3版

様　式　C－１９、F－１９－１、Z－１９　（共通）

# 科学研究費助成事業　　研究成果報告書

平成 ２９ 年　 ６ 月 １９ 日現在

機関番号：３２６６５

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2014～2016

課題番号：２６３３０１４９

研究課題名（和文）曲率・捩率対数グラフに基づくビジュアルシミュレーション及びデザインの効率化

研究課題名（英文）Efficient Visual Simulation and Design based on Logarithm Curvature and Torsion Graphs

研究代表者

吉田　典正（YOSHIDA, Norimasa）

日本大学・生産工学部・教授

研究者番号：７０２７７８４６

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費）　　3,700,000円

研究成果の概要（和文）：美しい曲面デザインなどにおいて，曲面を生成する曲線自体も高度に美的である必要がある．本研究では，曲率対数グラフの直線性に基づく対数美的曲線を，曲率対数グラフが2次曲線になるように拡張（一般化）した2次対数美的曲線の基礎理論を構築するとともに，基本的な性質を解明し，プログラムとして実装しリアルタイムに曲線が生成できることを確認した．この理論は，即材に捩率対数グラフの一般化，空間曲線の生成に応用することも可能である．曲率の制御可能な曲線を生成するために，曲率プロットを陽的Bezier曲線で指定し，曲線を生成する研究も行った．

研究成果の概要（英文）：In the design of aesthetic surface, it is a common practice to use highly aesthetic curves to make aesthetic surface.  This research proposes quadratic log-aesthetic curves that are curves whose logarithmic curvature graphs are quadratic, clarifies the fundamental characteristics, and confirms that the curves can be generated in real time by implementing the algorithm.  This theory can immediately be used for logarithmic torsion graphs.  To generate curves with curvature control, the research on curve generation by specifying curvature plot in terms of explicit Bezier curves is also conducted.

研究分野：形状処理工学

キーワード：形状モデリング　CAD　曲率・捩率対数グラフ　2次対数美的曲線

## １．研究開始当初の背景

CAD（Computer-Aided Design）において，自動車のボディに代表されるような高度に美的な曲面を生成するためには，曲面を生成するための曲線自体も高度に美的である必要がある．高度に美的な曲線では，曲率変化が単調であることは重要な要因の一つである．研究代表者の吉田と研究分担者の斎藤は，曲率対数グラフが直線(従って,曲率変化も単調)となる曲線である対数美的曲線に関する研究を行ってきた．対数美的曲線の全体像の解明，曲線セグメントの描画手法の構築，曲率・捩率グラフがともに直線になる対数美的空間曲線の全体像の解明と空間曲線セグメントの描画手法の構築，複合リズム曲線の生成など様々な研究を行ってきた．曲率・捩率対数グラフの直線性を仮定することは，曲率変化の単調性のみならず，曲率および捩率が弧長の比較的シンプルな関数で表されるという特長を持つ．一方で，曲率・捩率グラフの直線性を仮定することは，曲線の範囲が限定されてしまうという問題があった．曲率変化の単調性を保ちながら，(対数美的曲線を含むような)より広い範囲の曲線を生成することにより，曲面の非常に重要な部分には対数美的曲線を，それ以外の部分には曲率変化が単調な曲線を利用することが期待される．また，対数美的曲線にさらなるパラメータを増やしより自由度を増すことなども望まれる．

## ２．研究の目的

本研究では，曲率変化の単調な曲線を生成し，その性質を解明することを主たる目的として研究を行う．具体的には，曲率対数グラフの直線性を仮定していた対数美的曲線を一般化する 2 次対数美的曲線の生成手法の構築と性質の解明を行う．2 次対数美的曲線は，曲率対数グラフが 2 次曲線（放物線）となる曲線である．曲率対数グラフを直線から 2 次曲線に一般化することは，必然的に捩率対数グラフの一般化にもつながり，即座に空間曲線にも応用することが可能である．

また，より直接的に曲率の制御を可能にするために，曲率が弧長の explicit 多項式および有理式 Bézier 曲線として表されるような曲線の生成手法を構築し，対数美的曲線との関連や性質の解明を行う．

## ３．研究の方法

本研究は，次の体制で研究を行った．

(1) 研究代表者：日本大学　吉田研究室
- 研究統括
- アルゴリズム検討
- 実装・実験など

(2) 研究分担者：東京農工大学　斎藤研究室
- 理論の創生
- 基礎的な実験など

研究の進め方としては，それぞれのアイディアや現状の問題点などを常に共有しあい，蜜に連絡をとりながら研究を行った．

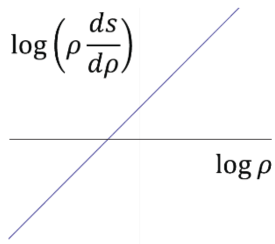
また，研究代表者の吉田は，Keimyung University の Rushan Ziatdinov および Seoul National University の Tae-wan Kim とも共同研究を行った．

## ４．研究成果

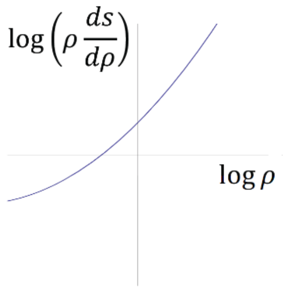
本研究の主たる成果を次にまとめる．

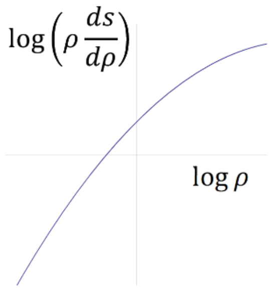
(1) 2 次対数美的曲線

対数美的曲線は，図 1 (a)に示されるように曲率対数グラフが直線で表されるものであった．2 次対数美的曲線では，２次の項γを導入し，曲率対数グラフが図 1 (b)や(c)などのように表される曲線を生成する．従来，このような曲線の生成手法は知られておらず，本研究によって初めて生成手法が解明された．




(a)　$\alpha = 1, \gamma = 0$




(b)　$\alpha = 1, \gamma = 0.02$　　　(c)　$\alpha = 1, \gamma = -0.02$

図１　曲率対数グラフの２次曲線化

2 次対数美的曲線の一般式は，曲率半径を$\rho$，弧長を$s$，2, 1, 0 次の係数をそれぞれ，$\gamma, \alpha, c$としたときに，

$$\log\left(\rho \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}\rho}\right) = \gamma(\log\rho)^2 + \alpha \log\rho + c \qquad (1)$$

で表される．式(1)を基礎とし，曲率κを弧長の関数として表す次式を導いた．

$$\kappa(s) = \begin{cases} e^{\frac{\alpha + 2\sqrt{\gamma}\,\mathrm{erfi}^{-1}\left(-\frac{2\sqrt{\gamma}e^{\frac{\alpha^2}{4\gamma}}\Lambda s + \sqrt{\pi}\,\mathrm{erfi}\left(\frac{\alpha}{2\sqrt{\gamma}}\right)}{\sqrt{\pi}}\right)}{2\gamma}} & \text{if } \gamma > 0 \\ e^{\frac{\alpha - 2\sqrt{-\gamma}\,\mathrm{erf}^{-1}\left(\frac{-2\sqrt{-\gamma}e^{\frac{\alpha^2}{4\gamma}}\Lambda s + \sqrt{\pi}\,\mathrm{erf}\left(\frac{\alpha}{2\sqrt{-\gamma}}\right)}{\sqrt{\pi}}\right)}{2\gamma}} & \text{if } \gamma < 0 \\ (1 + \alpha\Lambda s)^{-\frac{1}{\alpha}} & \text{if } \alpha \neq 0 \text{ and } \gamma = 0 \\ e^{-\Lambda s} & \text{if } \alpha = 0 \text{ and } \gamma = 0 \end{cases} \qquad (2)$$

ここに，$\mathrm{erf}(z)$および$\mathrm{erfi}(z)$は，それぞれ，誤差関数および複素誤差関数である．式(2)から分かるように，誤差関数および複素誤差関数の逆関数を計算する必要がある．逆関数は，（実験的に求めた）安定して計算できる範囲ではNewton法を利用し，それ以外の範囲は二分法を用いて求めた．また，曲線を描画するためには，弧長$s$の範囲を知る必要がある．その範囲を式(11)，(12)に示す．$s(0)$は曲率が 0 になる点（変曲点）の弧長であり，$s(\infty)$は曲率が無限大（曲率半径が 0）になる点の弧長である．

$$s(0)=\begin{cases} \infty & \text{if } \gamma>0 \\ \dfrac{e^{-\frac{\alpha^2}{4\gamma}}\sqrt{\pi}\left(1+\mathrm{erf}\left(\dfrac{\alpha}{2\sqrt{-\gamma}}\right)\right)}{2\sqrt{-\gamma}\Lambda} & \text{if } \gamma<0 \\ \infty & \text{if } \alpha\geq 0 \text{ and } \gamma=0 \\ -\dfrac{1}{\alpha\Lambda} & \text{if } \alpha<0 \text{ and } \gamma=0 \end{cases} \tag{3}$$

$$s(\infty)=\begin{cases} -\infty & \text{if } \gamma>0 \\ \dfrac{e^{-\frac{\alpha^2}{4\gamma}}\sqrt{\pi}\left(-1+\mathrm{erf}\left(\dfrac{\alpha}{2\sqrt{-\gamma}}\right)\right)}{2\sqrt{-\gamma}\Lambda} & \text{if } \gamma<0 \\ -\dfrac{1}{\alpha\Lambda} & \text{if } \alpha>0 \text{ and } \gamma=0 \\ -\infty & \text{if } \alpha\leq 0 \text{ and } \gamma=0 \end{cases} \tag{4}$$

これより，2 次対数美的曲線は，$\gamma<0$または$\gamma=0,\alpha<0$のときに変曲点を持つなどの性質が分かる．

以上の理論をもとに，曲線を生成するプログラムを C++言語で実装し，曲線がリアルタイムに生成できることを確認するとともに，実際に生成された曲線や曲率プロットの確認などを行った．図２，３に生成された曲線，曲率対数グラフ，曲率プロットの例を示す．

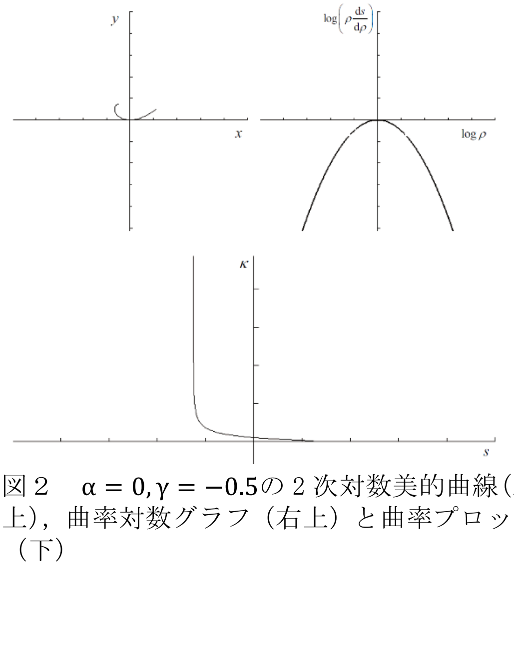



図２　$\alpha=0,\gamma=-0.5$の 2 次対数美的曲線（左上），曲率対数グラフ（右上）と曲率プロット（下）

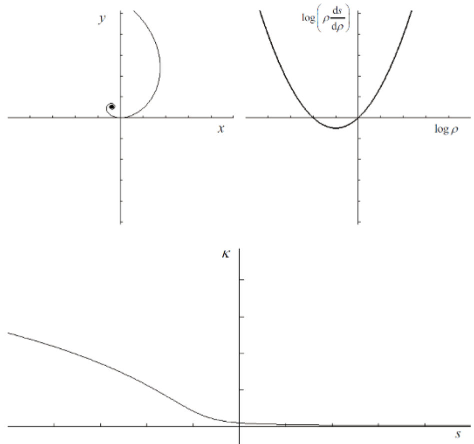



図３　$\alpha=1,\gamma=-0.5$の 2 次対数美的曲線（左上），曲率対数グラフ（右上）と曲率プロット（下）

(2) 曲率プロットを指定する曲線の生成

曲率を弧長の explicit な多項式および有理式Bézier曲線で表し，それを積分することによって曲線を生成する手法を構築した．従来，曲率をexplicit Bézierではなく，通常の Bézier 曲線で表す東京電機大学の渡辺と齋藤らによる研究があったが，本研究では explicit Bézier 曲線を利用するとともに，曲線セグメントの弧長が$G^1$ Hermiteの条件およびexplicit Bézierの“制御曲率”から求まることを指摘した．これにより，パラメータを一つ減らした最適化が可能となった．図４に，3 次の explicit 有理Bézier曲線を用いて，$G^2$ Hermite補間を行った例を示す．

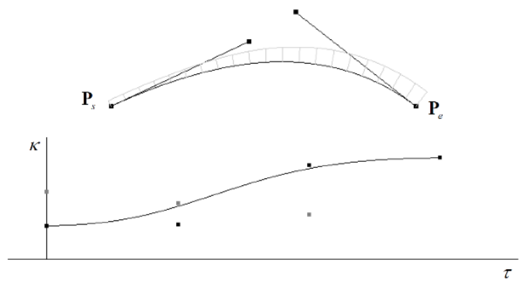



図４　3 次の有理explicit Bézierによる$G^2$ Hermite補間．生成された曲線（上）と曲率プロット（下）．曲率プロットの濃い黒丸は制御曲率を，薄い黒丸はウェイトを表す．

(3) sectrix of Maclaurin曲線の性質の解明

sectrix of Maclaurin曲線の提案者であるRushan ZiatdinovおよびTae-wan Kimとともに，曲率が単調になる領域の解明やcurvature energy function の可視化に関する研究を行った．対数美的曲線との関係を調べることも検討したが解析的に曲率対数グラフを描くことができず関係はまだ解明されていない．本研究に関しては，現在論文を投稿中である．

５．主な発表論文等
（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計　2　件）
① Norimasa Yoshida, Takafumi Saito, Quadratic Log-Aesthetic Curves, Computer-Aided Design and Applications, 査読有, Volume 14, Issue 2, pp. 219-226, March 2017. DOI: 10.1080/16864360.2016.1223434
② Takafumi Saito, Midori Yamada and Norimasa Yoshida, Shape Analysis of Cubic Bézier Curves – Correspondence to Four Primitive Cubics, Computer-Aided Design and Applications, 査読有, Vol. 11, Issue 5, pp.568-578, Apr. 2014.
DOI: 10.1080/16864360.2006.10738484

〔学会発表〕（計　14　件）
① 吉田雄一, 斎藤隆文, 吉田典正, 陽的 B-spline 関数を用いた方向角パラメータ曲線, 情報処理学会全国大会, 名古屋大学（愛知県名古屋市）, Mar. 16, 2017.
② 吉田典正,齋藤隆文,多項式B-spline ALP曲線, 精密工学会春季大会学術講演会, 慶応大学（神奈川県横浜市） Mar. 15, 2017.
③ Rushan Ziatdinov, Norimasa Yoshida, Visualization of the curvature and variation energy functionals for a planar quadratic Bézier curve, International Conference Geometric Analysis and Control Theory, Sobolev Institute of Mathematics (Russia), Dec. 8 2016.
④ 斎藤隆文,吉田典正,位置制御と曲率制御とを両立した曲線生成技術, 画像電子学会VCワークショップ, コスタビスタ沖縄（沖縄県中頭郡中城村）, Oct. 10 2016.
⑤ 吉田典正, 斎藤隆文, 曲率プロットの指定による曲線の生成と対話的制御, 情報処理学会第 163 回コンピュータグラフィックスとビジュアル情報学研究発表会, 杉乃井ホテル（富山県黒部市）, Sep. 9 2016.
⑥ Norimasa Yoshida, Takafumi Saito, Quadratic Log-Aesthetic Curves, CAD Conference (presentation), University of British Columbia(Canada), Jun. 28 2016.
⑦ Takafumi Saito, Norimasa Yoshida, Proposal of Tangential Angle Parameterization Curves, Mathematical Methods for Curves and Surfaces, Quality Hotel(Norway), Jun 23, 2016.
⑧ 斎藤隆文, 吉田典正, 方向角パラメータ曲線の提案, Visual Computing/グラフィクスと CAD 合同シンポジウム, 早稲田大学（東京都新宿区）, Jun 18, 2016. （口頭発表採録）
⑨ Norimasa Yoshida, Takafumi Saito, Curves with Quadratic Logarithmic Curvature Graphs, SIAM Conference on Geometric and Physical Modeling, Sheraton Salt Lake City Hotel(United States of America) Oct. 12, 2015.
⑩ 吉田典正, Log-aesthetic curve に関する研究と今後の展望, 精密工学会秋季大会学術講演会, キーノートスピーチ, 東北大学（宮城県仙台市）, Sep. 4 2015.
⑪ 石川了, 吉田 典正, 二色擬似カラー表示を用いた POS データの可視化, 第43回画像電子学会年次大会, 姫路市市民会館(兵庫県姫路市), P-3, Jun. 29, 2015.
⑫ 吉田 典正, 斎藤 隆文,曲率対数グラフが 2 次曲線となる曲線, 画像電子学会第 272 回研究会, 和歌山大学(和歌山県和歌山市）, pp.104-109, Feb 28, 2015.
⑬ 山田 翠, 斎藤 隆文,吉田 典正,3 次曲線の曲率特徴解析, 画像電子学会 第 272 回研究会, 和歌山大学(和歌山県和歌山市),pp.73-77, Feb. 28 2015.
⑭ Takafumi Saito and Norimasa Yoshida, Classification of Rational Cubic Bézier Curves, 8th International Conference on Curves and Surfaces, ParisTech(France), June 14, 2014.

〔図書〕（計　0　件）

〔産業財産権〕

○出願状況（計　0　件）

○取得状況（計　0　件）

〔その他〕
ホームページ等
http://www.yoshida-lab.net/research-j/

６．研究組織
(1)研究代表者
吉田　典正（YOSHIDA, Norimasa）
日本大学・生産工学部・教授
研究者番号：70277846

(2)研究分担者
斎藤　隆文（SAITO, Takafumi）
東京農工大学・大学院工学研究院・教授
研究者番号： 60293007

(3)連携研究者
なし

(4)研究協力者
Rushan Ziatdinov (Keimyung University)
Tae-wan Kim (Seoul National University)