

令和 2 年 6 月 9 日現在

機関番号：14301

研究種目：基盤研究(B) (特設分野研究)

研究期間：2014～2019

課題番号：26310208

研究課題名(和文)力学系理論に基づく臨界的遷移の予兆の探索

研究課題名(英文) Search for a Sign of Critical Transition based on the Theory of Dynamical Systems

研究代表者

國府 寛司 (Kokubu, Hiroshi)

京都大学・理学研究科・教授

研究者番号：50202057

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 12,000,000円

研究成果の概要(和文)：臨界的遷移と呼ばれるシステムの不連続変化を力学系の大域的分岐と捉え、位相的計算理論によるモース分解などの力学系理論により研究を行い、以下の成果を得た：(1) 力学系の大域的構造を表すモース分解を時系列データから求める方法をノイズを含む時系列データに対して拡張する MGSTD法を開発し、それを気象の実データに適用して気象パターンの遷移の抽出に成功した。(2) ヒトの2足歩行・走行遷移を臨界的遷移として捉え、それを記述するハイブリッド力学系としての新しいヒステリシス型の分岐現象を見出した。(3) 画像データから位相データ解析の手法を用いて時空間ダイナミクスのモース分解を求める方法を開発した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

臨界的遷移は大規模な災害や気候変動を予測し制御する上で重要な概念であるが、その根元的な理解は極めて不十分である。本研究では、その第1歩としての数理的な基礎研究を行い、力学系の大域的分岐理論がどのようにその理解に迫れるかに挑戦した。まだ決定的な理解には及ばないが、本研究で得られたMGSTD法は今後の実用研究にも活用できる可能性があると考えており、今後さらに研究を継続していく所存である。

研究成果の概要(英文)：A large-scale change in a system called “critical transition” is viewed as a global bifurcation in the dynamics, and is studied by employing recent progress in the theory of dynamical systems such as topological computation theory and Morse decompositions. The obtained results are as follows: (1) The topological computation theory for obtaining the global structure of dynamics in the form of Morse decompositions from time-series data generated from dynamical systems is adapted for noisy time-series data, called the MGSTD method, which is successfully applied to meteorological time-series data capturing an expected transition of pressure patterns. (2) Discovery and analysis of a hysteresis-like “bifurcation” in hybrid systems which models analogue of the walk-run transition in the human bipedal locomotion. (3) Development of the method for obtaining Morse decomposition of the spacio-temporal dynamics from spatial image data by using the methods in the topological data analysis.

研究分野：力学系理論

キーワード：力学系 臨界的遷移 分岐 位相的方法 時系列 大域的構造 ノイズ モース分解

1. 研究開始当初の背景

氷河期の突如の終焉のような気候の大変動や生物種の絶滅などの生態系における非可逆的变化から、てんかんの発作、株価の大暴落まで、自然界や人間社会での諸現象・諸活動において、多種多様の激変とも言えるような不連続な大変化が観察される。近年、このような不連続大変化を臨界的遷移 (critical transition) と呼び、その中に類似点を見出そうという研究が盛んになってきている。すなわち、臨界的遷移に共通の数理的枠組みを捉えることで、このような大変化が発生するメカニズムを理解し、それに基づいて、より積極的にこのような大変化を予期し、制御しようという試みである。

このような学術的背景と力学系理論の最新の成果から、臨界的遷移を力学系の大域的分岐理論の観点から数理的に理解し、それを解析する手法を開拓することが有効であると考えて、本研究を構想した。

2. 研究の目的

本研究の目的は、臨界的遷移と呼ばれるシステムの不連続大変化において、それに先立って特徴的に見られる統計的指標などの総称である予兆の理論的根拠を、力学系理論の最新の成果に基づいて明らかにすると共に、様々な対象における新たな臨界的遷移を、さまざまな力学系の分岐現象との関連において探索し、それらにおける予兆と理論との対応を数理的に理解することである。

3. 研究の方法

本研究では、以下の4つの課題を設定し、それを遂行することで研究目的の達成を目指す：

- (A) 先行研究における臨界的遷移の分岐理論的観点からの検討と整理
- (B) 大域的分岐構造に関する臨界的遷移を示す現象の探索と解析
- (C) 生命・生物現象における臨界的遷移の探索と解析
- (D) 空間パターンに着目した臨界的遷移現象の探索と、計算トポロジーの手法を用いた解析

4. 研究成果

本研究での成果は以下の3つに分類される：

(1) 大域的分岐構造に関する臨界的遷移の解析

本研究では、代表者がこれまで行ってきた力学系の大域的構造と分岐の理論の研究の知見に基づいて、力学系の臨界的遷移の理解と解析にアプローチした。特に力学系の大域的構造を、回帰的ダイナミクスを含む有限個の部分とそれらの間の勾配的つながりに分解する「モース分解」が、臨界的遷移の予兆に利用できる可能性があるのではないかと問題意識をもって研究を行った。

代表者らのこれまでの研究で、力学系のモース分解を計算機援用で求める力学系の位相計算理論を整備してきた。本研究では、これを発展させて、実験や観測などから得られる時系列データから力学系のモース分解を求める方法を構築することを目指した。これについては、論文をまとめるには至らなかったが、理論的な部分は概ね完成し、その結果をいくつかの国際会議や国内学会などで発表した(2015年 International Conference on Nonlinear Economic Dynamics, 2016年研究集会「力学系と計算」、2017年 International Conference “Mathematical Analysis on Nonlinear PDEs”, 2018年 KSIAM Spring Conference, 2019年 Workshop on Data Science and Machine Learning in Dynamical Systems など)

この方法を実際の時系列データに適用する際には、実データが不可避免的に含むノイズの影響を考慮しなければならない。そこで、本研究ではそのようなノイズを含む時系列からモース分解の情報を抽出するために、MGSTD法と名付けた新しい解析法を創案し、いくつかの数学的にダイナミクスがはっきりしている確率微分方程式から生成したノイズを含む時系列データに適用して、実際のダイナミクスが再現されることを確認した。またその方法を気象学で研究されており、気象学者による気象パターンの遷移が予想されている北半球の気圧データに適用し、気象学者による推測とよく合致する解析結果を得た。これは気象学者の予想を数学的に「証明」するものではないが、気象学者の経験に基づく知見からの推測を、時系列データだけから補強する方法と考えられる結果である。この方法はより広汎なノイズを含む時系列データから背後にひそむダイナミクスの情報を抽出するものとして、さまざまな応用が期待される。この結果は2019年の SIAM Journal on Applied Dynamical Systems に刊行され、またいくつかの研究集会などで発表された(2015年 AMS Fall Eastern Section Meeting, 2019年 Workshop on Data Science and Machine Learning in Dynamical Systems, 2019年 EASIAM, 2019年日本応用数理学学会年会 など)

(2) 生命・生物現象における臨界的遷移の探索と解析

本研究では、それまでの研究との関連もあり、ヒトの2足歩行・走行運動を臨界的遷移の観点から研究した。生物の歩行運動は、生物学的にも工学的にも興味深く、ロボット工学などでの応用上も重要である。ヒトの2足歩行や走行運動は数学的には、接地した支持脚と振り子様の連続運動をする遊脚との不連続な切り替えを含むハイブリッド力学系として捉えられ、理論的研究は未開拓であり様々な課題を含んでおり、また2足歩行運動の維持や走行との歩容遷移の理解は、その内在的な不安定性ゆえに難しい研究課題である。

代表者らは本研究の初期に、ヒトの歩行運動の安定領域が非常に複雑なフラクタル形状を持つことを、受動歩行モデルの場合(2016年 Proc. Royal Soc. A)とより一般の数理モデルの場合の普遍的なメカニズムの可能性(2015年, Japan J. Indust. Appl. Math., 2017年度日本応用数学会論文賞 JJIAM 部門受賞)についての結果を得た。このことは、ヒトの2足歩行運動が外乱に対して本質的に敏感であり、その結果として転倒や走行への遷移などの大変化を容易に引き起こされることを意味すると考えられる。

そこで、歩行・走行遷移を臨界的遷移の観点から調べるために、最も単純な数理モデルとして、水平移動を無視した鉛直方向に1次元の振動を行うバネ振動子を取り上げ、歩行に対応する接地した状態での振動と、走行に対応するジャンプを伴う振動の間の遷移を、ハイブリッド力学系の新しい「ヒステリシス」的な分岐として捉えることに成功した。この結果は現在、論文を準備中であるが、国内外のいくつかの研究集会などで発表した(2017年 International Workshop on Industrial and Applied Mathematics, 2017年 A3 Joint Workshop on Fluid Dynamics and Material Science, 2018年 Third International Conference on Dynamics of Differential Equations, 2018年日本応用数学会年会, 2018年日本物理学会, 2018年応用数学合同研究集会など)

(3) 空間パターンに着目した臨界的遷移現象の探索と、計算トポロジーの手法を用いた解析

臨界的遷移の先行研究では、緑地の砂漠化などの遷移が航空写真による画像データから観察されるという事例が挙げられている。これは時間と共に変化する画像データを時系列データと捉えることで、(1)で述べた時系列データからの力学系の大域的構造とその変化の情報を抽出することができる可能性を示唆する。

本研究では、このような発想に基づいて、空間構造を持つ偏微分方程式の解の時空間パターンの数値シミュレーションを画像データと考えると、そこから元の偏微分方程式のダイナミクスを推定することを試みた。具体的には Swift-Hohenberg 方程式と呼ばれる勾配型の非線型放物型偏微分方程式の数値シミュレーションで生成した時空間パターンの画像データに対し、そのモース分解としての平衡解の結合関係を復元できることを確認した。この結果は 2016年の International Conference on Patterns of Dynamics と 2017年の International Conference “Mathematical Analysis on Nonlinear PDEs” で発表しており、今後、論文の刊行をする予定である。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計3件（うち査読付論文 3件／うち国際共著 0件／うちオープンアクセス 1件）

| | |
|--|---------------------------|
| 1. 著者名 Morita Hidetoshi, Inatsu Masaru, Kokubu Hiroshi | 4. 巻 18 |
| 2. 論文標題 Topological Computation Analysis of Meteorological Time-Series Data | 5. 発行年 2019年 |
| 3. 雑誌名 SIAM Journal on Applied Dynamical Systems | 6. 最初と最後の頁 1200 ~ 1222 |
| 掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） doi:10.1137/18M1184746 | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難 | 国際共著 - |

| | |
|--|------------------------|
| 1. 著者名 Ippei Obayashi, Shinya Aoi, Kazuo Tsuchiya, Hiroshi Kokubu | 4. 巻 472 |
| 2. 論文標題 Formation mechanism of a basin of attraction for passive dynamic walking induced by intrinsic hyperbolicity | 5. 発行年 2016年 |
| 3. 雑誌名 Proceedings of The Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences | 6. 最初と最後の頁 20160028 |
| 掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1098/rspa.2016.0028 | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難 | 国際共著 - |

| | |
|---|-----------------------|
| 1. 著者名 Ippei Obayashi, Shinya Aoi, Kazuo Tsuchiya, Hiroshi Kokubu | 4. 巻 32 |
| 2. 論文標題 Common formation mechanism of basin of attraction for bipedal walking models by saddle hyperbolicity and hybrid dynamics | 5. 発行年 2015年 |
| 3. 雑誌名 Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics | 6. 最初と最後の頁 315-332 |
| 掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） DOI 10.1007/s13160-015-0181-9 | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である） | 国際共著 - |

〔学会発表〕 計17件（うち招待講演 9件／うち国際学会 11件）

| |
|--|
| 1. 発表者名 Hiroshi Kokubu |
| 2. 発表標題 Morse decomposition of dynamics from time-series data |
| 3. 学会等名 Workshop on Data Analysis and Machine Learning in Dynamical Systems（招待講演）（国際学会） |
| 4. 発表年 2019年 |

| |
|--|
| 1. 発表者名 Hidetoshi Morita |
| 2. 発表標題 Topological computation analysis of meteorological time-series data |
| 3. 学会等名 Workshop on Data Analysis and Machine Learning in Dynamical Systems (招待講演) (国際学会) |
| 4. 発表年 2019年 |

| |
|--|
| 1. 発表者名 Hiroshi Kokubu |
| 2. 発表標題 Morse decomposition of dynamics from time-series data and its application |
| 3. 学会等名 EASIAM Wuhan University, Wuhan, China (招待講演) (国際学会) |
| 4. 発表年 2019年 |

| |
|--|
| 1. 発表者名 森田英俊, 稲津將, 國府寛司 |
| 2. 発表標題 Topological computation analysis of meteorological time-series data |
| 3. 学会等名 日本応用数理学会2019年度年会 |
| 4. 発表年 2019年 |

| |
|---|
| 1. 発表者名 Hiroshi Kokubu |
| 2. 発表標題 Computer-assisted Approach to Global Dynamics of Multi-parameter Systems |
| 3. 学会等名 KSIAM Spring Conference, KAIST, Daejeon, South Korea (招待講演) (国際学会) |
| 4. 発表年 2018年 |

| |
|---|
| 1. 発表者名 森田英俊, 青井伸也, 土屋和雄, 國府寛司 |
| 2. 発表標題 倒立バネ振り子モデルによるヒトの歩行・走行・転倒の分岐 |
| 3. 学会等名 RIMS共同研究「統計的モデリングと予測理論のための統合的数理研究の实践」, 京都大学数理解析研究所 |
| 4. 発表年 2018年 |

| |
|--|
| 1. 発表者名 森田英俊, 青井伸也, 土屋和雄, 國府寛司 |
| 2. 発表標題 倒立バネ振り子モデルによるヒトの歩行・走行・転倒の分岐 |
| 3. 学会等名 日本応用数理学会, 名古屋大学 |
| 4. 発表年 2018年 |

| |
|--|
| 1. 発表者名 森田英俊, 青井伸也, 土屋和雄, 國府寛司 |
| 2. 発表標題 倒立バネ振り子モデルによるヒトの歩行・走行・転倒の分岐 |
| 3. 学会等名 日本物理学会, 同志社大学 |
| 4. 発表年 2018年 |

| |
|---|
| 1. 発表者名 森田英俊, 青井伸也, 土屋和雄, 國府寛司 |
| 2. 発表標題 ハイブリッド力学系における新しい分岐: ヒトの歩行・走行・転倒の解析に向けて |
| 3. 学会等名 応用数学合同研究集会, 龍谷大学 |
| 4. 発表年 2018年 |

| |
|---|
| 1. 発表者名 Hiroshi Kokubu |
| 2. 発表標題 Stability of bipedal locomotion: a dynamical system approach |
| 3. 学会等名 2017 International Workshop on Industrial and Applied Mathematics (国際学会) |
| 4. 発表年 2017年 |

| |
|--|
| 1. 発表者名 Hiroshi Kokubu |
| 2. 発表標題 A new hysteresis mechanism in hybrid dynamical systems |
| 3. 学会等名 A3 joint Workshop on Fluid Dynamics and Material Science (国際学会) |
| 4. 発表年 2017年 |

| |
|---|
| 1. 発表者名 Hiroshi Kokubu |
| 2. 発表標題 Stability and bifurcations of some simple models of the human bipedal locomotion |
| 3. 学会等名 The Third International Conference on the Dynamics of Differential Equations (招待講演) (国際学会) |
| 4. 発表年 2018年 |

| |
|--|
| 1. 発表者名 Hiroshi Kokubu |
| 2. 発表標題 Morse Decompositions of global dynamics from image data |
| 3. 学会等名 Patterns of Dynamics (招待講演) (国際学会) |
| 4. 発表年 2016年 |

| |
|---|
| 1. 発表者名 Hiroshi Kokubu |
| 2. 発表標題 Morse decomposition of dynamical systems from time-series data |
| 3. 学会等名 International Conference "Mathematical Analysis on Nonlinear PDEs" (招待講演) (国際学会) |
| 4. 発表年 2017年 |

| |
|---|
| 1. 発表者名 Hiroshi Kokubu |
| 2. 発表標題 Dynamical time series analysis based on topological computation theory for global dynamics |
| 3. 学会等名 2015 International Conference on Nonlinear Economic Dynamics (招待講演) (国際学会) |
| 4. 発表年 2015年 |

| |
|---|
| 1. 発表者名 Hiroshi Kokubu |
| 2. 発表標題 Dynamical time-series analysis for Morse decomposition - an application to noisy meteorological data - |
| 3. 学会等名 AMS Fall Eastern Sectional Meeting (招待講演) (国際学会) |
| 4. 発表年 2015年 |

| |
|-----------------------------|
| 1. 発表者名 國府寛司 |
| 2. 発表標題 力学系の時系列解析とモーリス分解 |
| 3. 学会等名 研究集会「力学系と計算」 |
| 4. 発表年 2016年 |

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

| | 氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号) | 所属研究機関・部局・職 (機関番号) | 備考 |
|-------|---------------------------------|-----------------------|----|
| 研究協力者 | 森田 英俊 (Morita Hidetoshi) | | |
| 研究協力者 | 大林 一平 (Obayashi Ippei) | | |