

平成 2 8 年 5 月 2 5 日現在

機関番号：33917

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2013～2015

課題番号：25870879

研究課題名(和文)大規模化するリスクに対する確率・統計モデルの構築 その適切な応用へ向けて

研究課題名(英文)Construction of suitable models for large-scale risks with application to non-life insurance

研究代表者

松井 宗也(MATSUI, Muneya)

南山大学・経営学部・准教授

研究者番号：70449031

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,100,000円

研究成果の概要(和文)：ポアソン・クラスターモデル(PCM)を拡張し、様々なリスクを適切に表現しうる確率モデルを構築した。このモデルは損害保険分野における損害の予測に応用がある。構築したモデルは分散の存在しないような大規模なリスクも取り扱える。そして、過去の数値からモデルを通じて効率的に予測量を計算する方法を導いた。また分散の存在しない場合に予測誤差を評価する方法も与えた。1次元のモデルに関しては、まだやり残した点が多少あるもののほぼ満足のゆく成果が得られた。今後はモデルに時空間を反映させることが課題となる。

研究成果の概要(英文)：We extend a Poisson cluster model (PCM) in various ways so as to cope with different types of risks. The model has applications in the claims reserving problem in a non-life insurance context. Our versions could cope with extreme cases such that random components in the model may have no second moments. A crucial thing in applications is how we predict future risks based on the models cooperating with past observations. We establish effective numerical procedures for calculating predictors from observations. Moreover, we provide evaluation tools for prediction errors in a heavy tail case, which are given by fractional absolute moments.
Regarding one dimensional models, we obtain satisfactory results though there are some remaining things to do. Our next research step would be a spatial modeling of PCM, which enables better predictions of future risks.

研究分野：確率・統計

キーワード：ポアソン・クラスターモデル 確率過程の予測 損害保険モデル 裾の厚い分布

1. 研究開始当初の背景

避けることの難しいリスクに対しては、その発生頻度と規模の確率を求める、それに付随する損失を予想することが重要となる。近年人間社会の高度化ないし効率化が進み、起こり得るリスクが巨大化・複雑化している。一方でそういったリスクに適応できる確率論・統計科学の理論も年々発展している。しかしまだ十分とは言えないし、不適当な応用がリスクによる損失を大きくする事例もみられる。こういった状況を鑑みると、リスクを適切に表現できかつその限界（有用性の有無を含む）も明瞭なモデルの構築は、引き続き必要とされていることが分かる。保険分野での損失の予測にもモデルは有用である。

2. 研究の目的

本研究では、保険への応用を中心として大規模化するリスクを適切に表現しうる確率モデルを構築する。その上でモデルの簡単で効率的な統計的処理方法を考える。加えてそのモデルの適応範囲（限界）も可能な限り明らかにする。そして、モデルを通じて大規模リスクへのより良い対処を実現することで人間社会に貢献する。もちろん確率論や統計学の知見をもってしても損失を予測するのは難しい。データ数の不足や費用対効果等の問題があるからである。しかし、適切なモデルはそれが実現できれば非常に有効である。予測にもとづいた備えをすることで、損失の程度を小さくできるからである。

3. 研究の方法

以下の4つの骨子に分けて研究を進めた。

骨子(1)。ポアソン・クラスターモデル(以下PCMと略)の拡張を完了する。

骨子(2)。裾の厚いデータに対する現在研究中的方法を完成させPCMへ応用する。

骨子(3)。PCMを含め構築したモデルの簡単かつ効率的な統計処理方法を考える。

骨子(4)。モデルの有効的な状況と有効でない状況(限界)を明らかにすることで、誤用を避け、モデルの適切な応用・管理に資する。

研究を遂行する上で以下の2つの点に注意をはらった。

この研究分野の中心は欧州である。そこで欧州の研究集会に積極的に参加することで最新の成果を学ぶ。そしてそれを本研究に反映させる。

その分野に詳しい研究者を訪問し意見をもらう。可能であれば共同研究を行う。

4. 研究成果

(1) 研究の主な成果

ポアソン・クラスターモデル(PCM)に関して、これまで homogeneous であったポアソン過程を non-homogenous なそれに拡張し、レヴィ過程をより柔軟性のある加法過程に拡張した。そして予測量とその誤差を導出し

た。しかし、実際のデータの中には、構築したPCMと齟齬があるものもあった。そのため、研究途中で計画を修正し、混合ポアソン・クラスターモデルを構築した。これはPCMにおけるポアソン過程を混合ポアソン過程に拡張し、クラスター過程を加法過程から複合混合ポアソン過程に変更したものである。混合ポアソン過程はポアソン過程の平均測度に正の確率変数を掛けて得られる確率過程である。複合混合ポアソン過程とは、複合ポアソン過程(加法過程の一種)におけるポアソン過程を混合ポアソン過程に置き換えたものである。この拡張のもとでPCMはより現実に即したモデルとなった。また増分の依存関係を利用することでより良い予測量が構築できるようにもなった。参考：雑誌論文、学会発表、その他投稿中の論文

分散が存在しない場合に、次絶対モーメント($0 < \alpha < 2$)を用いた予測誤差の計算方法を考えた。まず一般の分布(PCMの応用に限定しない)でのモーメントの計算方法を確立した。それは特性関数をフラクショナル微分してモーメントを求めるという方法である。いくつかの例に関しては、特殊関数を用いて解析的な表現を得ることができたものの、多くの場合に数値計算が必要になることが分かった。このように一般的な計算方法は確立したが、そのみで終わり研究期間内にPCMへ応用するまでには至らなかった。このやり残した研究は今後の研究課題としたい。参考：雑誌論文

PCMを含め構築したモデルの簡単かつ効率的な計算処理方法を考えた。通常リスクの予測量は、過去のデータを条件とした将来リスクの条件付き期待値で与えられる。しかし、過去のデータが多いと値が不安定になり、予測量が正確に求められないという問題があった。保険のデータは数千のオーダーと非常に多いのでこれは問題である。そこで、「Panjer recursion」という損害保険分野で古くから知られている方法を拡張して、予測量を効率的かつ正確に求める方法を確立した。「Panjer recursion」は、混合分布の確率関数を、漸化式を用いて効率的・正確に求める方法である。実際の計算によく用いられるが、これまで条件付きモーメントへの応用はなされていなかった。確立した方法はPCM以外のより一般の場合でも機能するため、応用が期待される。ただし、混合する数(確率変数)をモデル化する分布はPanjer classに限られる(混合する分布は一般の分布でよい)。そこで、フーリエ反転公式を用いた最も汎用性のある計算方法も与えた。この方法は、データの値が小さい値と不正確になるという欠点がある。しかし大きい値に対しては正確であった。このことは、条件付けする過去のデータが大きい場合に2つの計算方法の結果は一致したことからも確かめられる。

これらの結果をまとめた論文は現在投稿中である。参考文献：arXiv:1504.07058v2

(2) 得られた成果の国内外における位置づけとインパクト

本研究のモデルは、古くから研究され損害保険モデルにおいて1つの流れを構成している。ただし、数値的な方法や統計的な取り扱い方法が確立していないため実用化に至っていない(参考文献:「stochastic claims reserving methods in insurance」の10.1章)。この点が解決されれば次世代モデルとして広く普及する可能性は高いと考える。本研究では数値的な取り扱い方法に関しある程度の先鞭をつけることができた。特に一次元モデルの予測の計算方法に関してはだいぶ研究が進んだと言える。今後は統計的な取り扱い方法を考え、実データに応用することが重要となる。そのことで社会に広く認知されれば更に研究が進むであろう。

(3) 今後の展望

最後に期間全体を通じた研究を総括する。

1次元の確率過程モデルに関しては、まだやり残した点が多少あるもののほぼ満足のゆく成果が得られた。特に予測量の数値計算方法に関しては非常に有用な結果が得られた。残る課題はモデルの統計的な取り扱い方法(推定)である。何故なら、実用にはデータを念頭においた効率的な統計的手法の開発が必要不可欠であるからだ。

さらなる発展課題は、時空間を考慮したモデルの研究である。一次元モデルは空間におけるリスク(空間での場所により異なる)を、まとめて足しこんだものとして考えることもできるが、きめ細かなリスク管理を行う場合には、空間での場所ごとにリスクを計算できる方が望ましい。またそれは現実に即している。今後は時空間を考慮に入れることで、モデルをより一層現実に近いものとしたい。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 7件)

Muneya Matsui, Thomas Mikosch, The extremogram and the cross-extremogram for a bivariate GARCH(1,1) process, *Advances in Applied Probability*, 査読有, 2016, 48A, 1-27

Muneya Matsui, Zbynek Pawlacz, Fractional absolute moments of heavy tailed distributions, *Brazilian journal of probability and statistics*, 査読有, 2016, 30, 272-298

DOI: 10.1214/15-BJPS280

Claudia Kluppelberg, Muneya Matsui, Generalized fractional Levy processes with fractional Brownian motion limit

and applications to stochastic volatility models, *Advances in Applied Probability*, 査読有, 2015, 47, 1108-1131

DOI: 10.1239/aap/1449859802

Muneya Matsui, Prediction in a Poisson cluster model with multiple cluster processes, *Scandinavian Actuarial Journal*, 査読有, 2015, 2015, 1-30

DOI: 10.1080/03461238.2013.773938

Muneya Matsui, Prediction in a non-homogeneous Poisson cluster model Insurance, *Insurance: Mathematics and Economics*, 査読有, 2014, 55, 10-17

DOI: 10.1016/j.insmatheco.2013.12.001

Muneya Matsui, and Narn-Rueih Shieh, The Lamperti Transform of fractional Brownian motion and related self-similar Gaussian processes, *Stochastic models*, 査読有, 2014, 30, 68-98

DOI: 10.1080/15326349.2014.868735

Muneya Matsui, Thomas Mikosch and Laleh Tafakori, Estimation of the tail index for integer-valued sequences, *Extremes*, 査読有, 2013, 16, 429-455

DOI: 10.1007/s10687-012-0167-9

[学会発表](計 10件)

松井宗也, The extremogram and the cross-extremogram for a bivariate GARCH(1,1) process, 科研費シンポジウム「多様な分野における統計科学の新展開」, 2015年10月25日, 富山県民会館(富山県)

松井宗也, The extremogram and the cross-extremogram for a bivariate GARCH(1,1) process, 日本統計学会, 2015年09月07日, 岡山大学(岡山県)
Muneya Matsui, The extremogram and the cross-extremogram for a bivariate GARCH(1,1) process, Workshop Mathematical Foundations of Heavy Tailed Analysis, 2015年06月26日, Copenhagen (Denmark)

松井宗也, Estimation of the tail index for lattice-valued sequences, RIMS 共同研究による研究会 “New Advances in Statistical Inference and Its Related Topics”, 2015年03月10日, 京都大学数理解析研究所(京都府)

松井宗也, Estimation of the tail index for lattice-valued sequences, 科研費シンポジウム「統計的推測の理論的基礎とその応用」, 2014年12月02日, 筑波大学(茨城県)

松井宗也, Prediction problems in Poisson cluster models, 共同研究集会「無限分解可能過程に関する諸問題」,

2014 年 11 月 29 日, 統計数理研究所 (東京都)

松井宗也, Estimation of the tail index for lattice-valued sequences, 日本統計学会, 2014 年 09 月 16 日, 東京大学 (東京都)

Muneya Matsui, Prediction problems in Poisson cluster models, Stochastic networks and risk analysis, 2014 年 05 月 29 日, Poznan (Poland)

松井宗也, Representations of fractional moments and their truncations, 数理解析研究所研究集会確率論シンポジウム, 2013 年 12 月 17 日, 京都大学数理解析研究所 (京都府)

松井宗也, Representations of fractional moments and their truncations, 共同研究集会「無限分解可能過程に関する諸問題」, 2013 年 11 月 11 日, 統計数理研究所 (東京都)

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕

出願状況 (計 0 件)

名称:

発明者:

権利者:

種類:

番号:

出願年月日:

国内外の別:

取得状況 (計 0 件)

名称:

発明者:

権利者:

種類:

番号:

取得年月日:

国内外の別:

〔その他〕

ウェブページ:

<https://porta.nanzan-u.ac.jp/research/view?l=ja&u=102275>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

松井 宗也 (MATSUI, Muneya)

南山大学・経営学部・准教授

研究者番号: 70449031

(2) 研究分担者

()

研究者番号:

(3) 連携研究者

()

研究者番号: