

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 29 年 5 月 30 日現在

機関番号：13302

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2014～2016

課題番号：26330009

研究課題名(和文)幾何的な折りアルゴリズムの研究と開発

研究課題名(英文)Research on geometric folding algorithms

研究代表者

上原 隆平 (Uehara, Ryuhei)

北陸先端科学技術大学院大学・先端科学技術研究科・教授

研究者番号：00256471

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,700,000円

研究成果の概要(和文)：本研究期間を通じて、査読つき論文9編、審査つき国際会議18件を研究成果として発表した。またヨーロッパの理論計算機科学の最高峰の国際会議ICALPでの招待講演も行った。特に「一つの多角形から複数の凸多面体を折る」という興味深い性質をもつ展開図の研究と、「等間隔あるいはそれに準じる折り目の折り畳みの数え上げや列挙」という、計算折り紙の基礎研究について、大きな貢献ができた。また「折り紙の科学」をテーマとする国際会議の主催者の一人をつとめ、地元で「折り紙の科学」をテーマとするシンポジウムを開催したり、SSHの高校生グループと共同研究を行ってアメリカ機械学会で発表するなど、社会貢献にもつとめた。

研究成果の概要(英文)：In this period, I published 7 journal papers and 18 international conference papers. I also given an invited talk at ICALP, which is one of the top conferences of the theoretical computer science in Europe. Especially, I contributed the following two topics about computational origami: research on the relationship between a polygon and plural polyhedra that can be folded from the polygon, and research on the counting and enumeration for given crease patterns of uniform (or almost uniform) intervals. From the viewpoint of social contributions, I was a member of program committee of an international conference about Origami Science, and manage a local symposium about Origami Science. Moreover, I did a joint research with high school students in a Super Science High school, and it was presented at ASME, American Society of Mechanical Engineers.

研究分野：理論計算機科学

キーワード：Computational Origami Algorithm Computational Geometry Folding and Unfolding Polyhedron Polygon

1. 研究開始当初の背景

計算幾何の一分野としての計算折り紙の研究が活発化している。特に北米での発展が著しく、2007年に500ページ以上の研究書がアメリカで出版されたことも大きい。研究代表者はこの研究書を2009年に邦訳・出版して以来、日本国内の当該分野を切り開いてきた。研究開始当初は、こうした計算折り紙のモデルの構築や、具体的なアルゴリズムの研究など、理論計算機科学としての研究が発展しつつある状況であった。

2. 研究の目的

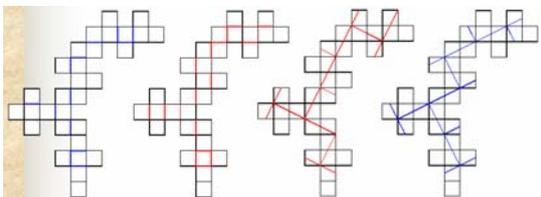
本研究では、理論計算機科学の一部、特に計算幾何学の一分野としての計算折り紙の研究を推進することが主要な目的であった。特に(1)適切な計算モデルの構築と、(2)効率のよいアルゴリズムの開発が研究の主要な目的である。こうした研究は、具体的な幾何的構造に適用されるため、幾何的な構造全般も研究対象となる。特に、(3)多角形とそこから折れる立体との間の関係は、知られていることがほとんどない最新の研究分野であり、この分野への貢献が大きな目的であった。

3. 研究の方法

目的(1)のモデル構築は純粋に理論的な研究であり、(2)のアルゴリズムの構築も、現実のシステムを構築するというよりはむしろ、理想的な状況での理論的なアルゴリズムを設計し、解析することが主たる目的である。そのため、国際会議やジャーナル論文を調査し、新たな結果を論文として出版することが研究の方法となる。(3)もそれに準じるが、実際の立体と展開図の関係については、数学的な特徴づけでは足りず、最終的にはコンピュータ上で網羅的にすべてチェックするといった、実際のシステムを構築しての研究もかなり必要となった。

4. 研究成果

特に研究の進展が著しかったのは、展開図とそこから折れる立体との間の関係の研究



である。上記は中でも最も注目すべき展開図である。一つの多角形の折り線を変えるだけで、大きさが $1 \times 7 \times 7$ の箱と、 $1 \times 3 \times 3$ の箱と、さらに $\sqrt{5} \times \sqrt{5} \times \sqrt{5}$ の立方体をそれぞれ折ることができる。しかも最後の立方体を折る方法が2通りある。こうした研究は、数学的な理論と、効率のよいアルゴリズムの設計と、実際のプログラムの構築と、どれもが必要となる。実際、上記の展開図は研究代表者の所属する大学のスパコンを1ヶ月程度用いて展開図をすべて列挙した結果得られ

たもので、3種類の立体を4通り折ることのできる面積30の展開図は、これ一つしか存在しないことがわかっている。こうした展開図と立体の間の関係を研究した成果として、雑誌論文としては[1, 2, 4], 国際会議での発表としては[2, 11, 12, 17]が挙げられる。

また計算折り紙のモデルとアルゴリズムに関する結果もいくつか得られた。特に、「与えられた折り線の妥当性を判定する問題」という観点から、否定的な結果(計算量的困難性を示した)や肯定的な結果(効率のよいアルゴリズムを示した)をいくつか示すことができた。具体的には雑誌論文としては[3, 4, 5, 9], 国際会議としては[1, 2, 6, 9, 10, 13, 14]があげられる。(上記二つのトピックは独立ではないため、両方に挙げられる論文もある。)上記以外は、関連する幾何的構造に対する成果であるが、ここでは詳細は省略する。

また本研究期間内に、折り紙の科学に対する大きな国際会議が東京大学で開催された。その会議録は後日、アメリカ数学会から一般書籍として出版された。研究代表者はこの会議の運営にも深く関与し、この会議録の編者としての業績も残した(書籍[2])

計算折り紙は新しい分野なので、良いアイデアがあれば研究成果が出せる分野である。本研究期間中にも、研究代表者と地元のSSHに登録されている高校生グループとで共同研究を実施し、アメリカ機械学会に論文が採択されたこともあった(国際会議[9])。この研究は、「紙の折りにくさ」をモデル化しようというものであったが、さまざまな要因があり、興味深いテーマであった。

他にもオープンキャンパスやサイエンスカフェなどでこうした研究成果を多く披露し、レクリエーション数学という切口からの書籍も出版(書籍[1, 3, 4])するなど、社会貢献にも努めた。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計9件)

1. Dawei Xu, Takashi Horiyama, Toshihiro Shirakawa, Ryuhei Uehara, Common Developments of Three Incongruent Boxes of Area 30, COMPUTATIONAL GEOMETRY: Theory and Applications, 査読あり, Vol. 64, pp. 1-17, August 2017. DOI:10.1016/j.comgeo.2017.03.001
2. Yoshiaki Araki, Takashi Horiyama, and Ryuhei Uehara, Common Unfolding of Regular Tetrahedron and Johnson-Zalgaller Solid, Journal of Graph Algorithms and Applications, 査読あり, Vol. 20, no. 1, pp.101-114, February, 2016.

3. Erik D. Demaine, David Eppstein, Adam Hesterberg, Hiro Ito, Anna Lubiw, Ryuhei Uehara, and Yushi Uno, Folding a Paper Strip to Minimize Thickness, *Journal of Discrete Algorithms*, 査読あり, Vol. 36, pp. 18–26, January, 2016. DOI:10.1016/j.jda.2015.09.003
 4. 白川俊博・堀山貴史・上原隆平, 正4面体と立方体の共通の展開図に関する研究, *折り紙の科学*, 査読あり, Vol. 4, No. 1, pp. 45–54, 2015年4月.
 5. 中田悠介・藤枝陽太・森大成・岩井仁志・中谷宗雅・上原隆平・山部昌, 紙の折りにくさの評価方法の研究, *折り紙の科学*, 査読あり, Vol. 4, No. 1, pp. 34–44, 2015年4月.
 6. Oswin Aichholzer, Jean Cardinal, Thomas Hackl, Ferran Hurtado, Matias Korman, Alexander Pilz, Rodrigo Silveira, Ryuhei Uehara, Pavl Valtr, Birgit Vogtenhuber, Emo Welzl, Cell-Paths in Mono- and Bichromatic Line Arrangements in the Plane, *Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science*, 査読あり, Vol. 16, No. 3, pp. 317–332, December, 2014.
 7. Ryuhei Uehara, The graph isomorphism problem on geometric graphs, *Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science*, 査読あり, Vol 16, No. 2, pp. 87–96, October, 2014.
 8. Colin Cooper, Alan Frieze, and Ryuhei Uehara, The height of random k -trees and related branching processes, *Random Structure and Algorithms*, 査読あり, Vol 45, No. 4, pp. 675–702, October, 2014.
 9. Zachary Abel, Erik D. Demaine, Martin L. Demaine, Takashi Horimaya, and Ryuhei Uehara, Computational Complexity of Piano-Hinged Dissections, *IEICE Transactions*, 査読あり, Vol. E97–A, No. 6, pp. 1206–1212, June 2014.
- [学会発表] (計 18 件)
1. Koji Ouchi and Ryuhei Uehara, Efficient Enumeration of Flat-Foldable Single Vertex Crease Patterns, *The 11th International Conference and Workshops on Algorithms and Computation (WALCOM 2017)*, *Lecture Notes in Computer Science*, Vol. 10167, pp. 19–29, 2017/03/29–2017/03/31, Hsinchu (Taiwan).
 2. Zachary Abel, Brand Ballinger, Erik D. Demaine, Martin L. Demaine, Jeff Erickson, Adam Hesterberg, Hiro Ito, Irina Kostitsyana, Jayson Lynch, and Ryuhei Uehara, Unfolding and Dissection of Multiple Cubes, *JCDCG3*, 2016/09/02–2016/09/04, 東京理科大学 (東京都新宿区)
 3. Takashi Horiyama, Ryuhei Uehara and Haruo Hosoya, Convex Configurations on Nana-kin-san Puzzle, *FUN with Algorithms*, *LIPICS Vol. 49*, pp. 20:1–20:14, 2016/06/08–2016/06/10, Maddalena Islands (Italy). DOI:10.4230/LIPICS.FUN.2016.20
 4. Kazuho Katsumata and Ryuhei Uehara, Convex Configurations of Dissection Puzzles with Seven Pieces, *The 18th Japan Conference on Discrete and Computational Geometry and Graphs (JCDCG2 2015)*, 2015/09/14–2015/09/16, 京都大学 (京都府京都市)
 5. Takashi Horiyama, Yoshio Okamoto and Ryuhei Uehara, Ls in L and Sphinxes in Sphinx, *The 18th Japan Conference on Discrete and Computational Geometry and Graphs (JCDCG2 2015)*, 2015/09/14–2015/09/16, 京都大学 (京都府京都市)
 6. Jason S. Ku, Hugo Akitaya, Erik D. Demaine, Tom Hull, Kenneth C. Cheung, Takashi Horiyama, Tomohiro Tachi and Ryuhei Uehara, Box Pleating is Hard, *The 18th Japan Conference on Discrete and Computational Geometry and Graphs (JCDCG2 2015)*, 2015/09/14–2015/09/16, 京都大学 (京都府京都市)
 7. Jason S. Ku, Erik D. Demaine, Matias Korman, Joseph Mitchell, Yota Otachi, Marcel Roeloffzen, Ryuhei Uehara, Yushi Uno and Andre van Renssen, Symmetric Assembly Puzzles are Hard, *Beyond a Few Pieces*, *The 18th Japan Conference on Discrete and Computational Geometry and Graphs (JCDCG2 2015)*, 2015/09/14–2015/09/16, 京都大学 (京都府京都市)
 8. Kyle Burke, Erik Demaine, Robert Hearn, Adam Hesterberg, Michael Hoffman, Hiro

- Ito, Irina Kostitsyna, Maarten Loffler, Yushi Uno, Christiane Schmidt, Ryuhei Uehara and Aaron Williams, Single-Player and Two-Player Buttons & Scissors Games, The 18th Japan Conference on Discrete and Computational Geometry and Graphs (JCDCG2 2015), 2015/09/14-2015/09/16, 京都大学 (京都府京都市)
9. Yusuke Nakada, Yota Fujieda, Taisei Mori, Hiroshi Iwai, Kazumasa Nakaya, Ryuhei Uehara, and Masashi Yamabe, On a Stiffness Model for Origami Foldings, ASME 2015, International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference, 2015/08/02-2015/08/05, Boston (USA).
 10. Ryuhei Uehara, Computational Complexity of Puzzles and Games (招待講演), The 42nd International Colloquium on Automata, Languages, and Programming (ICALP 2015), Lecture Notes in Computer Science Vol. 9135, pp. XXVI, 2015/06/06-2015/06/10, グランドプリンスホテル京都 (京都府京都市)
 11. Dawei Xu, Takashi Horiyama, Toshihiro Shirakawa and Ryuhei Uehara, Common Developments of Three Incongruent Boxes of Area 30, The 12th Annual Conference on Theory and Applications of Models of Computation (TAMC 2015), Lecture Notes in Computer Science Vol. 9076, pp. 236-247, 2015/05/18-2015/05/20, National University of Singapore (Singapore)
 12. Yoshiaki Araki, Takashi Horiyama and Ryuhei Uehara, Common Unfolding of Regular Tetrahedron and Johnson-Zalgaller Solid, The 9th Workshop on Algorithms and Computation (WALCOM 2015), Lecture Notes in Computer Science Vol. 8973, pp. 294-305, 2015/02/26-2015/02/28, Dhaka (Bangladesh).
 13. Erik D. Demaine, David Eppstein, Adam Hesterberg, Hiro Ito, Anna Lubiw, Ryuhei Uehara and Yushi Uno, Folding a Paper Strip to Minimize Thickness, The 9th Workshop on Algorithms and Computation (WALCOM 2015), Lecture Notes in Computer Science Vol. 8973, pp. 113-124, 2015/02/26-2015/02/28, Dhaka (Bangladesh).
 14. Zachary Abel, Erik D. Demaine, Martin Demaine, David Eppstein, Anna Lubiw and Ryuhei Uehara, Flat Foldings of Plane Graphs with Prescribed Angles and Edge, The 22nd International Symposium on Graph Drawing (GD 2014), Lecture Notes in Computer Science Vol. 8871, pp. 272-283, 2014/09/24-2014/09/26, Wurzburg (Germany).
 15. Zachary Abel, Erik D. Demaine, Martin Demaine, Hiro Ito, Jack Snoeyink and Ryuhei Uehara, Bumpy Pyramid Folding, The 26th Canadian Conference on Computational Geometry (CCCG 2014), pp. 258-266, 2014/08/11-2014/08/13, Halifax (Canada).
 16. Eli Fox-Epstein and Ryuhei Uehara, The Convex Configurations of 'Sei Shonagon Chie no Ita'' and Other Dissection Puzzles, The 26th Canadian Conference on Computational Geometry (CCCG 2014), pp. 386-389, 2014/08/11-2014/08/13, Halifax (Canada).
 17. Ryuhei Uehara, A Survey and Recent Results About Common Developments of Two or More Boxes, The 6th International Meeting on Origami in Science, Mathematics and Education (6OSME), pp. 77-84, 2014/08/10-2014/08/13, 東京大学 (東京都文京区)
 18. Steven Chaplick, Pavol Hell, Yota Otachi, Toshiki Saitoh, and Ryuhei Uehara, Intersection Dimension of Bipartite Graphs, The 11th Annual Conference on Theory and Applications of Models of Computation (TAMC 2014), Lecture Notes in Computer Science Vol. 8402, pp. 323-340, 2014/04/11-2014/04/13, Chennai (India).
- [図書] (計 4 件)
1. 『ガードナーの新・数学娯楽』マーティン・ガードナー著, 岩沢宏和・上原隆平訳, 日本評論社, 384 ページ, 2016 年 4 月.
 2. ORIGAMI6, Koryo Miura, Toshikazu Kawasaki, Tomohiro Tachi, Ryuhei Uehara, Robert J. Lang, and Patsy Wang-Inverson (編者), アメリカ数学学

会(AMS), 736 ページ, January 2016.

3. 『ガードナーの数学娯楽』 マーティン・ガードナー著, 岩沢宏和・上原隆平訳, 日本評論社, 320 ページ, 2015 年 4 月.
4. 『ガードナーの数学パズル・ゲーム』 マーティン・ガードナー著, 岩沢宏和・上原隆平訳, 日本評論社, 288 ページ, 2015 年 4 月.

〔産業財産権〕

○出願状況 (計 0 件)

○取得状況 (計 0 件)

〔その他〕

ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者

上原 隆平 (Ryuhei Uehara)

北陸先端科学技術大学院大学・先端科学技術研究科・教授

研究者番号 : 00256471

(2) 研究分担者

研究者番号 :

(3) 連携研究者

研究者番号 :

(4) 研究協力者