

令和元年6月7日現在

機関番号：11301

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2014～2018

課題番号：26330022

研究課題名(和文) 錐相補性問題と半無限計画問題のアルゴリズム開発および交通計画への応用

研究課題名(英文) Development of algorithms for solving conic complementarity problems and semi-infinite programming problems, and their applications to transportation planning problems

研究代表者

林 俊介 (Hayashi, Shunsuke)

東北大学・情報科学研究科・准教授

研究者番号：20444482

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,500,000円

研究成果の概要(和文)：本研究の目的は、錐相補性問題や半無限計画問題といった複雑な構造をもつクラス的最適化問題に対して、より効率的なアルゴリズムを開発するとともに、それを交通計画学における諸問題に適用していくことにあった。前者の成果としては、二次錐制約をもつ凸半無限計画問題に対する陽的交換アルゴリズム、および二次錐計画問題に対する半無限計画問題への変換を基とした単体法的アルゴリズム等が挙げられる。また、後者に対する成果として、複数のボトルネックをもつ出発時刻選択問題に対する数理モデル化と均衡解析、および路線における落石対策工配置のための最適化モデリングなどが挙げられる。

研究成果の学術的意義や社会的意義

錐相補性問題や半無限計画問題といった問題に関する研究は主に数理工学系の研究者によって行われているため、実問題への応用が二の次となりがちであった。一方、交通計画学は土木工学の一分野として発展してきた歴史もあり、数理最適化の技法の活用が十分とは言えない側面があった。本研究では、特殊なクラスの最適化問題に対するアルゴリズム開発とその収束解析に関していくつか成果が得られたが、それだけでなく、交通計画や落石対策工設置問題といった現実問題に対する成果も得られた。現実世界を対象とする土木工学と、数理最適化の分野の橋渡しをするという意味でも、本課題で得られた研究成果は意義深いものであるといえる。

研究成果の概要(英文)：The initial purpose of this research was to develop efficient algorithms for solving conic complementarity problems and semi-infinite programming problems, and to apply them to real problems in transportation planning. For the algorithm aspects, we have developed explicit exchange algorithm for convex semi-infinite programming problems with second-order cone constraints, and simplex-based algorithms for solving second-order cone programming problems via semi-infinite programming transformation. For the application aspects, we have analyzed the departure time choice equilibrium problems with multi-bottlenecks network and developed the models for evaluating the optimal placement of rockfall protection structures on a road.

研究分野：数理最適化

キーワード：最適化 均衡問題 交通計画 アルゴリズム

1. 研究開始当初の背景

錐相補性問題 (Conic Complementarity Problem) とは、従来の非負制約で定式化されていた相補性問題を錐上の制約に拡張したものであり、二次錐相補性問題・半正定値相補性問題などがこれに含まれる。錐相補性問題は、錐計画問題 (Conic Program) の最適性条件 (Karush-Kuhn-Tucker 条件) という側面をもつが、それだけでなく、ロバストナッシュ均衡問題といった不確実性を含むゲームにおけるある種の均衡状態に対しても、定式化能力を有することが知られている。一方、半無限計画問題 (Semi-Infinite Program: SIP) とは、一般に『有限次元の決定変数』と『無限個の不等式制約』をもつような最適化問題として特徴づけられる。半無限計画問題に対する研究は 1980 年代頃から本格的に行われ、最適性の条件、制約想定、アルゴリズムに関する研究等、これまで多くの成果が蓄積されてきた。

上記の問題は主として最適化理論の研究者による研究対象としてこれまで発展してきた。一方、交通計画学は交通行動分析や需要予測、渋滞予測といった現実には起こりうる現象を解析し、改善を試みる学問であり、土木計画学においては土木工学の一分野として、最適化理論とは別の流れで発展を遂げて来た。しかしながら、交通計画学におけるモデル解析において、これまで最適化ないしオペレーションズ・リサーチの技法がしばしば用いられてきた。

交通計画学において、Wardrop 均衡問題とは全く異なる視点で数理モデル化された問題が通勤時刻選択問題 (Morning Commute Problem) である。これは、1 つないし 2 つ以上のボトルネックの有る (主に自動車通勤による) 通勤路において、各通勤者 (ドライバー) が自宅を出発する時刻をどのように選択するかを数理モデル化したものである。各通勤者は、会社に着する時刻と通勤時間に起因するコストを出来るだけ小さくするように時刻選択をするが、コストは (i) 始業時刻より早く会社に着する、(ii) 始業時刻に遅れて会社に着する、(iii) 渋滞のため通勤時刻が長くかかってしまう、の 3 つに起因し、その係数の大きさは (ii), (iii), (i) の順番である。通勤時刻選択問題において、各通勤者のコストは互いに影響を及ぼし合うものであるが、各通勤者のコストが自分だけ出発時刻を変更しても、変わらないような状態を通勤時刻選択均衡という。本課題における通勤時刻選択問題では、この選択均衡状態をいかにして求めるかに焦点を絞る。

上に述べた Wardrop 均衡問題と通勤時刻選択問題はいずれも非線形相補性問題として定式化されることが知られている。しかも、前者においては、データに不確実性をもつような問題に対する新たな均衡概念としてロバスト Wardrop 均衡なるものが近年提案されており、均衡解を求める問題が二次錐相補性問題として定式化されることが指摘されている。また、後者の通勤時刻選択問題は、本質的には無限次元変数の相補性問題として定式化されるクラスの問題であり、この種の問題は半無限計画問題のアルゴリズムと同様のアプローチで求解できることが期待できる。いずれも、高度な知識を要する最適化問題の一種であり、交通計画学における最適化理論の必要性は増す一方である。しかしながら、これまで (特に国内では) 最適化の研究者が交通計画学に参入することはあまり無かった。そこで、本課題では、最適化の技量をを用いて、交通計画学の諸問題に対処していくことを目指す。

2. 研究の目的

本研究の目的は、錐相補性問題や半無限計画問題といった複雑な構造をもつクラスの最適化問題に対して、より効率的なアルゴリズムを開発するとともに、それを交通計画学における諸問題に適用していくことに有る。ここで、錐相補性問題とは、従来の相補性問題を錐に拡張した問題であり、二次錐相補性問題や半正定値相補性問題がその代表である。また、半無限計画問題は、制約が無限個の関数によって記述されるような最適化問題である。これらの問題は、複雑な構造をもつため、交通計画学の研究者の間で研究対象とされることは殆ど無かったが、実は交通計画における多くの問題がこれらのクラスの問題として定式化される。

3. 研究の方法

(1) コンピュータシミュレーションによる関数解析と帰納的推定

本課題で欠かせないのが、計算機によるシミュレーションである。実際、アルゴリズムの収束性を議論するためには、そのアルゴリズムに用いる幾つかの関数の性質 (具体的には微分可能性、半平滑性、リプシッツ連続性、レベル集合の有界性など) を調べる必要がある。そういった性質がどのような条件の下で成り立つのか、もしくは、成り立たないのならばどのような反例があるのか、といったことを調べる際に、数学の知識・技法が必要となることは言うまでもない。しかし、机上の数学だけでなく、コンピュータを用いたシミュレーションが強力なツールとなる。実際、何度もシミュレーションを行うことにより、得られた結果に共通する性質を帰納的に推定できることが多い。

(2) 国内外の研究者との交流・共同研究

錐相補性問題や半無限計画問題の研究は欧米や中華圏など海外では盛んに行われているもの

の、日本では十分になされておらず、海外の研究者との積極的な交流および共同研究が不可欠である。また、最適化の研究者のみならず、土木計画学の研究者ともコンタクトを取り、それらの分野ではどのようなアルゴリズムが重宝されているのか（正確性優先、速度優先、頑健性優先など）、どのような数理モデル化が好まれるのかを知ることが重要である。これらの人達との交流を通じて、開発したアルゴリズムを単なる数学的な興味対象に止まらせるのではなく、実用範囲をより広げていく努力をして行く。

(3) 計算機を用いた数値実験

アルゴリズムが完成し、理論的な解析結果を得ることができたら、実際に計算機を用いて交通計画の問題を解いてみる必要がある。実装にあたっては、MATLAB とよばれるプログラミング言語を用いる。また、説得力のある実験結果を示すためには、交通計画で実際に解くことが必要とされているような、より複雑な問題に対しても提案アルゴリズムを適用していくことが重要である。

(4) より複雑な構造をもつ最適化問題に対するアルゴリズムの開発と解析

錐相補性問題と呼ばれるクラスの問題には、二次錐相補性問題や半正定値錐相補性問題などの双対錐を用いたものだけでなく、共正値錐や非負半正定値といった非双対錐を用いたものも近年研究が始まっている。双対錐の場合は、その解析には Jordan 代数とよばれる数学的技法を用いることができたが、共正値錐や非負半正定値などの非双対錐に対しては Jordan 代数を直接適用することはできず、新たな解析技法を用いる必要がある。

また、均衡制約をもつ数理計画問題(Mathematical Program with Equilibrium Constraint: MPEC) なども今後の研究対象として考えていきたい。たとえば、「交通ネットワークが Wardrop 均衡のような均衡状態に従うといった仮定の下で、道路をどのように拡張すれば交通流を向上させることができるか?」といった問題は MPEC として定式化できることが知られている。このように、交通計画学の分野において MPEC は有力な最適化モデルとしてよく使われる。しかしながら、MPEC は凸性どころか通常の最適化問題における制約想定すらも満たしていないので、一般的に最適解を得ることは難しいとされている。

(5) モデル・アルゴリズムの修正・再構築

研究が当初の計画通りに進まないときは、モデルの修正を検討する必要も出てくる。その際は、できる限り現実に即した修正を行わなければならないが、場合によっては、対象とするモデルをある程度限定することも必要になると思われる。一方、アルゴリズムの修正の必要に迫られることもあるかもしれない。アルゴリズムの収束解析が計画通りに進まないときは、そのアルゴリズムを再構築する前に、何らかの仮定を置いて再度解析を行うことも検討したい。一方、十分満足行く結論が得られた場合も、より一般的で汎用性の広いモデルを提案し、それに対して数理的解析に基づいたアルゴリズムを開発していくことは非常に意義深いことである。

4. 研究成果

当初の本研究の目的は、(a) 錐相補性問題や半無限計画問題に対する効率的なアルゴリズムの開発と、(b) それらの交通計画学における諸問題への適用の二本柱であった。(a)に関して論文として発表されたのが[2],[3],[4],[6]であり、(b)に関して論文として発表されたのが[1],[6]である。

(a) 錐相補性問題や半無限計画問題に対する効率的なアルゴリズムの開発に関して

二次錐制約をもつ凸半無限計画問題に対して陽的交換アルゴリズムを提案したのが[4]である。これは本研究代表者が2000年代に開発した二次錐制約をもつ『線形』半無限計画問題に対するアルゴリズムを自然に拡張したものである。しかしながら、線形半無限計画問題と凸半無限計画問題とでは問題のクラスに大きな違いがあり、既存研究の単純な拡張では同様の収束保証のあるアルゴリズムを構築するのが困難であった。そこで、本研究では、国立成功大学(台湾)の Soon-Yi Wu 教授と清華大学(中国)の Liping Zhang 教授に協力を仰ぎ、凸関数の部分線形近似に対する誤差項を巧みに評価することにより、緩い仮定で収束性の保証のなされるアルゴリズムを構築するに至った。

[3]は、二次錐計画問題に対して半無限計画問題の単体法的アルゴリズムを適用して、その収束性を議論するとともに、具体的な問題に適用してアルゴリズムの性能を検証したものである。これまで二次錐計画問題は内点法が唯一無二の解法とされており、線形計画問題のように単体法を適用することは一般的ではないとされていた。しかしながら、単体法は基底を更新ながら最適解を求める性質上、似たような構造をもつ問題を何度も解く必要がある際に、内点法を凌駕する性能を発揮する可能性が示唆されている。本論文では、似た構造の二次錐計画問題を何度も解く際に、二次錐の構造によっては、単体法が内点法を凌駕することがあることも数値実験により確認された。

この他にも、本課題期間中に得られた成果として、非線形二次錐計画問題に対する L1-ノルムを用いた SQP 法の開発 (文献[6]), および、凸半無限計画問題に対する交換法に対して、部分問題の精緻化を行うことにより収束を加速させるようなアイデアを組み込んだアルゴリズムの提案 (文献[2]), などが挙げられる。

(b) 交通計画学に対する最適化アルゴリズムの適用に関して

まず、本課題を通して挙げられる成果のうち特筆すべきが[5]の『複数のボトルネックをもつ出発時刻選択問題』に対する数理モデル化と均衡解析に関する結果である。出発時刻選択問題とは交通計画における均衡問題の一つであり、各ユーザーが渋滞を避けるために出発時刻を選択することによって起こる均衡状態をモデル化したものであるが、このような問題において、交通ネットワーク上のボトルネックが1つしか存在しない場合は、これまで相補性問題や変分不等式問題を用いた数理モデル化がなされてきた。しかしながら、ボトルネックが複数存在するような問題に対しては、解析の複雑さゆえ、これまであまり研究がなされてこなかった。本研究で得られた成果は、Transportation Research Part B: Methodological という交通計画におけるトップジャーナルに採録された。

[1]は交通路線における落石の危険度評価と落石対策工の最適設計の提案を目的としたものである。本研究では、予算制約を制約条件とし、落石シミュレーション手法を用いた全路線区間の危険度低減効果の総和を目的関数とした最適化問題を構築した。また、仮想的な路線上で提案手法を適用し、モデルの有用性を検証した。本研究は、交通計画学という分野に完全に収まるのではないが、最適化法の土木工学への応用という面では、本課題が目指すところに近いものであると言える。

以上のように、本課題の遂行期間中において理論的な成果と実用的な成果を得ることができた。現在はこれらのテーマに加え、決定変数が無限次元であるような無限次元最適化問題に対するアルゴリズム開発と実モデルへの応用に取り組んでいる次第である。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕(計6件)

[1] 菅野蓮華, 森口周二, 寺田賢二郎, 林 俊介, 磯部有作, 岩永昇二, “路線における落石対策工の最適配置評価のための統計モデリング”, 土木学会論文集 A2 (応用力学), Vol. 74, No. 2 (応用力学論文集 Vol. 21) (2018), pp.I_13 - I_21. (DOI: 10.2208/jscejam.74.I_13) 査読有

[2] Takayuki Okuno, Shunsuke Hayashi, Nobuo Yamashita, and Kensuke Gomoto, “An exchange method with refined subproblems for convex semi-infinite programming problems”, Optimization Methods and Software 31 (2016), pp. 1305-1324. (DOI: 10.1080/10556788.2015.1124432) 査読有

[3] Shunsuke Hayashi, Takayuki Okuno, and Yoshihiko Ito, “Simplex type algorithm for second-order cone programmes via semi-infinite programming reformulation”, Optimization Methods and Software 31 (2016), pp. 1272-1297. (DOI: 10.1080/10556788.2015.1121487) 査読有

[4] Shunsuke Hayashi, Soon-Yi Wu, and Liping Zhang, “Computation algorithm for convex semi-infinite program with second-order cones: special analyses for affine and quadratic case”, Journal of Scientific Computing 68 (2016), pp. 573-595. (DOI: 10.1007/s10915-015-0149-6) 査読有

[5] Takashi Akamatsu, Kentaro Wada, and Shunsuke Hayashi, “The corridor problem with discrete multiple bottlenecks”, Transportation Research Part B: Methodological, 81 (2015), pp. 808-829. (DOI: doi:10.1016/j.trb.2015.07.015) 査読有

[6] Takayuki Okuno, Kohei Yasuda, and Shunsuke Hayashi, “S1QP based algorithm with trust region technique for solving nonlinear second-order cone programming problems”, Interdisciplinary Information Sciences 21 (2015), pp. 97-107. (DOI: 10.4036/iis.2015.97) 査読有

〔学会発表〕(計19件)

1. 林 俊介, “ ボトルネックモデルと通勤時刻選択均衡 ”, 日本オペレーションズ・リサーチ学会 関西支部 SSOR2018, 関西大学 飛鳥文化研究所, 奈良県明日香村, 2018年11月4日
2. 山下祐欣, 林 俊介, “ ツリー構造をもつ動的利用者配分問題に対する均衡解析 ”, 日本オペレーションズ・リサーチ学会 (2018年秋季研究発表会), 名古屋市立大学 滝子 (山の畑) キャンパス, 名古屋市瑞穂区, 2018年9月6日
3. 林 俊介, “ ロバスト最適化と錐計画問題 ”, 第25回信頼性設計技術WS & 第38回最適設計研究会, 東北工業大学 一番町ロビー, 仙台市青葉区, 2018年8月2日
4. 林 俊介, “ 確率統計学 ”, 第33期非線形CAE勉強会, 東京大学 本郷キャンパス, 東京都文京区, 2018年5月13日
5. 林 俊介, “ 最適化の基礎理論とその背景 ”, 第71回情報科学談話会, 東北大学 情報科学研究科棟, 仙台市青葉区, 2017年10月26日
6. 林 俊介, “ 弱一価ベクトル方程式に対する逐次単射アルゴリズム ”, 研究集会「数理解析の発展: モデル化とアルゴリズム」, 京都大学 数理解析研究所, 京都市左京区, 2017年8月25日.
7. Shunsuke Hayashi, “ Sequential Injective Algorithm for Weakly Univalent Vector Equation and Its Application to Mixed Second-Order Cone Complementarity Problems ”, 21st Conference of the International Federation of Operational Research Societies (IFORS2017), Quebec City, Quebec, Canada, Jul 18, 2017.
8. Shunsuke Hayashi, “ Sequential Injective Algorithm for Weakly Univalent Vector Equation and Its Application to Mixed Second-Order Cone Complementarity Problem ”, 2017 SIAM Conference on Optimization (OP17), Vancouver, British Columbia, Canada, May 24, 2017.
9. Shunsuke Hayashi and Naoya Seki, “ Departure time choice equilibrium with heterogeneous commuters in corridor type traffic network ”, The 14th EUROPT Workshop on Advances in Continuous Optimization (EUROPT2016), Warsaw, Poland, July 1-2, 2016.
10. 林 俊介, “ 工学のための最適化数学の基礎 ”, 土木学会応用力学委員会 東北地区応用力学フォーラム, 東北大学工学部人間・環境系研究教育棟, 仙台市青葉区, 2015年11月26日
11. 赤松 隆, 和田健太郎, 林 俊介, “ 複数のボトルネックをもつ通勤時刻選択均衡問題 ~ 無限次元相補性問題への定式化 ~ ”, 日本オペレーションズ・リサーチ学会 「最適化の基盤とフロンティア」研究部会 (WOO) 第3回研究会, 東京理科大学神楽坂キャンパス, 東京都新宿区, 2015年10月24日
12. 赤松 隆, 和田健太郎, 林 俊介, “ 複数のボトルネックをもつ通勤時刻選択問題とその均衡解 ”, RIMS 研究集会「新時代を担う最適化: モデル化手法と数値計算」, 京都大学数理解析研究所, 2015年9月1日
13. Takashi Akamatsu, Kentaro Wada, and Shunsuke Hayashi, “ The departure-time choice equilibrium of the corridor problem with discrete multiple bottlenecks: modeling, solvability, and uniqueness ”, The 27th European Conference on Operational Research (EURO2015), Glasgow, UK (Scotland), July 12-15, 2015.
14. Takashi Akamatsu, Kentaro Wada, and Shunsuke Hayashi, “ Infinite or finite-dimensional complementarity reformulation for the departure-time choice equilibrium problem with discrete multiple bottlenecks ”, The 13th EUROPT Workshop on Advances in Continuous Optimization (EUROPT2015), Edinburgh, UK (Scotland), July 8-10, 2015.
15. 赤松 隆, 和田健太郎, 林 俊介, “ 複数のボトルネックをもつ通勤時刻選択問題とその均衡解 ”, 研究集会 『最適化: モデリングとアルゴリズム』, 統計数理研究所, 2015年3月20日
16. Shunsuke Hayashi, Takayuki Okuno and Yoshihiko Ito, “ Simplex type algorithm for second-order cone programs via semi-infinite programming reformulation ”, The First Pacific Optimization Conference (POC2014), Wuxi, China, October 31, 2014.

17. Shunsuke Hayashi, “ Smoothing Newton method for second-order cone complementarity problems ”, NCTS seminar, National Center for Theoretical Sciences, National Cheng Kung University, Tainan, Taiwan, September 15, 2014.

18. Shunsuke Hayashi and Soon-Yi Wu, “ The BB cutting plane algorithm for a semi-infinite programming problem with multi-dimensional index set ”, The 12th EUROPT Workshop on Advances in Continuous Optimization (EUROPT2014), Perpignan, France, July 11, 2014.

19. 林 俊介, “ 制約付き最適化：錐の制約と無限の制約 ”, 日本オペレーションズ・リサーチ学会 東北支部講演会, 東北大学大学院経済学研究科, 2014年7月4日

〔図書〕(計0件)

〔産業財産権〕

出願状況(計0件)

取得状況(計0件)

〔その他〕

ホームページ等

<http://www.plan.civil.tohoku.ac.jp/opt/hayashi/>

6 . 研究組織

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。