

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 29 年 6 月 9 日現在

機関番号：32414

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2014～2016

課題番号：26330047

研究課題名(和文) 制約条件のある母数空間における推定理論の展開

研究課題名(英文) New development of statistical estimation on restricted parameters space

研究代表者

渡辺 元宗(張元宗)(WATANABE(CHANG), Genso(Yuan-Tsung))

目白大学・社会学部・教授

研究者番号：40227343

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,000,000円

研究成果の概要(和文)：次の主要な研究成果が得られた。1) 2次元正規分布の分散共分散行列が既知で、母平均に順序制約がある場合の母平均の推定問題：平均2乗誤差、確率優越性およびPitman nearnessの基準の下で、RMLEがHwang, Peddada(1994)またはPeddada et al.(2005)が提案した推定量より優れていることを明らかにした。

2) 分散の値が等しいが未知のときの、非負な正規母平均の同時推定問題：Katz(1961)が提案した単独ならば許容的な推定量に対して、分散既知の場合の改良推定量に分散の不偏推定量を代入して得られる推定量を提案し、改良になるための十分条件を導いた。

研究成果の概要(英文)：We have obtained two main results: 1) The estimation of two ordered normal means when covariance is known: We have shown that restricted maximum likelihood estimator (RMLE) dominates both estimators proposed by Hwang and Peddada (1994) and Peddada et al. (2005) under stochastic and Pitman nearness criterion. Estimation of linear functions of ordered means is also considered and a necessary and sufficient condition on the coefficients is given for the RMLE to dominate the other estimators under MSE.

2) Simultaneous estimation of p positive normal means when the common variance is unknown: We have studied estimation of several non-negative normal means under sum of squared errors loss when the common variance is unknown. In particular we consider a multivariate shrinkage version of the Katz estimator and show that it dominates the vector version of the Katz estimator which, in the known variance case, is generalized Bayes with respect to the uniform prior over the positive orthant.

研究分野：数理統計学

キーワード：線形不等式 制約条件の下の最尤推定量 Generalized Bayes 推定量 許容的な推定量 確率優越性 Pitman nearness 評価基準

1. 研究開始当初の背景

制約された母数空間における推定問題が多く考えられるが、母平均に関する代表的な線形制約条件は次のようなものが挙げられる。(1)非負性(2)simple order(3)simple tree order(4)傘型順序制約である。例えば、simple order は、年齢とともに平均値が大きくなると考えられる量(児童の身長など)、薬品の投与量とともに平均的に大きくなると考えられる反応量などの場合に考えられている。

このような場合の統計的推測について、古くから様々な研究が進められてきているが、1988年以前の研究については、Barlow et al.(1972)や Robertson et al.(1988)で詳しく解説されている。その後の発展、特に、点推定及び区間推定については、Silvapulle & Sen(2005)や Van Eeden(2006)のモノグラフによって解説されている。また、国内では張、篠崎は制約条件を考慮する最尤推定量(RMLE)による不偏推定量の改良問題について研究を推進し、久保川、津熊、Marchand、Perron、Strawdermanらは一般ベイズ推定量の許容性およびミニマックス性などについて精力的に研究を進めている。しかし、RMLEによる改良については、決していつでも改良になるとは限らず、線形制約条件の場合でも、問題の次元、制約本数、さらに推定する線形関数によりさまざまな状況が起こる。しかし、次元が増えると一般にはリスクの評価が複雑になり、改良できるか否かを議論することすら困難となる。

2. 研究の目的

制約された母数空間における推定理論の研究に関して、張(Chang)・篠崎(JSPI.2012, AISM.2015)は、特に2つの正規母集団で母平均と分散双方に順序制約条件がある場合の平均の推定問題について、確率優越性および Pitman nearness 評価基準の下で、明確な結果を得ることができた。しかし、以下の点

(1) 相関がある場合の推定問題

(2) 制約された母数空間の次元及び制約条件の本数と改良可能性の問題

については、国内外で明確な結論がまだ得られていない。本研究の目的はその問題点を取上げ、まず正規分布の場合に絞って、統計的決定理論さらには実用化の立場から解明することである。

相関がある場合の推定問題：線形不等式制約条件のもとで制約を満たす最尤推定量(RMLE)が制約を考慮しない推定量を改良する問題の研究は、観測値が独立であるとの仮定の下で議論されており、相関がある場合の議論は殆どない。非負制約や順序制約がある場合に関してすら、相関がある場合については、推定量は提案されていても、明確な結果が得られていない。この問題を解明することは、つぎに述べる次元および制約条件の本数によりどのような改良が可能であるのかを明らかにする問題の解明にもつながると考えられる。

制約された母数空間の次元及び制約条件の本数と改良可能性の問題：

独立な非負の正規母平均の線形関数の推定問題に関して Shinozaki & Chang(Statist. Decisions,1999)は、制約条件を満たす RMLE が制約条件を考慮しない不偏推定量(UE)を改良するための必要十分条件は次元が4以下であることを示した。その後、Fernandez et al.(Canad. J. Statist.,2000)、Kubokawa et al.(JSPI.2011, JMVA.2011)は広いクラス分布への拡張を与えている。しかし、リスク計算の煩雑さもあって、一般の線形不等式制約の場合、simple order や simple tree order という単純な状況ですら、次元により改良(平均2乗誤差あるいは確率優越性などの意味で)の可能性がどのように変化するのかについて明解な結果が得られていない。一方、制約

条件の本数について、線形不等式制約が 2 本ある場合の平均の線形関数の推定に関しては、任意の係数に対して、RMLE は常に不偏推定量を改良することが示されている (Rueda and Salvador Commun.Statist.,1995)。しかし、3 本以上の場合については、十分には議論されていない。

制約条件のある母数空間における予測分布の推定問題への新展開 : George et al.(Ann. Statist. 2006)は、分布を予測するための Kullback-Leibler (KL) リスクと母数を推定するための 2 乗リスクとの関連性を導いた。この関連性に着眼し、制約条件のある母数空間の下で、分布予測の許容性やミニマックス性を示すことも一つの課題としたい。

3. 研究の方法

次元数及び線形不等式制約条件の本数により推定量の改良可能性が大きく変化するという問題の解明に当たって、いくつかの事前研究を通して、特に simple order、simple tree order 制約がある場合、母平均の線形関数の推定問題は、相関がある場合の議論と深く関わりがあることを認識している。相関がある場合について、制約条件が与えられた時の推定量の改良問題を解明することは、次元数および線形不等式制約条件の本数の問題の解明につながると考えられる。

そこで、相関がある場合の順序制約下での推定量の改良問題の解明にまず取り組みたい。順序制約下でいくつかの推定量が提案されている、正規分布の母平均の線形関数の推定を考え、解明の糸口を探り、一般的な次元数及び線形不等式制約条件の本数の問題の解明に取り組みたい。

4. 研究成果

下記のテーマについて研究を進め、以下の主要な研究成果が得られた。

(1) 2 次元正規分布の分散共分散行列が既

知で、母平均に順序制約がある場合の母平均の推定問題 : 確率優越性および Pitman nearness の基準の下で、RML が Hwang, Peddada (Ann. Statist.,1994) または Peddada et al.(Biometrika, 2005) が提案した推定量より優れていることを明らかにした。また、平均 2 乗損失の下で、母平均の線形関数の推定に対して、RMLE が Hwang, Peddada(1994) または Peddada et al.(2005) が提案した推定量より優れているための係数に関する必要十分条件を与えた。これらの研究の成果は 2017 年に Statistics 誌に発表した。

- (2) 分散の値が等しいが未知のときの、非負な正規母平均の同時推定問題 : Katz(1961) が提案した単独ならば許容的な推定量に対して、分散既知の場合の改良推定量に分散に不偏推定量を代入して得られる縮小推定量を提案し、改良になるための十分条件を導いた。その研究成果は 2017 年に Statistics and Probability Letters 誌に掲載された。
- (3) 2 つの正規母平均と分散の双方に順序制約がある場合の母平均の推定問題を取り上げ、Pitman nearness 評価基準の下での改良可能性について明らかにし、2015 年に Ann. Inst. Statist. Math. 誌に発表した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 7 件)

Chang Yuan-Tsung, Fukuda Kazufumi and Shinozaki Nobuo. Estimation of Two Ordered Normal Means when a Covariance Matrix is Known. Statistis. 査読有 (2017). DOI:10.1080/02331888.2017.1293059 <http://dx.doi.org/10.1080/02331888.2017.1293059>.

Chang Yuan-Tsung and William E. Strawderman. Simultaneous Estimation of p Positive Normal Means with Common

Unknown Variance. Statistics and probability Letters. 査読有 Vol.121(2017)83-89, <http://dx.doi.org/10.1016/j.spl.2016.10.012>.

Chang Yuan-Tsung and Shinozaki Nobuo. Estimation of Two Ordered Normal Means under Modified Pitman Nearness Criterion. Annals of the Institute of Statistical Mathematics. 査読有 Vol.67(2015)863-883,DOI10.1007/s10463-014-0479-4.

Chang Yuan-Tsung and William E. Strawderman, Stochastic Domination in Predictive density estimation for ordered normal means under ϕ -divergence loss. Journal of Multivariate Analysis. 査読有 Vol.128(2014)1-9, <http://dx.doi.org/10.1016/j.jmva.2014.02.014>.

[学会発表](計 14 件)

Chang Yuan-Tsung and Shinozaki Nobuo. Shrinkage estimators of Poisson means based on prior information and its application to multiplicative Poisson models. 9th International conference of the ERCIM (European Research Consortium for Informatics and Mathematics) Working Group on Computational and Methodological Statistics 2016, 2016年12月9日-11日 University of Seville, Spain.

張元宗、福田和史、篠崎信雄 分散共分散が既知の場合における順序制約がある2つの正規母平均の推定問題。応用統計学会2016年年会、2016年3月17日、統計数理研究所(東京都・立川市)

張元宗、篠崎信雄 順序がある2つの正規母平均の推定-分散共分散行列が既知の場合。統計関連学会連合大会2015年度、2015年9月6日-9日、岡山大学(岡山県・岡山市)

張元宗、W. E. Strawderman Stochastic domination in predictive density estimation for ordered normal means under ϕ -divergence loss. 統計関連学会連合大会2014年度、2014年9月14日-16日、東京大学本郷キャンパス(東京都・文京区)

Chang Yuan-Tsung and Shinozaki Nobuo. Estimation of Two Ordered Normal means when Covariance Matrix is Known. The 3rd Institute of Mathematical Statistics Asia Pacific Rim Meeting 2014, 2014年6月29日-7月3日、Howard International House(Taipei, Taiwan)

[図書](計 件)

[産業財産権]

出願状況(計 件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
出願年月日:
国内外の別:

取得状況(計 件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
取得年月日:
国内外の別:

[その他]
ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者

渡辺元宗(張元宗)(WATANABE Genso)
目白大学・社会学部・教授
研究者番号: 40227343

(2) 研究分担者

篠崎 信雄(SHINOZAKI Nobuo)
慶應義塾大学・理工学部・名誉教授
研究者番号: 70051886

(3) 連携研究者

()

研究者番号:

(4) 研究協力者

()