

平成 30 年 5 月 22 日現在

機関番号：11301

研究種目：基盤研究(A) (一般)

研究期間：2014～2017

課題番号：26247015

研究課題名(和文) 散逸系における空間局在解の階層構造と頑健性の起源の解明

研究課題名(英文) Hierarchical structures and robustness for the set of global solution branches of spatially localized patterns in dissipative systems

研究代表者

西浦 廉政 (Nishiura, Yasumasa)

東北大学・材料科学高等研究所・特任教授

研究者番号：00131277

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 24,300,000円

研究成果の概要(和文)：パターン形成の根幹を成す空間局在解(以下粒子解)の生成、消滅、衝突ダイナミクス、さらに不均一場との相互作用による多彩なダイナミクスを駆動する機構として、粒子解全体の成す階層構造及びダイナミクス生成の組織中心の果たす役割を明確にし、それらが系の頑健性を支えることを2相対流系および3種反応拡散系に対して示した。具体的には2相対流系における時間周期traveling pulseの分岐論的出自とその衝突ダイナミクスの解明。3種反応拡散系におけるdefectからの自発的なパルス生成、振動テールをもつ粒子解のSnaky構造と不均一場での多彩なダイナミクスの駆動機構を明らかにした。

研究成果の概要(英文)：Spatially localized patterns in dissipative systems form an important class of solutions in pattern formation theory. To understand the generation, annihilation and collision dynamics among those patterns is a big challenge. Global structure of all relevant solution branches forms a hierarchical structure and its connecting manner of stable/unstable manifolds gives an insight for dynamic behaviors of the above exotic dynamics. We applied the methodology to localized convective patterns of binary fluid and three component reaction diffusion systems of FitzHugh-Nagumo type.

研究分野：応用数学

キーワード：パターン形成 散逸構造 パルス波 自己組織化 トポロジー ネットワーク 反応拡散方程式

## 1. 研究開始当初の背景

シュレジンガー は 1944 年の What is life? という講演において、生命秩序を作り出す根本原理は何なのかを問い、生命系が開放系であることに着目した。エネルギーや物質を外から取り込み、第二法則に矛盾しない形で生命活動の維持ができることを示唆した。このような開放系における自発的秩序形成はチューリングやプリゴジンに引き継がれ、平衡から遠く離れた環境でのパターン形成理論として大きく発展した。とくに数学理論を深化させるきっかけとなった数理モデルは BZ 反応や CIMA 等の化学反応モデル、Hodgkin-Huxley 方程式に代表される神経伝搬パルス、さらに 2 相対流現象に対する温度場、濃度場とカップルした Navier-Stokes 方程式や Swift-Hohenberg モデルなどが代表的である。いずれの系でも粒子解は典型的な解として現れる。これらの多様なダイナミクスの理解において偏微分方程式論を含む広い意味での力学系理論は極めて大きな役割を果たし、その非自明パターンの存在や安定性に決定的な結果を残した。近年の大きな変化は計算機により解の大域構造を幾何学的に明らかにする構造探索型の方法論が確立し、これまで困難とされていた複雑ダイナミクスの解明が可能となったことである (Y.Nishiura

“ Far-from-Equilibrium Dynamics ”

AMS,2003 )。その有効性はとくに本研究の主題である「粒子解」において著しい。実際、先駆的成果として 1999 年に代表者らにより初めて構造探索型手法を用いることにより、定常パルスの分裂、崩壊という遷移ダイナミクスがサドルノード分岐の階層的連結構造に帰着されることが判明した (Physica D 130(1999),73-104 )。最近では分担者の國府らによる Conley-Morse 指数を用いるトポロジカルな手法、またホモロジー量の計算を組織的に行う Computational Homology の発展により、3 次元複雑形態やそのトポロジー量の時間変化でダイナミクスを解析するなど、新たな方法論が提供され始めた。これらによりパターン形成理論も新たなステージに入りつつある。とくにこれまではパターン間の弱い相互作用を摂動的に扱うのが主流であったが、粒子解の衝突や不均一場での自発生成パルスなど大変形を伴う本質的に「非摂動」の範疇に属する数理の未開拓分野についても、上記手法を組み合わせることにより、その全貌をようやく明らかにできる可能性が出てきた。実際、代表者による講演

“ Collision dynamics in dissipative

systems ”, Pattern Formation: The inspiration of Alan Turing, St. John's College, Oxford,UK (2012)は実験科学者にも大きなインパクトを与え、2013 年ミネソタ IMA での WS 主催、また 2015 年北京 ICIAM にも代表者は招待講演に招かれ、世界的流れを形成しつつある。ここにおいて非

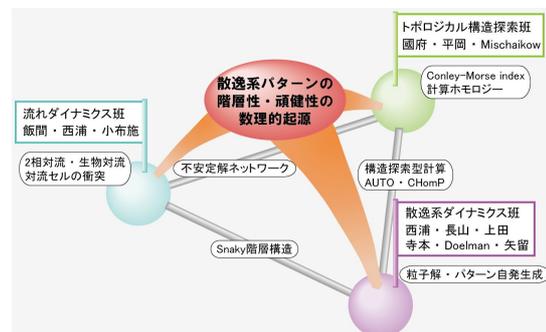
線形・非平衡現象全般に現れる動的局在構造の複雑ダイナミクスを支配する機構を抽出し、その頑健性を大域的無限次元力学系の立場から明らかにする意義は大きく、本研究にて格段に推進していく機が熟してきたと言える。

## 2. 研究の目的

パターン形成理論の根幹を成す空間局在解 (以下粒子解) の生成・消滅あるいは衝突による結合・離反等の相互作用の結果として、粒子解の全体は階層構造を生みだし、それがダイナミックな頑健性 (ロバストネス) を支える。本研究の主題はそのような頑健な階層性の起源についての数理的構造を明らかにすることである。粒子解としては、反応拡散系や流体系に現れる孤立波や対流パターンを対象とする。抽出された構造は普遍性を持ち、実験科学者にとっても指針となる枠組を目指す。強い相互作用、大域的構造を扱うため、構造的数値探索を重視する。本研究の基本思想は「自己組織化原理に基づく不安定解全体の成すネットワーク構造」であり、従来の厳密な摂動論的手法と組み合わせることにより、大域ダイナミクスの厳密化への道を開くことも目指す。

## 3. 研究の方法

散逸系ダイナミクス班、流れダイナミクス班、トポロジカル構造探索班の 3 つの研究グループ班により有機的連携を伴いつつ、研究を推進する。最初の 2 つの班は取り扱う現象が異なる 2 つのカテゴリーである散逸系及び流体系でのモデル化と解析を実施する柱であり、3 つ目のトポロジカル構造探索班は広汎な視点と普遍的方法論を提供する横断的役割を担う班である。主題である不安定性を内包しつつ、しかし系全体としては、極めて頑健な動的構造を保持できる数理的基盤を明らかにするため、構造探索型数値計算により無限次元における不安定解全体の幾何学的配置に焦点を当てる。その結果を受けてトポロジカル構造探索班は他の班と協力して、異なる現象を貫く普遍構造を抽出し、そこでのダイナミクスを駆動する大域的分岐構造を明らかにすることにより、階層性と頑健性の関係を解明する。



とりわけモデル方程式の大域分岐解析は階層構造および階層間ダイナミクスを明らか

にする上で最も重要な解構造探索手法である。さらに Conley-Morse 分解などの力学系的手法を併用することにより、散逸系無限次元空間における複雑ダイナミクスの幾何学の構築、さらにそのようなダイナミクスを生み出す組織中心の発見を目指す。

#### 4. 研究成果

パターン形成理論の根幹を成す空間局在解（以下粒子解）の生成・消滅あるいは衝突による結合・離反等の相互作用が生み出す複雑ダイナミクスのバックボーンとして、粒子解の全体は階層構造を成し、それがダイナミックな頑健性（ロバストネス）を支えることをとくに2相対流系および3種反応拡散系に対して明らかにした。具体的には

1. 2相対流系における定常対流構造の階層性とネットワーク構造: 2相対流粒子解の衝突過程における偶数モード定常解の階層構造の解の間のより詳細な構造、とくに不安定定常局在解から PTP へいたる連結軌道について解析を実施し、全体構造を明らかにした(図1)。また PTP の分岐論的起源が空間周期一様進行波解からのうなり分岐であることを明らかにした。

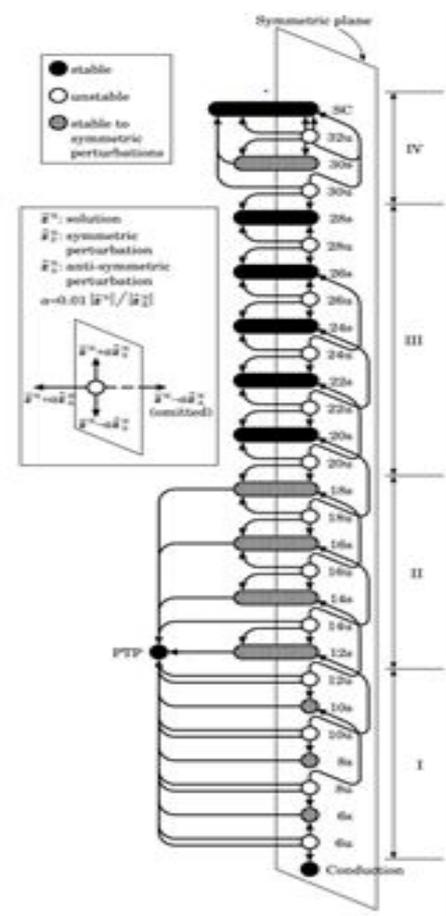


図1: 2相流体系における階層構造間の解のつながりを図示。漸近挙動に至る道筋が

明らかになる。

2. 振動テール局在解をもつ3種反応拡散系の均一媒質における2重Snaky構造の発見: 均一媒質かつ空間1次元の場合には、局在解は2重Snaky構造をもつことが数値的に確認された。Snaky構造とは、空間一様な自明解からうなり分岐した非自明解が複数のサドルノード点を経て空間を埋め尽くす周期構造にいたる大域的振る舞いを言う。2重という意味は進行波解についても同じようにSnaky構造をもつことを言う。定常解から進行波解への変化は対称性破壊であり、進行波解のSnaky大域枝は定常解のそのimperfectionになっている。このような2重Snaky構造は反応拡散系において初めて発見されたものである。

3. 振動テールをもつ局在解の不均一媒質におけるダイナミクス: 1次元均一媒質の2重Snaky構造は不均一性としてBump形状を考えた時の高さが零に縮退した場合の解構造を与える。これを種として高さが零でない不均一媒質の時の定常解、時間周期解の全体を大域的に探索した。これにより「Bump形状をもつ不均一媒質における1次元パルスのすべての漸近挙動は、Bumpの高さを分岐パラメータとしたときの自明な定数解からの大域枝の連結成分にすべて含まれる」ことが数値的に確認された。これは図2に示したパルスジェネレータの階層構造の全容の発見と同様に大域分岐探索の大域幾何構造がパルスのBumpに衝突した後の漸近挙動をすべて含んでいることを示しており重要な結果である。

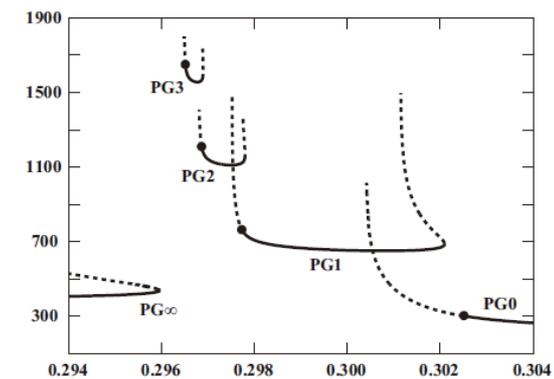


図2: ホモクリニック分岐の階層構造。横軸は不均一性の強さ、縦軸は周期

4. 振動テールをもつ2次元局在解の不均一媒質におけるダイナミクス: 不均一性が特定の幾何形状、とくに円盤型の場合に一群の動的HIOP(Heterogeneity Induced Ordered Patterns)を数値的及び解析的にその存在を示した。動的とは時間周期的に回転する円盤解が存在し、これは2次元粒子解が衝突する際に1次元とは全く異なる挙動を示す原因となる。より詳細なダイナミクスは4次元ODEに帰着することにより、解析可能となることを示した。

5. 光 BZ パルス波の刺激応答ダイナミクス : 光反応 BZ パルス波に対し、局在化された光刺激をパルスに照射するし、パルスを消滅させるための最も効果的な光照射位置とその強さの特定に関して数値的並びに実験的に同定することができた。いわばパルス波のアキレス腱というべきものの存在を明らかにした。

6. ネットワークダイナミクスにおける自己修復機能の解明とその頑健性の起源 : 興奮性ダイナミクスを素子とするネットワークダイナミクスにおいて、その自己修復機能については Morris-Lecar 系を含むより一般の系に拡張することができた。またそれにより自己修復機能の数理構造がより明確になった。

7. 変分法的手法による 3 種反応拡散方程式系における不均一場における解の存在と安定性 : 一般化された 3 種 FitzHugh-Nagumo 方程式は、その非線形の形より action potential という汎関数を構成できる。これにより、HIOP として Jump の位置から距離が離れた定常パルス解を構成できる。これによりパルスの defect との衝突ダイナミクスの理解が大きく進展した。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 15 件)

Kei Nishi, Shogo Suzuki, Katsuhiko Kayahara, Masakazu Kuze, Hiroyuki Kitahata, Satoshi Nakata, and Yasumasa Nishiura, Achilles' heel of a traveling pulse subject to a local external stimulus, *Physical Review E*, 査読有, 95 巻, 2017 年, pp. 1-8  
<https://doi.org/10.1103/PhysRevE.95.062209>

Masakazu Akiyama, Atsushi Tero, Masahiro Kawasaki, Yasumasa Nishiura, Yoko Yamaguchi, Theta-alpha EEG phase distributions in the frontal area for dissociation of visual and auditory working memory, *Scientific Reports*, 査読有, 7 巻, 2017 年, pp.1-11  
10.1038/srep42776

Satoshi Nakata, Mio Nomura, Hiroya Yamamoto, Shunsuke Izumi, Nobuhiko J. Suematsu, Yumihiko Ikura, Takashi Amemiya, Periodic oscillatory motion of a self-propelled motor driven by decomposition of H<sub>2</sub>O<sub>2</sub> by Catalase, *Angewandte Chemie International Edition*, 査読有, 56 巻, 2017 年, pp.861-864  
<https://doi.org/10.1002/anie.201609971>

Takeshi Watanabe, Makoto Ima, and Yasumasa Nishiura, A Skeleton of Collision Dynamics: Hierarchical Network Structure among Even-Symmetric Steady Pulses in Binary Fluid Convection, *SIAM J*, 査読有, 15 巻, 2016 年, pp.789-806  
10.1137/15M1010968

Peter van Heijster, Chao-Nien Chen, Yasumasa Nishiura, Takashi Teramoto, Localized Patterns in a Three-Component FitzHugh-Nagumo Model Revisited Via Action Functional, *Journal of Dynamics and Differential Equations*, 査読有, 2016 年, pp.1-35, 10.1007/s10884-016-9557-z

Akiko Satake, Motohide Seki, Makoto Ima, Takashi Teramoto, Yasumasa Nishiura, Florigen distribution determined by a source-sink balance explains the diversity of inflorescence structures in Arabidopsis, *Journal of Theoretical Biology*, 査読有, 395 巻, 2016 年, pp.227-237  
10.1016/j.jtbi.2016.01.035

M. Gameiro, Y. Hiraoka, I. Obayashi, Continuation of Point Clouds via Persistence Diagrams, *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 査読有, 334 巻, 2016 年, pp.118-132  
org/10.1016/j.physd.2015.11.011

Tomoyuki Miyaji, Pawel Pilarczyk, Marcio Gameiro, Hiroshi Kokubu, and Konstantin Mischaikow, A study of rigorous ODE integrators for multi-scale set-oriented computations, *Applied Numerical Mathematics*, 査読有, 107 巻, 2016 年, pp.34-47  
10.1016/j.apnum.2016.04.005

K. Nagai, K. Tachibana, Y. Tobe, M. Kazama, H. Kitahata, S. Omata and M. Nagayama, Mathematical model for self-propelled droplets driven by interfacial tension, *The Journal of Chemical Physics*, 査読有, 144 巻, 2016 年, pp.114707(1-8)  
10.1063/1.4943582

西浦廉政, パターンダイナミクスの新しい流れ, 高分子, *The Society of Polymer Science*, 査読有, 64 巻, 2015 年, pp.641-644

Shin-Ichiro Ei, Kei Nishi, Yasumasa Nishiura, Takashi Teramoto, Annihilation of two interfaces in a hybrid system,

American Institute of Mathematical Sciences, 査読有, 8 巻, 2015 年, pp.857-869  
10.3934/dcdss.2015.8.857

Kei-Ichi Ueda, Yasumasa Nishiura, Yoko Yamaguchi and Keiichi Kitajo, Bidirectional Wave Propagations can Improve Loop Finding Time, Advances in Cognitive Neurodynamics, 査読有, 4 巻, 2015 年, pp.277-282  
10.1007/978-94-017-9548-7\_39

Kei-Ichi Ueda, Masaaki Yadome, Yasumasa Nishiura, Multistate network model for the pathfinding problem with a self-recovery property, Neural Networks, 査読有, 62 巻, 2015 年, pp.32-3  
10.1016/j.neunet.2014.08.00

Satoshi Nakata, Shogo Suzuki, Takato Ezaki, Hiroyuki Kitahata, Kei Nishi and Yasumasa Nishiura, Response of a chemical wave to local pulse irradiation in the ruthenium-catalyzed Belousov-Zhabotinsky reaction, Physical Chemistry Chemical Physics, 査読有, 17 巻, 2015 年, pp.9148-9152  
10.1039/C5CP00897B

M.Yadome, Y.Nishiura, T.Teramoto, Robust Pulse Generators in an Excitable Medium with Jump-Type Heterogeneity, SIAM Journal on Applied Dynamical Systems, 査読有, 13 巻, 2014 年, pp. 1168-1201  
10.1137/13091261X

〔学会発表〕(計 13 件)

Yasumasa Nishiura, Dynamics of Localized Structures in Dissipative Systems, SIAM conference on Applications of Dynamical Systems, 2017 年

Satoshi Nakata, Characteristic Motion of a Self-organized Object Based on Nonlinearity, Dynamics Days 2017, 2017 年

Yasumasa Nishiura, On the interplay between intrinsic and extrinsic instabilities of spatially localized patterns, RIMS 共同研究ワークショップ「現象を捉える数学」, 2016 年

西浦廉政, 振動型テールをもつ空間局在解のダイナミクス, 第 5 回岐阜数理科学研究会, 2016 年

Yasumasa Nishiura, On the interplay between intrinsic and extrinsic instabilities of spatially localized patterns, Patterns of Dynamics Conference in Honor of Bernd Fiedler, 2016 年

Yasumasa Nishiura, Open questions for the interplay between internal and external dynamics of localized patterns with oscillatory tails, Joint Australia-Japan workshop on dynamical systems with applications in life sciences, 2016 年

Yasumasa Nishiura, Pulse Generators, The Fourth International Conference Nonlinear Waves -Theory and Applications, 2016 年

Hiroshi Kokubu, Topological Computation Theory for Global Dynamics of Multi-Parameter Systems, International Conference on Difference Equations and Applications 2016, 2016 年

Hiroshi Kokubu, Morse Decompositions of Regulatory Networks via determining nodes, International Conference "Patterns and Waves 2016", 2016 年

Kei-Ichi Ueda, Multistate network model for the path-finding problem, International Conference "Patterns and Waves 2016", 2016 年

S. Nakata, Spatio-temporal behaviors of self-propelled motors characteristically responsive to the environments, Gordon Research Conferences on Oscillations & Dynamic Instabilities in Chemical Systems, 2016 年

Yasumasa Nishiura, Wave-particle duality in dissipative systems, International Conference on Mathematical

Modeling and Applications 2015(ICMMA2015),  
2015年

Yasumasa Nishiura, On the interplay  
between intrinsic and extrinsic  
instabilities of spatially localized  
patterns, 8th International Congress on  
Industrial and Applied  
Mathematics(ICIAM2015), 2015年

〔図書〕(計 0件)

〔産業財産権〕

出願状況(計 0件)

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
出願年月日：  
国内外の別：

取得状況(計 0件)

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
取得年月日：  
国内外の別：

〔その他〕

ホームページ等

[https://www.wpi-airr.tohoku.ac.jp/nishiura\\_lab/index.html](https://www.wpi-airr.tohoku.ac.jp/nishiura_lab/index.html)

<https://researchmap.jp/ynishiura/>

## 6. 研究組織

### (1)研究代表者

西浦 廉政 (NISHIURA, Yasumasa)

東北大学・材料科学高等研究所・特任教授  
研究者番号：00131277

### (2)研究分担者

長山 雅晴 (NAGAYAMA, Masaharu)

北海道大学・電子科学研究所・教授  
研究者番号：20314289

平岡 裕章 (HIRAOKA, Yasuaki)

東北大学・材料科学高等研究所・教授  
研究者番号：10432709

國府 寛司 (KOKUBU, Hiroshi)

京都大学・理学研究科・教授  
研究者番号：50202057

上田 肇一 (UEDA, Kei-Ichi)

富山大学・大学院理工学研究部・准教授  
研究者番号：00378960

中田 聡 (TANAKA, Satoshi)

広島大学・理学研究科・教授  
研究者番号：50217741

(3)連携研究者

( )

研究者番号：

(4)研究協力者

( )