

平成 29 年 6 月 7 日現在

機関番号：12613

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2014～2016

課題番号：26380268

研究課題名(和文) 確率的コピュラモデルによるリスク管理・最適資産配分

研究課題名(英文) Risk Management and Optimal Asset Allocation by Stochastic Copula Model

研究代表者

中村 信弘 (Nakamura, Nobuhiro)

一橋大学・大学院国際企業戦略研究科・教授

研究者番号：90323899

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,200,000円

研究成果の概要(和文)：コピュラ関数の相互依存性を表すパラメータが確率的に変動するタイプの確率的コピュラモデルの応用としてリスク管理・最適資産配分問題を研究した。その統計的推定方法では、ハミルトニアン・モンテカルロ法が有効であることを確認した。最適資産配分問題では、下振れリスクを資産間で均等配分するテールリスクパリティ(TRP)投資や、資産クラス間に共積分関係が複数ある場合に、それを利用した連続時間の最適投資戦略、高頻度データから推計される実現尺度を用いた確率ボラティリティ(SV)モデル、確率的コピュラモデルを研究した。更に、VIXに対して、自己励起型強度過程をもつジャンプを付け加えたSVモデルを研究した。

研究成果の概要(英文)：We study the risk management and optimal asset allocation problems as applications of the stochastic copula model, in which tail-dependence parameters change stochastically. Employing the Hamiltonian Monte Carlo (HMC) method for their statistical estimations we demonstrate the effectiveness of the HMC method. In the optimal asset allocation problems, we deal with tail risk parity (TRP) investment in which the downside risk is distributed equally among assets, and dynamic investment when there are multiple cointegrating relationships between asset classes. Furthermore, we study the stochastic copula model using realized measures calculated from high-frequency data analysis, and the stochastic volatility model with a jump with self-exciting intensity for modelling VIX.

研究分野：計量ファイナンス

キーワード：確率的コピュラ 確率的ボラティリティ 共積分 誤差修正モデル 自己励起過程 モデルフリーイン
プライドボラティリティ 実現尺度 バリアンス・スワップ

1. 研究開始当初の背景

最近、リスク・パリティ (RP) という新しい最適投資手法が注目を集めている。この投資手法は、各資産に均等にリスクを分担させるリスク管理手法で、共分散のみを用いて投資比率が計算される。このリスク寄与度を均等でない所与の比率にするのが、リスク・バジェット (RB) 投資と呼ばれるものである。

資産の下振れリスクを条件付き期待損失である CVaR で計量し、その値を最小にする最適化を行う投資手法も、近年、よく研究されている。RP/RB 投資のリスクをこの下振れリスクに置き換えたものが、テールリスク・パリティ (TRP) / バジェット (TRB) 投資である。下振れリスクを定量的に表すためには、各資産リターンの裾の分布の (周辺) モデル化と、各資産の裾分布の依存関係の (結合) モデル化が重要となる。その裾の依存関係が時間と共に共変動するような現象も観察されるため、確率的コピュラモデルの応用の可能性が考えられる。

確率的コピュラの裾依存構造を表す変数は、通常、観察できない潜在変数であるため、フィルタリングやベイズ推定などの方法が用いられる。研究代表者は以前から粒子フィルターを用いる推定方法を研究してきたが、本研究では、新たに、ハミルトニアン・モンテカルロ (HMC) 法の適用を試みる。

最適資産配分問題に関して、年金運用では、マルチファクターモデルを用いたポートフォリオ構築や、リスク管理が行われることが多い。特に、公的年金運用では、集められた資金を複数の運用委託先に分散する際に、最適な運用者構造を決定する問題がある。

これに対して、動的なアルファや、ファクターリターンに対する動的ベータを考えるのが一つの定量的アプローチである。トラックレコードの情報から、運用スタイルを変える投資を行った運用者を検出することが可能であり、アルファの時変構造も捉えることができる。このモデル化に際して、各ファクターの依存関係とアルファ・ベータの動的表現が重要になる。

2. 研究の目的

本研究は、前節の研究背景のもとで、非対称な共変動現象を記述する確率的コピュラモデルのリスク管理・最適資産配分への応用を研究する。ポートフォリオ最適化では、最近、研究され始めたリスク・パリティ (RP) / バジェット (RB) 投資という手法や、それらを下振れリスクに拡張したテールリスク・パリティ (TRP) / バジェット (TRB) 投資、そして、マルチファクターモデルの枠組みでのファクターリスク・パリティ (FRP) / バジェット (FRB) 投資などを取り扱う。

各資産の周辺分布の確率的変動や資産相互の結合分布のモデル化を補強するものとして、最近、注目されている高頻度データか

ら得られる実現ボラティリティや実現相関などの情報を用いることを試みる。

確率的コピュラを用いたリスク管理では、動的リスクヘッジの問題なども取り扱う。また、年金運用で応用可能な動的マルチファクターモデルなども研究する。共変動性が顕著に表れる例として、共和分関係にある資産の最適投資問題を取り扱う。

フォワード・ルッキングな投資を行うための尺度として、オプション市場から推計された VIX 指数を用いる方法がある。このために、VIX の分析を行う必要がある。

3. 研究の方法

確率的コピュラの相互依存構造を記述する変数が、潜在変数となる。周辺モデルとして確率ボラティリティ (SV) モデルを採用する場合には、SV が潜在変数となる。このように潜在変数が入る確率統計モデルを推定する強力なツールが、HMC 法である。本研究では、この方法を駆使して、統計的推定を行う。

最適資産配分問題は、1 期間問題なら既存の数理計画法、確率計画法などを用いて解くことができる。一方、多期間、連続時間の最適化問題の場合は、HJB (Hamilton-Jacobi-Bellman) 方程式で定式化して、最適投資戦略を求める。

投資のタイミングを計るのに VIX を用いる方法があり、これは確率ボラティリティにジャンプを追加したモデルでバリエーション・スワップとして評価することができる。

4. 研究成果

(1) リスク・パリティ/バジェット投資モデルとマルチ・ファクター型 (外生的 Fama-French モデルと内生的ファクターモデルである主成分分析型) で、下振れリスクを考慮したモデルを構築し、バックテストを日本株市場における代表的インデックスを用いて行った。下振れリスクは条件付き VaR (CVaR) を用いた。この研究成果の一部は 2014 年 10 月末に発表された年金積立金管理運用独立行政法人 (GPIF) の基本ポートフォリオのポートフォリオ最適化モデル構築の際に、賃金上昇率をフロアとする下振れリスク最小化を行う形で反映された。

(2) 高頻度データ分析から推計された実現分散 (RV)、実現相関 (RC) を用いた HEAVY CAPM モデル (HEAVY モデルは GARCH モデルに RV が追加されたモデルで、CAPM の市場インデックスに関しては、代理変数として市場インデックス ETF の高頻度データを利用) を周辺モデルとし、資産間の依存関係を GRAS (実現尺度を用いた一般化自己回帰スコア変数) コピュラモデルで表現し、更に、多変量化をヴァインコピュラで記述した HEAVY GRAS ヴァインコピュラモデルを構築し、共和分関係にあ

る複数の個別株式に対して推定を行った。その結果、RV、RC を利用することで、相互依存構造の動的な変動を適切に捉えることができることを見出した。更に、期待効用最大化問題をモーメント近似する方法で、ポートフォリオ最適化できることを確認した。

(3) 共和分関係にある資産の最適投資問題を研究した。通常よく用いられる誤差修正モデル (VECM) で、定数項や誤差修正項に時変構造を導入し、残差項には GH-skewed-t 分布に従う確率ボラティリティモデルを仮定し、それらの依存関係は、確率的ヴァインコピュラでモデル化した。推定には HMC 法を用いた。連続時間の共和分投資問題では、共和分ベクトルが複数存在する場合があります、HJB 方程式を解くことで、それらをすべて利用した最適な投資比率を導くことに成功した。実務でペア・トレードを拡張した 3 銘柄以上の共和分投資に道を開くものと考えられる。

(4) 確率的ヴァインコピュラを為替エクスポージャの動的ヘッジ問題に適用する研究を行った。外貨建て資産と多通貨の時系列の 3 変量以上の確率的依存構造のモデル構築に確率的ヴァインコピュラを援用した。その結果、動的なヘッジ比率によるヘッジ効率の優位性を確認した。更に、株式指数とボラティリティ・インデックスの間の負の依存関係および他国間の同指数の相互作用 (spillover) を表現するために、確率的ヴァインコピュラを用いた。裾依存の変化を捉えることができ、市場の混乱期と平常時の依存構造の特徴的振る舞いを分析した。

資産間の動的な依存関係を表す別のモデルとして、確率的共分散モデルを研究した。主要先進国の市場インデックスに投資する国際分散投資の枠組みで、マルチ・ファクターモデルの外生的ファクターが多変量確率的共分散構造をもち、各残差項が高頻度データから計算される実現分散で補強された確率ボラティリティに従うようなモデルを開発した。

(5) 投資の局面分析で、投資家がよく参照する指標に VIX がある。これは S&P500 オプションのモデルフリーインプライドボラティリティ (MFIV) である。原資産と VIX の 2 変量に対して確率的ヴァインコピュラを適用する際に、VIX のリターンに対する適切な変動過程のモデリングが必要になる。シカゴ・オプション取引所 (CBOE) のサイトにおいてある様々な VIX の系列を見てみると、期間構造をもつ VIX では短期のものにジャンプがあり、期間構造全体の変化は単純なパラレル・シフトではないことが観察される。そのため、VIX のモデルとしてジャンプ拡散 (JD) 過程を適用する研究を行った。ジャンプの強度自体も定数ではなく変動し、かつ、地震波のような自己励起的な変動過程 (Hawkes) に拡散項を

更に付け加えて一般化した確率過程によりモデル化した。VIX はバリエーションスワップレートと考えることができるため、その評価式を自己励起型 JD 過程に基づき導出し、HMC 法により推定を行った。その結果、従来のジャンプのない確率ボラティリティ (SV) モデルに比べて、適合度が改善されることを見出した。

5 . 主な発表論文等

〔雑誌論文〕(計 9 件)

Nobuhiro Nakamura, The Term Structure of Variance Swap Rates: Self-Exciting Jump Diffusion Modeling, Proceedings of the 45-th JAFEE meeting, 査読無, (2016: Summer), 13-24.

Nobuhiro Nakamura, Dynamic Trading of Cointegrated Assets: Partial Information, Model Uncertainty Cases, Proceedings of the 45-th JAFEE meeting, 査読無, (2016: Summer), pp.13-24

Yuki Nozawa and Nobuhiro Nakamura, Stochastic Volatility Models with Stochastic Skewness and Kurtosis, Proceedings of the 45-th JAFEE meeting, 査読無, (2016: Summer), pp.29-38.

Nobuhiro Nakamura, Dynamic Trading with Multiple Cointegrating Relationships, Proceedings of the 44-th JAFEE meeting, 査読無, (2015: Winter), pp.109-120.

Yuki Nozawa and Nobuhiro Nakamura, Estimation of Stochastic Dependence Structures between Equity Markets and Volatility Indices using Stochastic Copulas, Proceedings of the 44-th JAFEE meeting, 査読無, (2015: Winter), pp.228-238.

Yuki Nozawa and Nobuhiro Nakamura, Dynamic Hedging Strategy Using Stochastic Vine Copulas, Proceedings of the 43-th JAFEE meeting, 査読無, (2015: Summer), pp.168-179.

Nazir Napoleon and Nobuhiro Nakamura, Dynamic Error Correction Model for Co-Integrated Stocks using High-Frequency Data, Proceedings of the 43-th JAFEE meeting, 査読無, (2015: Summer), pp.192-203.

Nobuhiro Nakamura, HEAVY GRAS Vine Copula Models, Proceedings of the 42-th JAFEE meeting, 査読無, (2014: Winter), 157-168.

Nobuhiro Nakamura, Factor Based Tail Risk Parity/Budgeting Investment, Proceedings of the 41-th JAFEE meeting, 査読無, (2014:Summer), 182-193.

〔学会発表〕(計 10 件)

中村信弘, The Term Structure of Variance Swap Rates:Self-Exciting Jump Diffusion Modeling,日本金融・証券計量・工学学会, 2017年2月18日,武蔵大学(東京都・練馬区)

中村信弘, Dynamic Trading of Cointegrated Assets: Partial Information, Model Uncertainty Cases, 日本金融・証券計量・工学学会, 2016年8月8日, 成城大学(東京都・世田谷区)

野澤勇樹, 中村信弘, Stochastic Volatility Models with Stochastic Skewness and Kurtosis, 日本金融・証券計量・工学学会, 2016年8月8日, 成城大学(東京都・世田谷区)

中村竜二, 中村信弘, Asset Allocation with Multivariate Factor Stochastic Volatility Model with Realized Measure, 日本ファイナンス学会 2016年5月22日, 横浜国立大学(神奈川県・横浜市)

中村信弘, Dynamic Trading with Multiple Cointegrating Relationships, 日本金融・証券計量・工学学会, 2016年1月24日, 慶応大学三田キャンパス(東京都・港区)

野澤勇樹, 中村信弘, Estimation of Stochastic Dependence Structures between Equity Markets and Volatility Indices using Stochastic Copulas,日本金融・証券計量・工学学会, 2016年1月25日, 慶応大学三田キャンパス(東京都・港区)

野澤勇樹, 中村信弘, Dynamic Hedging Strategy Using Stochastic Vine Copulas, 日本金融・証券計量・工学学会, 2016年1月25日, 慶応大学三田キャンパス(東京都・港区)

Nazir Napoleon, 中村信弘, Dynamic Error Correction Model for Co-Integrated Stocks using High-Frequency Data, 日本金融・証券計量・工学学会, 2015年8月8日, 中央大学市ヶ谷キャンパス(東京都・新宿区)

中村信弘, HEAVY GRAS Vine Copula Models, 日本金融・証券計量・工学学会, 2015年1月23日, 筑波大学東京キャンパス(東京都・

文京区)

中村信弘, Factor Based Tail Risk Parity/Budgeting Investment, 日本金融・証券計量・工学学会, 2014年8月2日, 成城大学(東京都・世田谷区).

〔図書〕(計1件)

中村信弘, 他, 中央経済社, 『MBAチャレンジ 金融・財務』 「分担執筆」 第8章 高頻度データとファイナンス, 2017, 231ページ(p.166-186)

6. 研究組織

(1) 研究代表者

中村 信弘 (NAKAMURA, Nobuhiro)

一橋大学・大学院国際企業戦略研究科・教授

研究者番号: 90323899