

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 29 年 6 月 19 日現在

機関番号：15401

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2014～2016

課題番号：26330016

研究課題名(和文) 準周期タイリング上のセル・オートマトンに関する研究

研究課題名(英文) A study on cellular automata on quasi-periodic tilings

研究代表者

今井 勝喜 (Imai, Katsunobu)

広島大学・工学研究院・助教

研究者番号：20253106

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 1,900,000円

研究成果の概要(和文)：われわれは準周期タイリング上のセルオートマトンにおける信号伝搬について研究した。特にセル空間上の最大速度の信号伝搬を自然に表現できるコロナ極限という概念を導入し、準周期タイリングの一つであるペンローズタイリングではそれが正10角形に収束することを示した。さらにコロナ極限が存在するための条件を示し、周期タイリングでは点対称凸多角形になることを示した。1, 2-regular なタイリングに限っても4, 6, 8, 10, 12, 16角形のコロナ極限(またはエッジコロナ極限)を持つ場合があることがわかった。

研究成果の概要(英文)：We studied cellular automata working on quasi-periodic tilings. We are interested in the difference/similarity of signal propagation of cellular automata working on between the normal periodic cells and quasi-periodic tilings. We introduce corona limit which naturally visualizes the growth pattern of signal propagation. We show that the corona limit of a Penrose tilings is a regular decagon. We also show that a condition of the existence of corona limits and their shapes are point symmetric convex polygons when they are periodic. We compute the corona and edge corona limits of all the 1- and 2-regular tilings. There exists corona limits whose number of vertices are 4, 6, 8, 10, 12 and 16.

研究分野：情報学基礎

キーワード：セルオートマトン 準周期タイリング 等方性

## 1. 研究開始当初の背景

並列計算システムのモデルであるセル・オートマトン(CA)は、物理や化学モデルのシミュレーションにも広く利用されている。2次元CAでは正方格子状に配置されたセルが一般的だが、格子の非等方的な影響を小さくするため、六角形格子を用いることも多い。準周期タイルによるタイリングは周期を持たない格子構造を持つ。Chidyagwai と Reiter は彼らの雪の結晶成長のCAモデルに準周期タイルを用いる事で、従来の正方格子や六角形格子では表現できない、非対称で複雑な結晶の成長過程をシミュレートできることを示した。Reiter はまた、いくつかの準周期タイル上のセルオートマトンの挙動を調べ、滑らかなスパイラルパターンを示すものがあることを示している。また、反応拡散系と呼ばれる化学反応系のモデリングのためのシミュレーションツール「Ready」が準周期タイリングの一つであるペンローズタイリングをシミュレーションの空間として用いる機能を取り入れるなど、数は少ないものの準周期タイリング上のセルオートマトンに関する研究や応用が増えつつあった。

## 2. 研究の目的

セルオートマトンはライフゲームに代表されるように非常に単純な遷移規則とメモリ(内部状態)しか持たないオートマトン(セル)を多数様に結合した計算システムで、基本的な並列計算モデルのひとつとして研究されてきた。その単純さと一様な性質が物理現象のモデル化等にも有効で広く使われている。中でも興奮性媒質と呼ばれる生物や化学における形態形成などの反応のモデルのシミュレーションにCAがよく用いられる。興奮性媒質CAは、Cyclic CA (CCA) と Generations CA (GCA)と呼ばれるグループが知られ、前者は波を生成するCAを多数包含し、後者はライフゲーム型の規則に不応状態を追加した拡張として多数のバリエーションが知られている。CCAは比較的大きな状態数を持ち、ペロウソフ・ジャポチンスキー反応のような化学波動現象をモデル化するために用いられるが、波動現象を自然で滑らかな波形で表現することができる。それに対してGCAの場合には比較的状态数が小さな場合においても渦状の波形を生成できる規則が知られているが、その波形は非常に人工的で、セルの格子の形状やその対称性に強く依存した形状の波形しか生成できない。CAによるシミュレーションにおいて、格子の影響が重要視される場合は多く、例えば、格子ガスと呼ばれる理想気体のCAモデルは、運動量保存性を満たすために正方格子ではなく、六角形格子を用いて実現されている。特に化学反応等のシミュレーションの場合、ランダムなノード配置を用いれば格子の周期性の

影響は排除できるが、座標でセルを指定することもできず、シミュレーションのフレームワークとしては扱いにくい。ペンローズタイルに代表される準周期タイルは周期を持たない格子構造を持つが、周期格子の影響を排除できる可能性を持ちながら、5次元のある種の座標系でセルを指定できる。本課題では、準周期タイリング上のセルオートマトンにおける信号伝搬がどのような性質を持つかを調べ、シミュレーションのためのフレームワークとしての可能性を探ることを目的とする。

## 3. 研究の方法

### 1. 準周期タイリング上のCAの信号伝搬の性質とその等方性を調べる

セルオートマトンをシミュレーションに利用するためには、その信号伝搬が等方的な性質を持っていることが重要である。ペンローズタイル上のCAにおいて拡散伝搬する信号の波頭は等方的で正多角形(正10角形)状に収束すると予想している。この性質は離散スペクトルを持つ準周期タイルの場合に一般的に成立すると予想しているので、まずLタイルなどの、より単純な準周期タイルに関して正多角形の形状に信号が伝搬することを証明し、ペンローズタイルの場合について証明する。

### 2. 高速なシミュレーションのための手法の開発

興奮性媒質CAには、総和型規則と呼ばれる遷移規則が用いられる。従来の正方格子のある近傍半径 $r$ のCAの遷移規則の適用は、辺長 $2r+1$ の正方形で表現される近傍内セルすべてについて同一状態のセル数の和を求める必要がある。しかし総和型CAの場合、あるセルについて計算した後は、隣接セルでは単に追加される面と削除される面の同一状態のセルの数をそれぞれ加減すればよい。この事を用いて、比較的大きな近傍を持つ場合でも高速にシミュレートする事ができる。同様の高速化がペンローズタイルでも可能かどうかを検証し、実際に高速化アルゴリズムを構成する。

## 4. 研究成果

種々のタイリング上のCAの信号の伝搬に関して、コロナと呼ばれる操作を考える。初期タイルを0-コロナとし、 $k$ -コロナは $(k-1)$ -コロナと境界を共有するタイルとして再帰的に定義される。 $k$ -コロナは初期タイルから $k$ ステップで到達できるタイルになり、コロナはそのタイリング上の頂点隣接(ムーア)近傍のセルオートマトン上の信号の最大の伝搬速度を規定する。タイルの近傍を変更しても、例えば辺隣接(ノイマン)近傍にしても同様にコロナ(エッジコロナ)を定義できる。

k を無限大にした時のコロナの形状(コロナ極限)は一般に収束するとは限らないが、ペンローズタイルの場合はタイルセットがひし形かカイトダートかにかかわらず、コロナの形状は正 10 角形に漸近することがシミュレーションにより示された。さらに局所的にはひし形タイルの場合、カイトダートタイルより格子の影響がマクロに反映しにくいことがわかり、等方的なシミュレーションにペンローズタイルを用いる際にはひし形タイルのセルオートマトンを用いる方が有効であることも判明した。また、アンマンタイルの場合には正 8 角形に漸近することが分かった。ペンローズタイルには、ある特別な線分を各タイルに引いておくと正しいタイリングの場合にはそれらの線分が直線をなすという性質を持つアンマン棒と呼ばれる 5 組の平行な直線群があり、それら直線群がなす 10 角形にそって CA の信号が伝搬することを用いて、コロナ極限が正 10 角形に漸近することを証明した。ペンローズタイルやアンマンタイルは離散スペクトルを持ち、それぞれ 5、4 次元の双対空間からの射影で表現できるため、当初われわれは離散スペクトルを持つ一般の準周期タイリングにおいても、その射影の次元数の 2 倍の正多角形に漸近することを示すことができると予想したが、予想に反してコロナ極限の形状はセル空間上の信号伝搬に複雑に影響を受けることがわかった。そもそも周期タイリングの場合にもコロナ極限がどうなるかは知られておらず、まずわれわれは一般のタイリングにおけるコロナ極限の存在条件を求め、周期タイリングでは点対称凸多角形に収束することを示した。さらに、周期タイリングの場合にコロナ極限を求めるアルゴリズムを示し、それを用いて、正多角形タイルのみによる一様な周期タイリングで 1-, 2-regular な場合についてコロナとエッジコロナとをすべて計算した。その結果、4, 6, 8, 10, 12, 16 角形のコロナ極限が存在することがわかった。以上の結果をまとめた論文を投稿準備中である。

われわれが準周期タイリング上の CA に着目した当初の理由は、結晶の成長や化学反応モデル化に用いられるセルオートマトンへの応用の可能性を探るためであった。基本的な信号伝搬について明らかにすることが優先すると思われたため、準周期タイリング上でのそれらの研究は本課題に含めることができなかったが、準周期タイリング上の CA を導入することが有益かもしれないいくつかの研究を行った。一つは、ゲルオートマトンに関する一連の研究である(学会発表 7, 9, 11)。ゲルオートマトンはゲル壁で囲まれた各セル内での化学反応により、ゲル壁の開閉を行うことで、各セル内の分子種の変化を連鎖的に起こすことで機能する計算モデルであり、化学反応に基づくセルオートマトンの一種と考えられる。形成するゲル壁が完全に

正方向格子のような規則正しいものになるとは限らず、準周期タイリング上でも動作する規則を作ることでより現実的かつロバストなモデルにできるのではないかと考えている。二つ目は、CA の状態が整数値を取り、空間の全てのセルの状態の総和が常に一定になるセルオートマトンに関する研究である(学会発表 2, 5, 12)。物質の質量保存に対応する制約であり、この制約を満たすセルオートマトンは物理現象のモデルかにもよく利用されている。

このような CA のシミュレーションを準周期タイリング上で行うためには、高速なシミュレーション技法の開発が必要である。ペンローズタイリング上の近傍半径の大きなセルオートマトンの高速化のための手法を考案した。上述の直線群に沿って 5 組のリボンと呼ばれる構造が存在するが、そのうちの 2 組に着目しセル空間を掃引する。その時、近傍の大きさに合わせてリボン上のセルから周辺のセル配置をテーブルに保存することで総和型と呼ばれる規則を持つ CA を高速実行できる。現在、学会発表のための準備中である。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 0 件)

[学会発表](計 12 件)

1 K. Imai

Corona Limit and Crystal Growth, 11th International Workshop on Natural Computing (IWNC11), Akita, Japan, May 13-14, 2017.

2 A. Alhazov, K. Imai,

Particle Complexity of Universal Finite Number-Conserving Cellular Automata, 4th International Workshop on Applications and Fundamentals of Cellular Automata, (CANDAR-AFCA2016), 査読有, IEEE ISBN 978-1-5090-2655-5, 209-214, Hiroshima, Japan, Nov. 22-25, 2016.

3 S. Akiyama, K. Imai

Corona limits of tilings: Periodic case. Mathematical Physics of Quasi-Periodic Systems and Related Topics, Nov 7-9, 2016, RIMS, Kyoto University.

4 S. Akiyama, K. Imai,

The Corona Limit of Penrose Tilings Is a Regular Decagon, Proc. 21st international workshop on Cellular Automata and Discrete Complex Systems (AUTOMATA 2016), 査読有, LNCS 9664, 35-48, June 15-17, 2016, Zurich,

Switzerland.

<sup>5</sup> H. Ishizaka, Y. Takemura, K. Imai,  
On Enumeration of Motion Representable  
Two-Dimensional Two-State  
Number-Conserving Cellular Automata,  
3rd International Workshop on  
Applications and Fundamentals of Cellular  
Automata, (CANDAR-AFCA2015), 査読有,  
IEEE ISBN 978-1-4673-9797-1, 412-417,  
Nov. 8-11, 2015, Sapporo, Japan.

<sup>6</sup> S. Wang, K. Imai, M. Hagiya,  
An approach to constructing and simulating  
block cellular automata by gellular  
automata, 3rd International Workshop on  
Applications and Fundamentals of Cellular  
Automata, (CANDAR-AFCA2015), 査読有,  
IEEE ISBN 978-1-4673-9797-1, 442-448 Nov.  
8-11, 2015, Sapporo, Japan.

<sup>7</sup> K. Imai,  
The shape of n-th corona of any patch on  
Penrose tilings converges to the regular  
decagon, RIMS, Kyoto University, Oct 19-21,  
2015.

<sup>8</sup> W. Zhou, J. Lee, G. Li, K. Imai,  
Embedding Game of Life into a Simple  
Asynchronous Cellular Automaton, 2nd  
International Workshop on Applications  
and Fundamentals of Cellular Automata,  
(CANDAR-AFCA2014), 査読有, IEEE ISBN  
978-1-4799-4152-0, 503-506, Dec. 10-12,  
2014, Shizuoka, Japan.

<sup>9</sup> S. Wang, K. Imai, M. Hagiya,  
On the composition of signals in gellular  
automata, 2nd International Workshop on  
Applications and Fundamentals of Cellular  
Automata, (CANDAR-AFCA2014), 査読有,  
IEEE ISBN 978-1-4799-4152-0, 499-502, Dec.  
10-12, 2014, Shizuoka, Japan.

<sup>10</sup> K. Imai  
On the homogeneous propagation of signals  
in cellular automata on quasi periodic  
tilings, Mathematical Model of  
quasi-crystals and related topics,  
RIMS, Kyoto University, Oct 27-29, 2014.

<sup>11</sup> M. Hagiya, S. Wang, I. Kawamata, S.  
Murata, T. Isokawa, F. Peper, and K. Imai,  
On DNA-based gellular automata,  
13th International Conference  
Unconventional Computation and Natural  
Computation (UCNC2014), 査読有, LNCS 8553,  
177-189, July 14-18, 2014, London, Canada.

<sup>12</sup> K. Imai, H. Ishizaka, V. Poupet,

5-State Rotation-Symmetric  
Number-Conserving Cellular Automata are  
not Strongly Universal,  
Proc. 20th international workshop on  
Cellular Automata and Discrete Complex  
Systems (AUTOMATA 2014), 査読有, LNCS  
8996, 31-43, July 7-9, 2014, Himeji,  
Japan.

〔図書〕(計 1件)

K. Imai  
Aperiodicity and Reversibility, in  
Designing Beauty: The Art of Cellular  
Automata, A. Adamatzky, G. Martinez (Eds.),  
Springer, 155-158, 2016.

〔産業財産権〕

出願状況(計 0件)

名称:  
発明者:  
権利者:  
種類:  
番号:  
出願年月日:  
国内外の別:

取得状況(計 0件)

名称:  
発明者:  
権利者:  
種類:  
番号:  
取得年月日:  
国内外の別:

〔その他〕  
ホームページ等

6. 研究組織  
(1) 研究代表者  
今井 勝喜 (IMAI, Katsunobu)  
広島大学大学院工学研究院・助教  
研究者番号: 20253106