

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 28 年 6 月 20 日現在

機関番号：32689

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2013～2015

課題番号：25870980

研究課題名(和文) 公平な配分メカニズムの設計に関する研究

研究課題名(英文) Studies on designing fair allocation mechanisms

研究代表者

笠島 洋一 (KASAJIMA, Yoichi)

早稲田大学・社会科学総合学院・准教授

研究者番号：30583166

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 1,900,000円

研究成果の概要(和文)：第一に、限りある選択肢の中から、社会における人々のために公共的な選択を行なう問題を考察した。その際、確率的なくじによって選択を行なう状況を考えて。人々は、くじの集合に対して選好をもつものとする。選択ルールとは、各問題に対し、(一つの)くじを与える関数である。第二に、破産した企業の資産を、その企業の債権者に配分する問題を考察した。ここで配分ルールとは、各問題に対し、(一つの)実現可能な配分を与える関数である。これらの問題を公理的な方法を用いて分析した。すなわち、様々なルールの性質がどのような含意をもたらすかを理論的に分析した。

研究成果の概要(英文)：First, we consider a problem of choosing a public lottery defined over a finite set of sure alternatives. Each agent has a preference over the lotteries. A choice rule is a function which associates with each problem a public lottery. Second, we consider a problem of dividing a liquidation value of a bankrupt firm among its creditors. A division rule is a function which associates with each problem a feasible awards. In both problems, we take an axiomatic approach, that is, we study implications of properties of rules.

研究分野：理論経済学

キーワード：ゲーム理論 配分メカニズム 効率性 公平性 耐戦略性

## 1. 研究開始当初の背景

(1) 資源配分問題における公平な配分メカニズムの設計に関して、理論的な分析を行なうことをテーマに研究を開始した。研究開始当初は「非分割財の確率的配分問題 (probabilistic assignment of indivisible goods)」と呼ばれる問題が急速に注目を集めており(その傾向は現在も続いているが)、本研究においても確率的な配分や選択を考慮した状況を分析することとした。また、資源配分問題の最も基礎的な形の一つでもある「権利問題 (claims problem)」と呼ばれる問題についても分析を行なうこととした。権利問題は古くから文献において研究がなされているが、今なお新しい結果が生み出されており、そこから得られる知見が確率的配分問題を分析する上でも有益であると考えられる。

(2) 非分割財の確率的配分問題は、Hylland and Zeckhauser (1979, *Journal of Political Economy*) や Sasaki (1997, Working Paper at Waseda University) により経済学的な分析が開始された。そして、Bogomolnaia and Moulin (2001, *Journal of Economic Theory*) において新しい概念である「確率的な効率性 (ordinal efficiency 又は stochastic dominance efficiency)」、「確率的な非羨望性 (stochastic dominance envy-freeness)」、「確率的な耐戦略性 (stochastic dominance strategy-proofness)」などが提案・分析されて以降、急速に研究者の関心を集めた。その後、Che and Kojima (2010, *Econometrica*) や Kojima and Manea (2010, *Journal of Economic Theory*) などにおいて興味深い結果が出されている。しかしながら、これまで資源配分問題において考察されてきた様々な公理(メカニズムやルールの性質)をこの問題に適応した際の公理の含意や、(これまでは主として、各人が1つの財を得ることを前提に分析されてきたが)各人が受け取る財の数を複数に場合のケースの分析など、さらなる分析が必要な研究課題が多数残されている。

(3) 確率的な配分問題とともに、重要な研究課題として、確率的な選択問題が挙げられる。配分問題が財(資源)を人々に分ける方法を考察するのに対して、選択問題では人々のために資源の中から財を(一つ)選ぶ方法を考察する。そして、確率的な選択問題においては、(確率的な)くじを選択する状況を考える。以後、この問題を「公共財の確率的選択問題 (public lottery problem)」と呼ぶ。この問題は、Gibbard (1977, *Econometrica*) によって最初の理論的分析が行われたが、近年、Sen (2011, *SERIEs*) Chatterji, Sen, and Zeng (2012, *Research Collection School of Economics*) Nandebam (2013, *Review of Economic Design*) などによって、Gibbard

(1977)の結果を拡張するような、いくつかの新しい結果が出されている。しかしながら、その拡張方法には様々なものが考えられ、研究課題は多く残されている。

(4) 権利問題は、O'Neill (1982, *Mathematical Social Sciences*) によって理論的な分析が始められ、その後多くの研究者によって研究が進められ、膨大な文献が存在する。しかしながら近年においても新たな結果が出ており、特に Thomson and Yeh (2008, *Journal of Economic Theory*) による新しい複数の「作用素 (operator)」の提唱や、Hokari and Thomson (2008, *Journal of Mathematical Economics*) による「リフティング (lifting)」の概念の導入は、この問題に新たな方向性を与えた。様々な公理を、上述の「作用素」に適応したり、様々な公理の「リフティング」について考察したりすることは重要な研究課題として残っている。

## 2. 研究の目的

(1) 「公共財の確率的選択問題」、「権利問題」、「非分割財の確率的配分問題」を中心に分析し、それらの問題における公平な配分・選択メカニズム(配分・選択ルール)の実現可能性などを理論的に検討する。

(2) 公共財の確率的選択問題においては、各人が、嘘の選好を表明しても得になることがないことを要求する(「確率的な」耐戦略性 (strategy-proofness)) という公理の含意を明らかにする。なお、「耐戦略性」はメカニズム・デザインの分野において重要な役割を果たしてきた概念である。Gibbard (1977) では、「耐戦略性」、「主権性 (sovereignty) (どのような確定的な選択枝も、ある選好の組によって実現可能であることを要求するもの)」、「基数的不変性 (cardinal-invariance) (ルールの選択が確定的な選択枝上の選好の順序の情報によって決まることを要求するもの)」の3つの公理を満たす選択ルールは、確率的な独裁ルール (random dictatorship rules) しかないことが示されている。しかしながら、「基数的不変性」の要求は、問題が本来有している情報を膨大に捨てることを意味しており、それらの情報を利用すれば、より望ましい選択ルールの設計が可能になるかもしれない。また、「主権性」は弱い意味での効率性を示しており、「主権性」を弱める(すなわち、効率性をさらに諦める)という方向性も考えられる。そこで、「耐戦略性」はそのまま維持しつつ、「基数的不変性」と「主権性」をできる限り弱めたときに、どのような選択ルールを実現できるかを分析する。そのことによって、確率的な独裁ルールよりも望ましい制度が設計可能かどうかを明らかにすることを目的とする。

(3) 権利問題においては、これまで文献で分析されてこなかったが重要と思われる様々な公理を考え、それらの公理の含意を明らかにする。特に、この問題における「単調性 (monotonicity)」と「制限性 (boundedness)」に関する公理を中心に分析を行なう。その際に、それらの公理の論理関係を明らかにするとともに、先述の「作用素」や「リフティング」についての検討も行なう。さらに、これらの公理を用いた配分ルールの特徴づけを試みる。それらによって、権利問題における公平な配分ルールの設計の問題に対して新たな結果・実用上のインプリケーションを導出することを目的とする。また、ここで提唱する新たな公理の含意の検討を通じて、確率的配分問題における(あるいは一般の資源配分問題における)公理に関する新たな知見を与えることを目指す。

(4) 非分割財の確率的配分問題においては、各人が複数の財を受け取るケースを分析する。このケースについては、Kojima (2009, *Mathematical Social Sciences*) による分析があるが、一部の公理の含意に対する検討にとどまっている。そこで、各人が複数の財を受け取るケースにおいても、各人が一つの財を受け取るケースにおいて検討されている様々な公理や、一般の資源配分問題においても検討されている種々の公理について、それらの含意を考察する。それらを通じて、筆者の研究である Kasajima (2011, mimeo) における分析の再検討を行ない、各人が複数の財を受け取るケースにおける公平な配分ルールの実現可能性を明らかにすることを目的とする。

### 3. 研究の方法

(1) 本研究は、「文献調査」、「(文献調査に基づく)理論的分析」、「研究発表」を中心に、適宜「研究訪問(共同研究者への訪問を含む)」を行ない進めていく。

(2) 文献調査においては、「1. 研究開始当初の背景」で挙げられている既存の文献を詳細に検討するとともに、最新の国際・国内専門誌に掲載されている論文を読み進める。また、各分野の代表的研究者のホームページなどからワーキングペーパーを入手し、(未公開の)最新の研究情報を得る。さらに、学会において最新の研究成果についての情報を得る。

(3) 理論的分析においては、公理的なアプローチを用いて公平な配分・選択メカニズムの実現可能性などの検討を行なう。具体的には、(検討する問題に応じて違いはあるものの)大きく分けて以下の4つのステップを踏む。第一に、その問題における様々な配分・選択メカニズム(配分・選択ルール)を検討する。第二に、メカニズムが満たして欲しいと

思われる様々な性質(公理)を考え、どのメカニズムがそれらの公理を満たし、どのメカニズムがそれらの公理を満たさないかを検討する。その際、公理間の倫理関係や、双対的な公理、いくつかの公理の変形(パリエーション)を可能な限り検討する。第三に、それまで考察してきた公理のうち重要なもののいくつかを同時に満たすメカニズムが存在するかを検討する。そのようなメカニズムが存在しないのであれば、それを理論的に証明する。第四に、もし重要と思われる公理のいくつかを同時に満たすメカニズムが存在するのであれば、そのメカニズムを全て明らかにする(メカニズムの特徴づけ)。場合によっては、そのメカニズムが1つに限定される場合もある。

(4) 研究発表においては、国内外の学会・セミナーで研究成果を発表し、参加者と積極的に議論を行なう。できる限り多くのコメントをもらえるようにし、それらのコメントを詳細に検討する。特に本研究と関連の深い研究者が多く集まる Society for Social Choice and Welfare 主催の国際学会での研究発表は重要なものとなる。

(5) 研究訪問においては、本研究と関連する研究を行なっている研究者・大学院生が多く在籍する早稲田大学への訪問(本研究課題採択時は、著者の所属先は広島修道大学であった)や、共同研究者の在籍するロチェスター大学(アメリカ合衆国)への訪問を行なう。それらの訪問先での研究議論を生かし、研究を推進させる。

(6) 全体を通じて、他の研究者との研究交流を積極的に図りながら進めていく。学会や研究訪問先においても、積極的に研究情報の交換等を行なう。

### 4. 研究成果

(1) 「公共財の確率的選択問題」、「権利問題」、「非分割財の確率的配分問題」において得られた研究成果を、それぞれ(2)、(3)、(4)で述べる。(2)は阿武秀和氏との共同研究による成果であり、(3)は William Thomson 氏との共同研究の成果である。

(2) 限りある選択肢の中から、社会における人々のために公共的な選択を行なう問題を考察した。例えば、ある地域において「図書館」、「博物館」、「公園」のいずれかの公共財を供給できるとしたときに、住民の選好を考慮して、どの公共財を選択するべきかという状況が当てはまる。このとき、例えば半分の住民が「図書館」が最も良いと思ひ、残りの半分の住民が「博物館」が最も良いと思ひているとき、どちらか1つを(確定的に)選択すると、選択されなかった住民に不満が残る。そこで、確率的な選択(くじ)を考える。各

住民は、くじに対してフォン・ノイマン型期待効用をもつものとする（かつ、確定的な選択肢に対する強い順序付けをもつものとする）。選択ルールとは、各問題に対し、一つくじを与える関数である。選択ルールの性質（公理）として、先述の「耐戦略性」に加え、以下の3つを考えた。1つ目は、選択ルールがとりうる領域（range）が2次元以上のシンプレックス（simplex）内にあり、かつそのシンプレックスの頂点を全て含んでいることを要求するものである。この公理を「非退化性（non-degeneracy）」と呼ぶ。2つ目は、選択ルールのとりうる領域が有限であることを要求するものである。この公理は「有限性（finiteness）」と呼ぶ。3つ目は、（同じ選好を表明するという条件のもとで生じる）提携によって到達可能なくじの集合が閉（closed set）であることを要求するものである。この公理を「閉オプション性（closed option）」と呼ぶ。なお「非退化性」は、先述の「主権性」をさらに弱めた公理であり、「有限性」は、同じく先述の「基数的不変性」を弱めたものである。さらに、「閉オプション性」は、「有限性」よりも弱い公理となる。これらの公理を分析した結果、「耐戦略性」、「非退化性」、「有限性」を満たす選択ルールは「一般化された」確率的な独裁ルールしかないことが示された。さらに、「有限性」を「閉オプション性」に弱め、選択ルールがとりうる領域が無限にあることを許容しても、「耐戦略性」と「非退化性」と合わせると、やはり、それらの公理を満たす選択ルールは「一般化された」確率的な独裁ルールしかないことが示された。「一般化された」確率的な独裁ルールは、元の確率的な独裁ルールと基本的な構造が変わらないものであり、これらの結果によって、公共財の確率的選択問題においては、「耐戦略性」を要求する限り、基本的には確率的な独裁ルールから逃れることができないことを明らかにすることができた。

(3) 各人のもつ権利（実数値）の大きさの合計が資源（実数値）を超えているときに、その資源を人々にどのように配分するべきかという問題を考察した。例えば、破産した企業の資産を、その企業の債権者に配分する状況が当てはまる。また、政府が必要とする税額を、所得の異なる人々から徴収する状況も、数学的には同値な問題として分析できる。配分ルールは、各問題に対し、一つ実現可能な配分を与える関数である。ここで実現可能な配分とは、各人に与える配分の合計が、ちょうど資源に等しくなっており、かつ各人はマイナスの配分を受け取ることも、自分の権利の大きさより大きな配分を受け取ることもないような配分のことである。この問題において、様々な「単調性」や「制限性」に関する公理を分析した。例えば、ある個人の権利の大きさが増加したとき、多くの場合は、そ

の個人の受け取る配分が増加することを要求するが、それ以外の個人への影響を考え、彼らが受け取る配分が以前より増加することはない（ある個人の権利の大きさの増加は、それ以外の人々にとっては、マイナスに影響すると考えられる）ことを要求する公理も考えることができる。反対に、ある個人以外の人々の権利の大きさが増加する状況を考え、そのときに、その個人の受け取る配分が以前より増加しないことを要求する公理も考えることができる。また、ある個人の権利の大きさがだけ増加したときに、その個人が受け取る配分が以上に増加することはないことを要求する公理も説得的であると考えられる。このときも、この個人の権利の増加が、それ以外の人々の受け取る配分の減少の上限となることを要求したり、この個人以外の人々の権利の大きさがだけ増加したとき、この個人の受け取る配分の減少の上限として他の人々の権利の増加分の和を用いたりすることが可能である。さらに、あるグループ内の変化が他のグループに与える影響を分析することもできる。このような考えに基づき、「単調性」や「制限性」に関する新たな様々な公理を定式化した。そしてそれらの公理の間における論理関係を分析した結果、興味深いと思われるいくつかの論理関係を見つけることができた。例えば、「連続性」の公理のもとでは、ある個人の変化が、他の人々へ及ぼす影響に関する公理と、（ある個人以外の）他の人々の変化が、ある個人へ及ぼす影響に関する公理が同値になることなどが明らかとなった。さらに、これらの公理を文献で提唱されている3つの「作用素」に適用した際に、どのような公理の条件が表れるかについてや、「整合性（consistency）」による2人から一般の人数への「リフティング」の可能性を明らかにできた。特に（一部の公理については）3人から一般の人数への「リフティング」についても分析することができた。加えて、Young（1987, *Mathematics of Operations Research*）によるルール族の特徴づけの結果を用いて、新しい公理による新たな特徴づけの結果を得た。これらの分析は権利問題について行なったものであるが、新たに提唱した公理の概念は、確率的配分問題を含む広い範囲の資源配分問題に適用できる。その意味において、ここでの研究成果は他の資源配分問題における分析の基礎を与えるものと考えられる。

(4) 車、家、ノートなどといった財は、分割することができない（あるいは分割することが適当でない）財であり、こういった財は、非分割財と呼ばれる。これらの財を、財に対する選好をもつ人々に公平に配分する問題を考察した。その際、各人が複数の財を受け取るケースを分析した。財が分割不能であるため、例えば4つの財を2人に分けるとき、各人が2つずつ財を受け取る状況において、

2人ともがあらゆる2財の組み合わせについて同じ選好をもつとき、どのように財を配分しても、いずれか一方は相手の配分をより望ましく思うてしまう(つまり自分の配分に不公平感をもってしまう)。そこで、確率的な配分を考える。配分ルールとは、各問題に対して一つ確率的な配分を与える関数である。この問題においては、各人が一つの財を受け取るケースよりも公平な配分ルールの設計が困難になることが、いくつかの結果によって明らかになっているが、今回はそれらの結果の解釈を含めた詳細な検討を行なうことができた。例えば、本研究課題の採択期間において新たに文献で提唱された公理を、本ケースに適用した際の含意の分析など、この問題における公平な配分ルールの設計に関する新たな視点を得ることができた。特に国内外での研究交流の中で、不可能性定理が生じることに対する理解を深めることができた。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計 0 件)

〔学会発表〕(計 4 件)

笠島洋一「Strategy-proofness and the random dictatorship rules (阿武秀和氏との共同研究)」East Asian Game Theory Conference 2015、2015年8月25日、早稲田大学(東京都新宿区) [国際学会]

笠島洋一「経済の制度設計における諸問題について」早稲田大学大学院社会科学部研究科院生・教員合同セミナー、2014年10月23日、早稲田大学(東京都新宿区) [国内セミナー]

笠島洋一「Strategy-proofness and the random dictatorship rules (阿武秀和氏との共同研究)」岡山大学現代経済セミナー、2014年9月11日、岡山大学(岡山県岡山市) [国内セミナー]

笠島洋一「Strategy-proofness and the random dictatorship rules (阿武秀和氏との共同研究)」12th Meeting of the Society for Social Choice and Welfare、2014年6月19日、ボストン(アメリカ合衆国) [国際学会]

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕

出願状況(計 0 件)

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：

番号：  
出願年月日：  
国内外の別：

取得状況(計 0 件)

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
取得年月日：  
国内外の別：

〔その他〕  
なし

#### 6. 研究組織

##### (1) 研究代表者

笠島 洋一 (KASAJIMA, Yoichi)  
早稲田大学・社会科学総合学術院・准教授  
研究者番号：30583166

##### (2) 研究分担者

( )

研究者番号：

##### (3) 連携研究者

( )

研究者番号：