法[3], [7]を開発した。この手法は、価値関数（ここでいうところの $V_{i,t}$ ）曲面の曲率に着目した手法で、曲率が高く差分近似が難しい箇所では要素を細かく、低く線形性が高い箇所では逆に要素を粗くすることにより、精度をある程度保ちながら高速に計算できるものである。今回の計算では、状態が二次元（時刻を入れた場合三次元）の問題となるため、計算速度向上への寄与は大きいものとなっている。

ある対称なパラメータ・セット（詳細な説明は今後発表となる論文を参照されたい）のもとでの最適戦略は次図のとおりとなる。

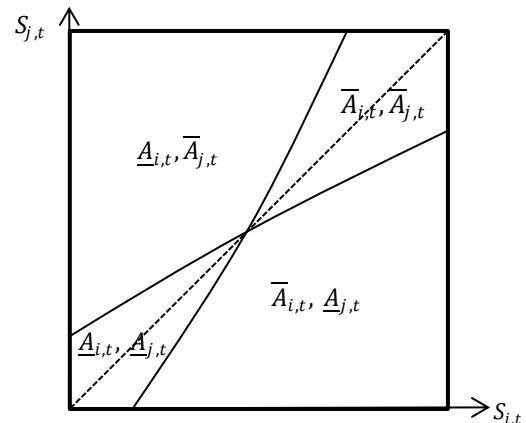


図 最適戦略

両者ともに売上がない場合には、将来の広告投入による収入の増加が見込めないため、両者ともに広告費を投入することを極力避け、最低限の広告費のみを投入する。逆に売上が十分ある場合には、積極的に広告費を投入し、競争を行う。また、一方と他方との売上に差がある場合には、売上有る企業は最大まで広告費を投入し、他の企業の成長を阻害することにより、優位性を保つ。

(2) 広告効果の不確実性の大きさの推定

実際のデータより、(1)で構築したモデルのパラメータを推定する。この際に用いるデータは、対象商品をビール、塩味のスナックとする。これらのデータは月次のデータであり、両方ともに季節性が強い（前者は夏、後者はクリスマス前に広告費が多く投入される）ため、予め DECOMP により季節性の除去を行い、季節調整済みデータとして推定を行う。

この結果推定された不確実性の大きさは次表のとおりである。この結果は季節性を除去しても一般的な株式やオプションから推定される金融商品のボラティリティより大きなものとなっており、広告効果の不確実性は大きいといえる。

表 実データより推定されたパラメータ

業界	企業	σ_i
ビール	1	0.463
	2	0.596
	3	0.896
ソルティースナック	1	0.756
	2	0.569

(3) 実際の広告戦略、開ループ戦略との比較

実際のデータ、開ループ戦略の結果との比較については、理論モデルの制御の数値解が上限、下限に依存する形で決定するため、行っていない。ただし、上限の額を上げた場合、大きく現実の広告費を下回っていた開ループ戦略の解を大きく上回る解が得られたことは確かめられている。

(4) 心理的効果のモデリング

広告競争において用いているデータは、月次単位の広告費と売上のみであり、実際に広告を視聴したことによる心理的効果を実証で計測するには時間間隔が広すぎる。そのため、競争相手企業のデータの取得を諦め、個人単位、日次の広告接触が分かるデータ（レーシック手術申込み）とする。

モデリングでは個人ごとの行動を記述でき、それに伴う心理的プロセスの変化についてもモデリング可能な隠れマルコフ・モデルを採用する。そして、各隠れ層を心理的狀態とし、広告接触に伴う状態遷移の確率、出力（購買、離脱、なにもしない）確率の説明として、心理的効果を導入する。具体的には、

広告に接触しないことによる時間とともに広告効果が減少する効果を表わす忘却効果、多くの広告に接触することによる広告効果の増大を表わす累積効果、逆に刷り込みすぎによる擦切れ効果についてモデリングする。前者については遷移確率の箇所に、後者2つについては出力確率の箇所に取り入れる。詳細なモデリングについては紙面の都合省略する。詳細は[9],[13]を参照されたい。

この結果次の図のような結果が得られ、それぞれ仮定した心理的効果と整合的な結果が得られている。これらの結果については、データそのもの、推定方法等に課題があるため、それを含め次期の研究テーマとする。

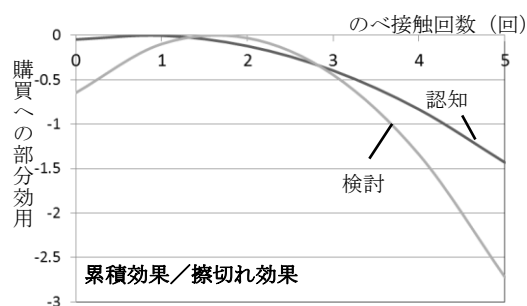
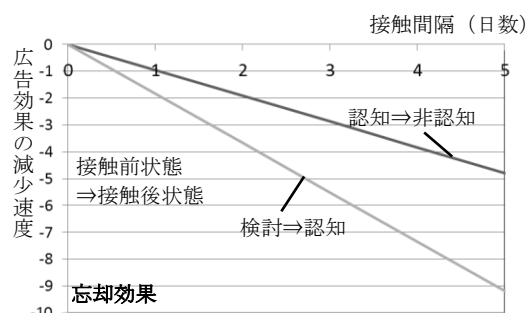


図 心理的効果の模式図（忘却効果）

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕（計8件）

- [1] S. Suzuki and K. Takahashi: Inspection of the Validity in the frequent shoppers program by using particle filter. I. Ljubic, G. Pflug, G. Tragler and B. Sarasola (eds.), *Operations Research Proceedings 2015* (Springer-Verlag, Berlin, 2016), 6 pages. (Accept, refereed)
- [2] K. Takahashi, M. Fujita, K. Maruyama, T. Aizono and K. Ara: Forecasting intermittent demand with generalized state-space model. A. Koster, P. Letmathe, M. Lübbecke, R. Madlener, B. Peis, and G. Walthe (eds.), *Operations Research Proceedings 2014* (Springer-Verlag, Berlin, 2016), 589-596. (Refereed)
- [3] K. Takahashi and T. Horiuchi: Endogenous determination of element length on financial option pricing with finite elements. *International Journal of Japan Association*

- for *Management Systems*, **7** (2015), 1-10. (Refereed)
- [4] 高橋啓: マーケティングにおけるベイジアン・モデリングーベイズ統計フリー・ソフトウェアの利用ー. *経営システム*, **24-2** (2014), 100-105.
- [5] 高橋啓, 大野高裕: 効用最大化と矛盾する心理的効果の GEV モデルにおける表現. *日本オペレーションズ・リサーチ学会和文論文誌*, **57** (2014), 67-91. (査読あり)
- [6] Y. Iida, K. Takahashi and T. Ohno: A new method for parameter estimation of the GNL model using real coded GA. D. Huisman, I. Louwerse, A. P. M. Wagelmans, E. (eds.). *Operations Research Proceedings 2013* (Springer-Verlag, Berlin, 2014), 209-215. (Refereed)
- [7] T. Horiuchi, K. Takahashi and T. Ohno: An efficient method for option pricing with finite elements: an endogenous element length approach. S. Helber, M. Breiten, D. Rosch, C. Schon, J. M. Graf von der Schulenburg, P. Sibbertsen, M. Steinbach S. Weber, A. Wolter, (eds.), *Operations Research Proceedings 2012* (Springer-Verlag, Berlin, 2013), 203-208. (Refereed)
- [8] 高橋啓, 大野高裕: GNL とエントロピー・モデルの等価性: 非集計レベルの等価性. *日本経営工学会論文誌*, **64-1** (2013), 9-20. (査読あり)
- [学会発表] (計 18 件)
- [9] 酒向海, 高橋啓: 消費者の動的な心理的効果を考慮した非集計アトリビューション・モデル, 日本経営工学会 2015 年秋季大会, 金沢 (2015/11)
- [10] 高橋啓: pMCMC フィルタによる間欠需要品の逐次予測, SSI2015 (ポスタ発表), 函館 (2015/11)
- [11] 鈴木慎将, 高橋啓: Particle Filter による FSP 政策の有効性の検証, SSI2015 (ポスタ発表), 函館 (2015/11)
- [12] S. Suzuki and K. Takahashi: Inspection of the validity in the frequent shoppers program by using particle filter. *International Conference on Operations Research 2015*, Vienna, Austria (2015, September) (Refereed)
- [13] K. Sakou and K. Takahashi: How to achieve conversion: modeling individual behavior in multiple online advertising with psychological effects. *International Conference on Operations Research 2015*, Vienna, Austria (2015, September) (Refereed)
- [14] 鈴木慎将, 高橋啓: 粒子フィルタによる動的個人ベースでの FSP 政策有効性の検証, 平成 27 年度日本経営工学会春季大会, 東京 (2015/5)
- [15] 高橋啓: 間欠需要の逐次予測, パーティクル・フィルタ研究会, 宮崎 (2015/2)
- [16] 高橋啓, 鈴木慎将: Frequent Shoppers Program の個人別影響分析, パーティクル・フィルタ研究会, 宮崎(2015/2)
- [17] 高橋啓: 速習! 離散選択モデル~使い方のポイント~, 応用経済時系列研究会チュートリアルセミナー, (招待講演) 東京 (2015/2)
- [18] 田中日瑛, 高橋啓, 大野高裕: 状態空間モデルを用いた検索連動型広告における広告効果の予測, SSI2014 (ポスタ発表), 岡山 (2014/11)
- [19] 高橋啓, 梶佑輔: Web サイト情報からの中古車販売タイミングの予測, SSI2014 (ポスタ発表), 岡山 (2014/11)
- [20] 高橋啓: トランクィリティに対する注意第 53 回日本経営システム学会全国研究発表大会, 愛知 (2014/10)
- [21] K. Takahashi, M. Fujita, K. Maruyama, T. Aizono and K. Ara: Forecasting intermittent demand with generalized state-space model. *International Conference on Operations Research 2014*, Arthen, Germany (2014, September) (Refereed)
- [22] Y. Iida, K. Takahashi and T. Ohno: Closed-loop Nash equilibria strategy under uncertainty of advertising effect in advertising competition. *International Conference on Operations Research 2014*, Arthen, Germany (2014, September) (Refereed)
- [23] 高橋啓, 堀内知弥: 有限要素法によるオプション・プライシングにおける内生的要素幅決定方法. 平成 26 年度日本経営工学会春季大会, 千葉 (2014/5)
- [24] K. Takahashi, K. Nagai and T. Ohno: Optimal design of buyback contract in the magazine industry. *International Conference on Operations Research 2013*, Rotterdam, Netherlands (2013, September) (refereed)
- [25] Y. Iida, K. Takahashi and T. Ohno: A new method for parameter estimation of the GNL model using real coded GA. *International Conference on Operations Research 2013*, Rotterdam, Netherlands (2013, September) (refereed)
- [26] 飯田恭弘, 高橋啓, 大野高裕: GNL における実数値 GA を用いたパラメータ推定. 平成 25 年度日本経営工学会春季発表大会, 神奈川(2013/5)

6. 研究組織

(1) 研究代表者

高橋 啓 (TAKAHASHI, Kei)

情報システム・研究機構統計数理研究所
統計思考院 特任助教

研究者番号: 70595280