

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 29 年 6 月 7 日現在

機関番号：15301

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2014～2016

課題番号：26350194

研究課題名(和文)算数と数学の接続を図るカリキュラムと教師の指導知の協働開発研究

研究課題名(英文)A collaborative study of developing curriculum and mathematical knowledge for teaching for connecting between elementary and secondary mathematics

研究代表者

岡崎 正和 (Okazaki, Masakazu)

岡山大学・教育学研究科・教授

研究者番号：40303193

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,700,000円

研究成果の概要(和文)：研究成果の概要(和文)：本研究は、算数と数学の接続を図るカリキュラム構成と、授業開発における教師の数学的指導知を明らかにすることを目的とした。理論的には、算数・数学の授業の質を捉える物語的一貫性の視点、単元構成の為に教授学的状況論の視点を吟味し、枠組み化した。実践的には、算数における面積、図形の定義、中学校における比例と一次関数の実験授業を行い、特に生徒の目標と相互作用の視点からの物語的一貫性の視点や生徒のジェスチャー行為に焦点をあてた質的分析を通して、算数と数学の接続に関する理論的・実践的な知見を抽出し、教師の指導知として概念化を図った。

研究成果の概要(英文)：This study aimed at developing curriculum and mathematical knowledge for teaching for connecting between elementary and secondary mathematics. As a theoretical perspective, I examined the viewpoint of narrative coherence for analyzing the qualities of a mathematics lesson, and the viewpoint of didactical situation theory for constructing and analyzing mathematical teaching unit. Practically, I conducted the experimental lessons for the contents of area, geometrical definition in elementary mathematics, and proportion and linear function in junior high school with school teachers. As the result of qualitative analysis, I conceptualized mathematical knowledge for teaching bridging between elementary and secondary mathematics through mainly focusing on the narrative construction of a lesson in terms of students' goals and interactions with teacher, and students' gesturing for understanding mathematical concepts.

研究分野：科学教育

キーワード：科学教育 算数と数学の接続 数学的指導知

1. 研究開始当初の背景

研究開始当初の社会的状況として、まずは算数と中学数学の間の接続の問題があった。小学校と中学校の連携は、学力向上や少子化の問題と関連しており、学校教育において重要な課題として位置づけられる。もう一つの関心は、教師の大量退職と若手教員の増加を巡る、指導に関する知の継承の問題があり、現在でも大きな問題になっている。本研究はこれら2つの問題を総合して、算数を数学に接続させる授業づくりの取り組みから、接続の為に理論開発を行うとともに、教師達がおのどのような知識を発達させるかを明らかにし、他の教師達に継承可能な形に、指導知を明らかにすることが必要であると考えた。

算数と中学数学の乖離は、生徒が文字式、関数、証明などの内容理解に困難を示すこととして意識されてくる。乖離が生じる原因として小中学校の間で教材や指導法が異なることが挙げられるが、その他に、子どもたちが細分化された知識を形式的に学んだ結果、知識が次の学習に活用されにくい状況が起こっていることが挙げられる。本研究ではこれまで、単元を総合的に展開できる学習環境の中で、子ども達が活動を通して知識を身に付け、その知識を活用する中で中学数学との確かなつながりを確保するという全体論の視点が重要と考え、その視点から理論的枠組みの構築を行ってきた。また、小中学校の教師と協働で、小数除法、変わり方、正負の数、図形の包摂関係、移動、作図、比例と一次関数のデザイン実験による授業開発研究を行ってきた。さらに、教師の知識に関する数学教育研究に関して、教授学的内容知(PCK)の研究に端を発した「数学的な指導知」の研究の世界的動向をまとめ、ベテラン教師の教材研究や指導技術を明らかにする、教師の知識と継承の研究を開始していた。

こうした経緯のもとで、本研究は、算数を数学に接続する為の全体論の立場からの理論的研究、デザイン実験を用いた小中接続の授業開発研究に基づく理論開発研究、教師の知識とその継承に関する理論的研究、実践的研究を推し進めるものである。

2. 研究の目的

本研究では算数と数学の接続過程を、幾つかの領域で構想する。一つは、算数での「図形の包摂関係・定義の認識」(高学年)から「図形の移動・作図・証明」(中学1,2年)への接続であり、もう一つは、算数での「変わり方」「比例」(中・高学年)から「比例」「一次関数」(中学1・2年)の単元への接続である。前者は図形の論証理解が困難な現状を、後者は関数領域において表・式・グラフを事象に活用する力が弱いという現状を克服することを意図している。数と計算・数と式の領域など、他の領域においても、必要に応じて構想に入れていく。

本研究では、上記の教材に関する教材研究と授業構成を、小・中学校の教師達(指導に定評のあるベテラン教師を含める)との協働で設計し、実践を行う。授業データ、特に子ども達の学習を、デザイン実験の方法論に基づきながら質的に分析し、授業構成の内実を明らかにし、理論化を図っていく。また、実践を振り返り、教材と授業を再構成し、カリキュラム化していく。さらにベテラン教師の教材研究や指導技術に関する質的分析、教師へのインタビュー、他の教師による指導との比較を行い、ベテラン教師の教材研究、指導法、その基底にある考え方を明らかにし、「数学指導において生きて働く教師の知識」として定式化する。協働研究グループに加わる(若手)教師が、授業作りの過程において、どのような理論的・実践的知識を獲得していくかも追跡していく。

これらによって、算数を数学に接続する教材とそのカリキュラム化が促進されるとともに、教師の職能成長に資する授業研究・教材研究のあり方を提案できると考えられる。

3. 研究の方法

研究の方法として、理論と実践を往還させるようにすすめていく。

まず、算数と数学の接続、数学的な指導知の研究を整理し、授業デザインを構成する。そのために、算数を数学に接続する理論的枠組みと数学的な指導知の先行研究を整理して、授業の設計と分析のための枠組みを形成する。とりわけ、物語論と記号論に着目して、算数から数学への移行の質や授業そのものの質について捉える視点としていく。また、算数から数学への移行を成し遂げる為には、短期的な一、二時間の授業といった視点ではなく、より長期的に単元での学びを構想していく必要があり、単元をすすめるための具体的な視点として、RPDCA サイクルへ着目していく。

次に、実践的な面について、小学校、中学校で、研究代表者と教師が協働する形で授業開発研究に当たり、その分析を通して、理論形成へと向かうようにする。特に、児童・生徒の学びの変容が分かるように、単元を通じた授業づくりを行い、その中で児童・生徒の学習を、ビデオ、オーディオ、フィールドノートを通して、詳細に記録をとり、さらにはビデオデータや音声記録に関しては、テープ興しをして、筆記録の質的分析を実施する。また、児童・生徒へのインタビューも実施して、学びの様相をより細かく丁寧に明らかにしていく。

質的分析法としては、グラウンデッドセオリアプローチに準じて分析を行い、理論開発を目指していく。目指す理論は、算数を数学に接続する理論、及び教師の数学的な指導知の発達と継承過程の理論である。また、研究方法の一部として開発する授業デザインは、教師の指導へ還元できるものであり、それら

は講演やワークショップを通じて学校現場に還元していく。そのため、地域の教師達を交えて、算数を数学に接続する方法、カリキュラム、数学的な指導知を学校で広く使えるように検討を行う必要がある。

4. 研究成果

研究成果を大きく3つに分けて報告する。

(1) 算数・数学の授業の質を捉える物語的一貫性の視座

本研究では、算数・数学の指導知を明らかにしていく上で、算数・数学の授業そのものの質を捉える視座を持つ必要がある、という認識に立って、一つの立場として、物語的一貫性という視点に着目し、その概念化を目指すこととした。ベテラン教師の算数・数学授業を捉える重要な視点になり得ると考えたからである。

野家の物語の哲学の視点やDeweyやBruner、あるいは物語を背景とした数学教育学の論文を吟味して、物語行為の視点から数学授業の一貫性を分析する視座として、「物語、物語行為の規定」「物語行為の認識論的特徴」「物語行為の存在論的特徴」「物語の筋書き」「物語の題材と筋との関係」「物語の中心要素としての主人公」「出来事を結びつける数学性」からなる理論的枠組みを提起した。

この枠組みを基本的な視座にして、実践的研究を行った。算数を専門とするベテラン教師、算数を必ずしも専門としないベテラン教師、若手の教師の3タイプの教師に、5年生の平行四辺形の面積に関する授業を依頼し、授業の分析を行った。分析は次の3つの段階で進めていった。

まず、日本型の「仕組まれた問題解決」という授業の型との比較を実施した。その結果、単なる授業の型を踏襲するのではなく、児童が知っていることと知らないことがうまく対比されて学習がすすめられ、授業シーンの系列がその前のシーンを再帰的に発展させることによって構成され、そして授業を一貫させる筋書きが確かな数学的基礎に基づいていることが明らかになった。

次に、子どもの学習目標の変遷・発展を分析した。その際、次の4つの目標レベルを仮定した。(1) アイデア・レベル、(2) プロセス・レベル、(3) 立論とその効果性のレベル、(4) 概念レベル。この視点からベテラン教師の算数授業を、若手教師の授業と比較して分析すると、ベテラン教師の授業では、児童の知的葛藤を誘発することによって学習目標をつくり出し、さらに授業の中盤で目標レベルの発展が見られることが特徴であった。また、ベテラン教師の間でも、レベル3と4を隔てる現象が見られ、それは数学的知識の理解の程度に拠っていたことが分かった。さらに、ベテラン教師に共通したことは、児童の複数の声を結びつけ、重ね合わせる手立てを行っていることであった。これらの分析から、物語的一貫性が児童の目標レベ

ルの視点から捉えられ得ることが示されたと考える。

さらに、教室の相互作用に着目して一貫性の質を捉えることに取り組んだ。その結果、共有を進める為の多層的相互作用、確実化の相互作用、一貫した筋を作る為の再帰的相互作用、ZPDタイプの相互作用を同定した。これに対比するものとして、若手教師では、一回のやりとりで答えを中心とした相互作用、あるいはアイデア同士が結びつけられないリスト生成の相互作用が頻繁に見られた。

(2) 算数と数学の接続(図形分野)

まず、図形における経験的認識と論理的認識のギャップを接続するという視点から、接続のための理論的枠組みについて検討した。そのために全体論的な視座に立つとともに、人の数学的認識が、原初数学的、擬数学的、数学的の3つの認識の段階とそれを支える3つの状況(行為の状況、定式化の状況、妥当化の状況)を対としながら展開していくとする、教授学的状況論を理論的枠組みとして設定した。また、移行段階をより詳細に捉える上で、3つの相として推論、図形、社会的な面を設定した。これらをもとにして、図形の移動に関する中学1年の授業開発研究における生徒の認識の変化を分析し、移行の理論的枠組みの内実を明確化した。

一方、小学校に関しては、図形の定義構成に関する実験授業を試み、特に高学年児童が定義の認識を高める段階として、視覚的特徴の記述、性質の集合としての図形の特定、図形の決定条件としての図形の特定、証明における地位としての理解、という4つのレベルを設定し、3つ目のレベルを上昇していく際に特有な状況として、次の4つがあることを明らかにした。例でないものとの比較によって例を正当化する状況、同値な組み合わせを認識する状況、反例を通して決定されない場合を吟味する状況、現実性を超えて関係として図形を捉える状況。

中学校の図形の証明において、ジェスチャーが果たす役割についても検討した。

(3) 算数と数学の接続(関数分野)

関数学習における接続を吟味する為に、記号論、とりわけジェスチャーが果たす役割、ジェスチャーはどのような思考の表れであるのか、事象の意味を伴った表現の理解にどう貢献しているのかを吟味した。とりわけ、関数学習において、変化の割合に関する困難がこれまで指摘されてきており、これに関して個別の問題解決とインタビューに基づく調査を通して吟味した。ジェスチャーの意味と役割を6点にまとめた。「グラフ上の点の指し示しが事象の瞬間の場面の読み取りに貢献する」「グラフの上の点の動きの再現により、事象の動きのイメージが顕在化される」「数量を線分で記述し、さらに線分の長さを2本の指の幅で表すことで、グラフ上の線分と事象において変化した量を結びつける」「グラフの形をジェスチャーで再現する

ことで、具体から離脱して、グラフの傾きの理解を深めることができる」「階段の記述とその動きの繰り返し、事象の変わり方の規則性の発見や、事象が一定のペースで変わる過程を見出すことに貢献する。」「ジェスチャーに、事象に関する説明言葉が伴うことで、事象としての意味づけが行われる」

また、現実の量とグラフ上に線分として現れる量の始点から、一次関数のグラフ読解がどのようになされ、またどこに困難があるかを吟味した。その結果、一次関数のグラフ読解には、「量を読み取るための線分による読解」「正比例関数と1次関数との読解の相違」「定義域や値域の負の数への拡張による読解」「変量の差としての読解」「一方の変量が増えると他方の変量が減る事象の読解」の少なくとも5つがあることを明らかにした。また、これらの読解の仕方が十分に意識されないままに指導と学習が行われるところに、生徒の困難性の源があることを示唆した。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕(計19件)

山口武志、影山和也、中原忠男、岡崎正和、前田一誠、「等分除とその拡張」に関わるわり算問題の調査結果の考察、全国数学教育学会、数学教育学研究、査読有、Vol.23、No.1、2017、1-20

<https://www.jasme.jp/>

渡邊慶子、岡崎正和、木村恵子、算数・数学授業の質を捉える理論的視座に関する研究(2) - 児童・生徒の物語的思考に焦点を当てて -、日本数学教育学会誌、第98巻、数学教育学論究、査読有、臨時増刊、2016、pp.49-56

<http://www.sme.or.jp/>

影山和也、和田信哉、岩田耕司、山田篤史、岡崎正和、数学教育における図式との相互作用による数学的思考分析 記号論と身体化理論のネットワーク化を通じた図式の意味について、全国数学教育学会誌、数学教育学研究、査読有、Vol.22、No.2、2016、pp.163-174

<https://www.jasme.jp/>

Masakazu Okazaki、Keiko Kimura、Keiko Watanabe、Types of interaction that promote or hinder the narrative coherence of a mathematics lesson、Proceedings of the 40th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education、査読有、Vol. 3、2016、pp. 395-402

<http://igpme.org/>

岡崎正和、前田一誠、中原忠男、山口武志、影山和也、倍に関わるわり算の位置づけに関する研究 - 小学5年から中学1

年に対するわり算調査をもとにして -、日本数学教育学会、第49回秋期研究大会発表集録、査読無、2016、pp.161-164

<http://www.sme.or.jp/>

岡崎正和、木村恵子、渡邊慶子、算数・数学授業の質を捉える理論的視座に関する研究 - 物語の哲学の立場から -、日本数学教育学会誌、第97巻、数学教育学論究、査読有、臨時増刊、2015、pp.49-56

<http://www.sme.or.jp/>

吉村直道、山口武志、中原忠男、小山正孝、岡崎正和、加藤久恵、前田一誠、宮崎理恵、算数・数学教育における創発の捉え方に関する解釈的研究 - 創発を生みだす授業の活性化を目指して -、日本教科教育学会誌、査読有、Vol.38、No.2、2015、pp.47-56

<http://jcrda.jp/>

太田誠、岡崎正和、めあてと振り返りの連動による自律性の育成に関する研究～RPDCAサイクルを活かした算数の学び～、日本教育実践学会、教育実践学研究、査読有、Vol.16、No.2、2015、pp.35-45

<https://www.jssep.jp/ms/>

Masakazu Okazaki、Keiko Kimura、Keiko Watanabe、Exploring how a mathematics lesson can become narratively coherent by comparing experienced and novice teachers' lessons、Proceedings of the 39th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education、査読有、Vol. 3、2015、pp.313-320

<http://igpme.org/>

Takeshi Yamaguchi、Masataka Koyama、Masakazu Okazaki、Tadao Nakahara、Naomichi Yoshimura、Hisae Kato、Research on development of the prescriptive model for designing social interactions in elementary school mathematics classroom、Proceedings of the 7th ICMI - East Asia Regional Conference on Mathematics Education、査読有、2015、pp.607-615

Masakazu Okazaki、Keiko Kimura、Keiko Watanabe、Examining the coherence of mathematics lessons in terms of the genesis and development of students' learning goals、Proceedings of the 7th ICMI - East Asia Regional Conference on Mathematics Education、査読有、2015、pp.401-408

太田誠、岡崎正和、算数の事前学習を通じた子どものめあての構想が算数の学びに与える効果の検証、日本数学教育学会、第48回秋期研究大会発表収録、査読無、

2015、pp.47-50

<http://www.sme.or.jp/>

岡崎正和、算数科の授業づくり：確かな教材研究に支えられた指導法開発への期待、学校教育、査読無、6月号、2015、pp.14-21

<http://home.hiroshima-u.ac.jp/fushou/magazine.html>

太田誠、岡崎正和、算数学習におけるRPDCA サイクルを活かした自律性の育成に関する研究～振り返りの段階の様相に焦点を充てて～、日本数学教育学会誌、第96巻、数学教育学論究、査読有、臨時増刊、2014、pp.25-32、

<http://www.sme.or.jp/>

山口武志、中原忠男、小山正孝、岡崎正和、吉村直道、加藤久恵、脇坂郁文、沢村優治、多世界パラダイムに基づく算数授業における社会的相互作用の規範的モデルの開発研究() - 第4学年「分数」の授業による検証 - 、全国数学教育学会、数学教育学研究、査読有、Vol.20、No.2、2014、pp.93-112

<https://www.jasme.jp/>

小野田愛、岡崎正和、記号論的視座からの関数の学習過程に関する研究 - ジェスチャーの意味と役割に焦点をあてて - 、全国数学教育学会、数学教育学研究、査読有、Vol.20、No.2、2014、pp.197-207

<https://www.jasme.jp/>

太田誠、岡崎正和、見通しを軸にした自律性の育成に関する研究～RPDCA サイクルを活かした算数の学び～、全国数学教育学会、数学教育学研究、査読有、Vol.20、No.2、2014、pp.21-29

<https://www.jasme.jp/>

Masakazu Okazaki、Keiko Kimura、Keiko Watanabe、Examining the coherence of mathematics lessons from a narrative plot perspective、Proceedings of the 38th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education and the 36th Conference of the North American Chapter of the Psychology of Mathematics Education、査読有、Vol.4、2014、pp.354-361

<http://igpme.org/>

中原忠男、岡崎正和、小山正孝、山口武志、吉村直道、加藤久恵、片山元、多世界パラダイムに基づく算数授業における社会的相互作用の規範的モデルの開発研究() - 「場合の数」の授業による検証 - 、環太平洋大学研究紀要、査読無、2014、第8号、2014、pp.105-114

<http://repository.ipu-japan.ac.jp/kiyo/index.html>

[学会発表](計11件)

木村恵子、岡崎正和、渡邊慶子、算数科教師に内在する授業構成原理に関する研究 昭和初期の算術授業を対象として、全国数学教育学会、第45回研究発表会、2017年1月28日29日、広島大学大学院教育学研究科

西村徳寿、岡崎正和、量の視点を意識した中学校の関数グラフの読解に関する研究、全国数学教育学会、第45回研究発表会、2017年1月28日29日、広島大学大学院教育学研究科

穴戸建太、岡崎正和、図形の証明の構成過程におけるジェスチャーの役割に関する研究、全国数学教育学会、第45回研究発表会、2017年1月28日29日、広島大学大学院教育学研究科

Masakazu Okazaki、Hypothesizing how fifth graders construct geometric definitions based on inclusion relations among geometric figures、13th International Congress on Mathematical Education、2016年7月24日-31日、University of Hamburg

渡邊慶子、岡崎正和、木村恵子、算数・数学授業の質を捉える理論的視座に関する研究(2) 「思考様式としての物語」の考察を中心に、全国数学教育学会、第44回研究発表会、2016年6月25日26日、高知大学教育学部

山口武志、影山和也、中原忠男、岡崎正和、前田一誠、わり算概念の構成過程に関する理論的・実証的研究 - 「等分除とその拡張」の理解に関する考察 - 、全国数学教育学会、第43回研究発表会、2016年1月30日31日、広島大学大学院教育学研究科

影山和也、和田信哉、岩田耕司、山田篤史、岡崎正和、数学教育における図式との相互作用による数学的思考の分析 図式に関わる諸理論の比較検討、全国数学教育学会、第43回研究発表会、2016年1月30日31日、広島大学大学院教育学研究科

菅田雄、岡崎正和、定義の構成過程における例の意味と役割に関する研究、全国数学教育学会、第43回研究発表会、2016年1月30日31日、広島大学大学院教育学研究科

Makoto Ota、Masakazu Okazaki、Relationship of the mercenary own learning and learning in Mathematics learning: Learn math by taking advantage of RPDCA cycle、World Association of Lesson Studies 2015 International Conference、2015年11月23日-26日、Khon Kaen University、Thailand

菅田雄、岡崎正和、中学1年生での定義

の構成に関する実践的検討 - 算数と数学の接続を視点として - 、全国数学教育学会、第 42 回研究発表会、2015 年 6 月 13 日 14 日、鹿児島大学教育学部
太田誠、岡崎正和、算数学習におけるめあてと振り返りをつなぐ子どもの問い～RPDCA サイクルを活かした算数の学び～、日本教育実践学会、第 17 回研究大会、2014 年 11 月 1 日 2 日、鳴門教育大学

〔図書〕(計 4 件)

新算数教育研究会編、岡崎正和、他、東洋館出版社、算数の本質に迫る「アクティブ・ラーニング」、2016、213
小山正孝、岡崎正和、他、日本文教出版、小学算数教師用指導書総論、2015、283
S. Cho、Masakazu Okazaki、et al.、Springer、Selected Regular Lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education、2015、932
小山正孝、岡崎正和、他、協同出版、教師教育講座 第 14 巻中等数学教育、2014、346

〔その他〕

岡崎正和、中学校数学科におけるアクティブ・ラーニング、日本文教出版算数・数学情報誌 Root(ルート)、2015、No.17、pp.7-9
岡崎正和、数学的な思考力・表現力の育成：数学的活動や言語活動を通じた数学的探究の学び、日本文教出版算数・数学情報誌 Root(ルート)、2015、No.16、pp.10-11.

6. 研究組織

(1) 研究代表者

岡崎 正和 (OKAZAKI MASAKAZU)
岡山大学・大学院教育学研究科・教授
研究者番号：40303193