

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 29 年 5 月 26 日現在

機関番号：12613

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2014～2016

課題番号：26330026

研究課題名(和文) 圏論的観点に基づくリスク尺度理論の構築と応用

研究課題名(英文) Construction and Applications of risk measure theory based on category theory

研究代表者

中川 秀敏 (Nakagawa, Hidetoshi)

一橋大学・大学院国際企業戦略研究科・准教授

研究者番号：30361760

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,200,000円

研究成果の概要(和文)：従来ファイナンス研究では用いられなかった「圏論」という抽象数学のフレームワークに沿って、金融リスク尺度を見直して、確率的ジャンプを含む信用リスク事象等のモデル化、さらには一般的でリスク尺度以外にも多くの応用可能性を含んだ、一般性が極めて高い「圏Prob」という全ての確率空間を対象にもつ圏の導入に成功した。

また、信用リスク、特に企業の倒産集中リスクの評価への応用を視野に、倒産等の発生強度の自己励起性・相互励起性を推定する新たな手法、および事業利益の確率変動モデルに基づく倒産確率の計算手法について、倒産履歴データベース等に基づく実証分析も通じて応用可能性を確認した。

研究成果の概要(英文)：We reviewed financial risk measures in line with the abstract mathematical framework of 'category theory' which has never used in traditional finance research, we succeeded in introducing the category 'Prob', which has all probability spaces as the objects. This category has a very high generality so as to not only analyze stochastic-jump models for credit risk events but apply to many other research fields.

In addition, from the viewpoint of application to credit risk, especially corporate bankruptcy concentration risk, we studied some new estimation methods of self-exciting effects and mutually-exciting effects of intensity of credit event occurrence such as bankruptcy, as well as a method of bankruptcy probability estimation based on new structural model whose state variable is specified by a dynamic business profit process. We confirmed their applicability through empirical analyses with the bankruptcy database and so on.

研究分野：数理ファイナンス、金融工学

キーワード：金融リスク 圏論

1. 研究開始当初の背景

金融機関が保有する資産のリスクを計測する際には、一般にリスク尺度と呼ばれる指標が用いられる。学術的には、そもそも保険分野でのリスク管理の問題を発端として、リスク尺度が本来満たすべき性質(公理)についての研究が始まっていた。Artzner et al.(1999)により、coherent 性と呼ばれる公理群が提唱されて以降、公理的手法によるリスク尺度研究が発展し、様々な公理が提案されてきている。ただし見方を変え、数々の公理がいわば乱立気味であり、リスク尺度が備えるべき公理群の決定版を提供できない状況であり、金融業務におけるリスク尺度の重要性を考えると好ましいことではない。こうした現状を打開するためには従来のアプローチを離れて、別の視点で適切な公理群を選択する規範を見いだすアプローチをすることが有効であると考えられ、そのために「圏論」の応用に可能性が見いだされた。

2. 研究の目的

- (1) 長期の金融資産運用などのリスク計測に必要な「多期間リスク尺度」の圏論的表現による定式化を行うこと。
- (2) 圏論的定式化に基づいて、これまでに提唱されているリスク尺度の公理群の妥当性を再調査し、多期間リスク尺度にとって適切な公理を選択するための理論的規範を提示すること。
- (3) あわせて新しいリスク尺度概念を適用するための、金融リスク・モデルの調査および改良を行うこと。

3. 研究の方法

- (1) 「多期間リスク尺度」の圏論的表現による定式化については、資料収集と先行研究の分析調査を行い、第1目的である圏論による定式化を固め、第2目的である公理選択の規範作りの議論を整備するという方針で取り組む。
- (2) 圏論的定式化による新しいリスク尺度概念を多期間・多対象の信用リスク評価のために適用する場合、信用リスク評価モデルそのものの研究を推進し、その対象および関係性を把握することが肝要である。そのため、第3目的に関連して、信用リスクの要因および動的依存関係の特定を可能とするモデルを開発し、日本企業の格付変更および倒産履歴データを用いた実証分析を通して、提案モデルの応用可能性を確認する。

4. 研究成果

- (1) 圏論によるリスク尺度の定式化に関して、研究分担者の足立は、圏 $\mathcal{C} = (\mathcal{C}, F)$ の

上でのリスク尺度というアイデアをまとめた Adachi (2014) ([雑誌論文]の2)) のアイデアに基づき、すべての確率空間をオブジェクトとする圏 Prob を提案した。当初想定していたように、根元事象だけに注目し、情報増大に加えて主観的確率の変化を考慮するという定式化だけでは不十分であることが分かった。そのため、根元事象で表現できないイベントに対しても扱う枠組みを与える必要が生じ、結果的に圏 Prob の構成という、当初の想定を超えた非常に一般的な成果が得られた。この圏は、信用リスク・イベントを含む確率的ジャンプの解析のためのリスク尺度(または金融価値尺度)への応用はもとより、様々な分野への応用が考えられる。圏 Prob とその基本的な性質をまとめた論文、および金融価値尺度の定式化へ応用した2編の論文(次の[1][2])を作成した。これらの論文については、国内外での研究集会等で発表するとともに、[1]は投稿中、[2]はワーキングペーパーとして登録した段階である。

(引用文献)

- [1] Takanori Adachi, and Yoshihiro Ryu, "A Category of Probability Spaces", arXiv:1611.03630 [math.PR], (2016).
- [2] Takanori Adachi, and Yoshihiro Ryu, "Monetary Value Measures in a Category of Probability Spaces", arXiv:1702.01175 [q-fin.MF], (2017).

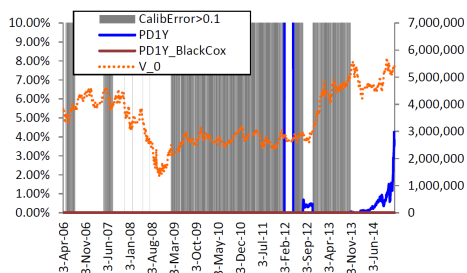
なお、平成27年8月には本課題に関する中間報告的な位置づけのワークショップ「圏論的観点に基づくリスク尺度理論の構築と応用」を開催し、中川・足立を含む3件の報告を行った。

- (2) 研究代表者の中川は、信用イベント(格付変更やデータ)の発生強度および市場の金融資産価格が、何らかのマクロな潜在変数に依存しているという仮定の下で、そのマクロ潜在変数を非線形フィルタリング(粒子フィルタ)で求めるための新しいモデルと手法を提示した(成果は高田英行氏との共著論文[雑誌論文]の1)として掲載)。

また、格付変更の発生確率をトップダウン・アプローチという枠組みで評価する際の課題であった細分化という手続きにおいて、潜在変数ファクターを導入することで、カテゴリの構成比に比例して細分化確率を決めていた既存の方法に比べて説明力が向上することを、過去の格付変更データを用いた実証分析によって明らかにした(山中卓氏・杉原正顯氏との共著論文[雑誌論文]の3)4)5)として掲載)。

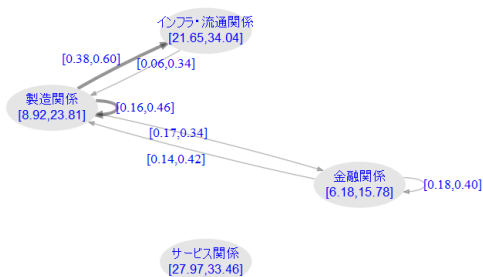
- (3) 研究代表者の中川は、「利益ベースの構造型モデルに基づくデフォルト率評価」について山中卓氏と共同で研究を進めた。資産価値(ストック)を状態変数にする従来のアプ

ローチとは異なる事業利益（フロー）を状態変数とした構造モデルでの実証研究は、倒産確率の水準の制御という点でまだ課題が残るものの、これまでとは異なる倒産構造を示唆する分析結果が得られており、国内外の研究集会で発表を行った。結果の一例は以下の図（ある企業の1年以内倒産確率を2種類のモデルで推定した結果と企業資産価値の変化の時間推移。青い線が我々のモデルによる倒産確率の結果。従来モデルでは倒産可能性を全く検知されなかったものが局面によっては鋭く検知できた）のように与えられる。



本研究については、追加分析を行う必要があるが、論文完成に近い段階に来ている。

(4) 研究代表者の中川は、2015年度までに購入・整備を行った企業倒産情報に関するデータベースにもとづき、倒産リスクの依存関係を測るリスク尺度を Hawkes グラフ推定という新たなアプローチで実証分析する研究に監物輝夫氏と共同で着手し、国内の研究集会で2件報告を行った。従来方法よりも推定の計算負荷が押さえられ、倒産発生時の伝播メカニズムについて解釈しやすい結果が得られた。結果の一例（4つの業種カテゴリ間の倒産イベントの伝播関係の推定結果）は以下のようなグラフで表示される。



こちらも論文完成に近い段階に来ている。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕(計5件)

- 1) 山中 卓・中川 秀敏・杉原 正顯, 「Hawkes 過程による信用リスク伝播のモデリングとその応用」, 『応用数理』(日本応用数理学会編), vol.27, No.1, 5-12 (2017年3月). (査読有り)
- 2) Suguru Yamanaka, Hidetoshi Nakagawa, Masaaki Sugihara, "A random thinning model with a latent factor for improvement of top-down credit risk assessment," JSIAM Letters, 8, 37-40 (2016). (査読有り)
- 3) Suguru Yamanaka, Hidetoshi Nakagawa, Masaaki Sugihara, "Random thinning with credit quality vulnerability factor for better risk management of credit portfolio in a top-down framework", (Original Paper Area 4), Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics, 33(2), 321-341 (2016). (査読有り)
- 4) Hidetoshi Nakagawa, Hideyuki Takada, "Numerical analysis of rating transition matrix depending on latent macro factor via nonlinear particle filter method", Journal of Financial Engineering, Vol.1, Issue 3 (2014) [31pages]DOI:10.1142/S2345768614500263 (査読有り)
- 5) Takanori Adachi, "Toward categorical risk measure theory", Theory and Applications of Categories, 29(14), pp.389-405 (2014). (査読有り)

〔学会発表〕(計18件)

- 1) 監物 輝夫・中川 秀敏, 「Hawkes グラフの推定による日本企業の倒産リスク伝播構造の視覚化」, 日本オペレーションズ・リサーチ学会 2017年春季研究発表会(創立60周年記念大会), 沖縄県市町村自治会館(沖縄県那覇市), 2017年3月17日
- 2) Takanori Adachi, "A Category of Probability Spaces and Monetary Value Measures", Winter Workshop on OR, Finance and Math 2017, Jozankei View Hotel(北海道札幌市), 2017年2月23日
- 3) 足立高徳, A Category of Probability Spaces and Monetary Value Measures, 第46回(2016年度冬季)JAFEE大会, 武蔵大学(東京都練馬区), 2017年2月18日
- 4) 監物 輝夫・中川 秀敏, 「Hawkes グラフの推定による日本企業の倒産リスク伝播構造の視覚化」, 第46回(2016年度冬季)JAFEE大会, 武蔵大学(東京都練馬区), 2017年2月17日

5) Suguru Yamanaka (Co-author: Hidetoshi Nakagawa), "An empirical study of credit risk assessment with an EBIT-based structural model", 9th World Congress of the Bachelier Finance Society, Crowne Plaza Times Square Hotel (ニューヨーク, (アメリカ合衆国)), 2016年7月19日

6) Takanori Adachi, "A Framework for Analyzing Financial Stochastic Jumps based on Belief and Knowledge", The 4th Asian Quantitative Finance Conference, 大阪大学中之島センター(大阪府大阪市), 2016年2月21日-23日

7) Takanori Adachi, "A Framework for Analyzing Financial Stochastic Jumps based on Belief and Knowledge", Winter workshop on Operations Research, Finance and Mathematics, Sahoro Resort (北海道上川郡新得町), 2016年2月19日

8) Hidetoshi Nakagawa, "Some applications of an earning-based structural model to credit risk measurements," Winter Workshop on Operations Research, Finance and Mathematics 2016, Sahoro Resort (北海道上川郡新得町), 2016年2月15日

9) 山中卓, 中川秀敏, 「利益ベースの構造型モデルによる信用リスク評価に関する実証分析」, 第44回(2015年度冬季)JAFEE大会, 慶應義塾大学三田キャンパス(東京都港区), 2016年1月25日

10) 中川秀敏, 「信用イベント発生のクラスタリングの分析~日本の格付変更履歴データの実証例とともに~」, 慶應義塾大学・管理工学セミナー, 慶應義塾大学矢上キャンパス(神奈川県横浜市), 2015年11月25日

11) 山中卓, 中川秀敏, 「利益ベースの構造型モデルによるデフォルト率評価に関する実証分析」, 日本応用数理学会 2015年度年会, 金沢大学角間キャンパス(石川県金沢市), 2015年9月9日

12) 中川秀敏, 「初心者による初心者のための圏論入門」, 科研費ワークショップ「圏論的観点に基づくリスク尺度理論の構築と応用」, 学術総合センター(東京都千代田区), 2015年8月5日

13) 足立高德, "A categorical interpretation of logical formulae involving stochastic processes", 科研費ワークショップ「圏論的観点に基づくリスク尺度理論の構築と応用」, 学術総合センター(東京都千代田区), 2015年8月5日

14) 山中卓, 杉原正顯, 中川秀敏, 「トップダウン型信用リスク評価における確率的細分化の改善法の提案」, 日本応用数理学会第11回研究部会連合発表会, 明治大学中野キャンパス(東京都中野区), 2015年3月7日

15) 中川秀敏, 高田英行, "Numerical Analysis of Rating Transition Matrix Depending on Latent Macro Factor via Nonlinear Particle Filter Method", 第

42回(2014年度冬季)JAFEE大会, 筑波大学東京キャンパス(東京都文京区), 2015年1月24日

16) Takanori Adachi, "Toward categorical risk measure theory", NUS Workshop on Risk and Regulation, National University of Singapore(シンガポール), 2015年1月8日-9日

17) Takanori Adachi, "Toward categorical risk measure theory", Quantitative Methods in Finance, Hilton Hotel Sydney(シドニー(オーストラリア)), 2014年12月16日-19日

18) Hideyuki Takada (joint work with Hidetoshi Nakagawa),

"Numerical calculation of rating transition matrix depending on latent macro factor via nonlinear particle filter method", Eighth -World Congress of the Bachelier Finance Society, MCE Conference Center (ブリュッセル(ベルギー)), 2014年6月3日

6. 研究組織

(1) 研究代表者

中川 秀敏 (NAKAGAWA Hidetoshi)

一橋大学・大学院国際企業戦略研究科・准教授

研究者番号：30361760

(2) 研究分担者

足立 高德 (ADACHI Takanori)

立命館大学・理工学部・客員教授

研究者番号：60733722

(3) 研究協力者

高田 英行 (TAKADA Hideyuki)

山中 卓 (YAMANAKA Suguru)

監物 輝夫 (KENMOTSU Teruo)