

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 29 年 4 月 12 日現在

機関番号：34304

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2014～2016

課題番号：26380411

研究課題名(和文)曖昧さが資産価値に与える影響の分析とその応用

研究課題名(英文)Analysis of the influence of ambiguity on asset value and its application

研究代表者

岩城 秀樹 (IWAKI, Hideki)

京都産業大学・経営学部・教授

研究者番号：40257647

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,600,000円

研究成果の概要(和文)：本研究課題において得られた成果は以下のとおりである。(1)滑らかな曖昧性モデルの双対定理を導出し、経済主体の選好が1次信念と2次信念の複合分布の下での効用の期待値で表現できることを証明した。(2)(1)の定理を基に曖昧性下での経済均衡での保険料計算原理を導出した。(3)(1)の定理を基に経済均衡での状態価格密度を導出し、資本資産価格モデル(CAPM)を曖昧性下に拡張した。(4)ファントム意思決定モデルにおいて、ファントム回避の定義を新たに行い、意思決定者がよりファントム回避であることの条件を導いた。その条件に基づき資産選択問題においてファントム回避と資産需要の関係を示した。

研究成果の概要(英文)：In this research project, we obtain the following results. (1) We derive the dual theory of the smooth ambiguity model and show each agent's preference is represented by the expected utility under the compound distribution of the first belief and second belief. (2) We derive an economic premium principle under the dual theory of the smooth ambiguity model. (3) We derive the state price density in economic equilibrium under the dual theory of the smooth ambiguity model and extend the Capital Asset Pricing Model (CAPM) to the one under ambiguity. (4) We newly define the concept of both phantom averse and more phantom averse under decision making in phantom spaces. We show how phantom aversion affects demand of phantom assets in the portfolio selection problem.

研究分野：ファイナンス

 キーワード：不確実性下での意思決定 曖昧性 経済均衡 状態価格密度 保険料計算原理 資本資産価格評価モデル  
 CAPM 滑らかな曖昧性モデル

### 1. 研究開始当初の背景

Frank H. Knight はリスクと不確実性を測定可能性によって分類した。確率分布で表現される状況をリスクと呼び、確率分布で表現できない状況を不確実性と呼ぶ。また、リスクと不確実性という言葉は区別しづらいので、不確実性の代わりに曖昧性を使うことも多く、この文書でも不確実性と曖昧性を同義として用いる。リスクが存在する状況では期待効用が一貫して支配的な役割を果たしてきた。これは、期待効用が実際の意思決定を忠実に描写できないことはよく知られているが、他の意思決定理論と比較して扱いやすいからである。不確実性が存在する状況では、Ellsberg (1961)の実験によって期待効用では実際の意思決定が表現できないことが明らかにされた。その後、Gilboa, Schmeidlerなどが中心となり、Ellsberg (1961)の実験と矛盾しない様々な意思決定理論が提案された。しかし、それらは通常微積分を用いることができず、分析には高度な数学が必要になる。このことは、実証を含む応用では大きな問題となる。Ellsberg (1961)の実験を説明する一つの方法として、Segal (1990)は二次信念(second-order belief)と呼ばれる概念を導入した。二次信念とは、複数の(リスクを表現する)確率分布の集合に対する確率分布である。Klibanoff, Marinacci and Mukerji (2005)は二次信念を用い、不確実性下での選好表現として(リスクを表現する確率分布と二次信念の)二重期待効用を提案し、滑らかな曖昧性モデル(smooth ambiguity model)と名付けた。滑らかな曖昧性モデルは、不確実性下の意思決定を表現できる記述性を有する一方、期待効用との類似性により分析の扱いやすさも保持している。この特徴が本研究課題で滑らかな曖昧性モデルを用いる理由である。また、その類似性により、期待効用の様々な分析手法や結果を利用できることが予想され、不確実性下の研究を飛躍的に発展させることが期待される。その他の利点として、リスクと不確実性の影響を分離できるので、不確実性の影響だけを取り出して分析できる点も挙げられる。

選好を特定せず、二次信念や効用関数の性質により、不確実性や曖昧さが資産価値に与える影響を確かめる研究は始まったばかりである。実際、従来の期待効用理論に照らし合わせてみると、滑らかな曖昧性モデルを用いた曖昧性をもつ不確実性下の意思決定及びそれに基づく資産価値評価の研究は、端緒を開いたばかりである。

そもそも本研究組織の研究者たちは期待効用を用いた資産評価の研究、またその応用として証券市場や保険市場の分析を進めてきた。しかし、多くの実証・実験により観察されているように、期待効用を用いた資産評価は十分でなく、心理など様々な要素が資産評価に与える影響を分析することが重要になっている。曖昧さや不確実性を考慮した資

産評価の研究もその一つである。本研究課題では、期待効用と親和性の高い滑らかな曖昧性モデルを用いることで、これまでの研究の蓄積を生かして、曖昧さや不確実性が資産価値に与える影響を分析していく。

### 2. 研究の目的

本研究課題の目的は、滑らかな曖昧性モデルを起点として、

(1) より一般的な枠組みで曖昧性を含む不確実性の資産価値に与える影響を分析し、資産の均衡価値や裁定価格の導出を試みることを、

(2) そこらから得られた結果を証券市場や保険市場の分析に応用し、従来の意思決定モデルと比較し、実証的な含意を得ること、また、現実と整合的になる曖昧性を含む不確実性下での意思決定モデルの性質を明らかにすることである。

選好を特定せず、二次信念や効用関数の性質により、不確実性や曖昧さが資産価値に与える影響を確かめる研究ははじまったばかりである。実際、リスク回避度を一般化した曖昧性回避度を用いて、その違いが意思決定に与える影響を分析した研究が中心である。しかし、期待効用に照らし合わせてみると、滑らかな曖昧性モデルを用いた研究は端緒を開いたばかりであると言える。

この状況から本研究課題は以下の二点で特色と意義を持っている。一つは、本研究課題は一般的な枠組みで分析手法を発展させ、期待効用の概念と関連付け、分析に必要な様々な概念を特徴付ける点である。また、もう一つは、本研究課題で扱う曖昧性下における意思決定分析手法を用いた新たな最適資産選択問題解法、均衡やプレミアム原理による資産評価を考案する。そして、その応用として証券市場や保険市場の需要や均衡を分析する点である。

### 3. 研究の方法

(1) 初年度は研究全体の準備期間と位置付けて、既存文献の詳細な調査と古典的なモデルへの適用を行う。具体的には次のとおりである。

既存研究の調査には、期待効用を用いた研究と滑らかな曖昧性モデルを用いた研究の二つが挙げられる。後者については研究課題からその必要性は明らかである。期待効用を用いた文献を調査する際、滑らかな曖昧性モデルを用いた分析を念頭に置いて調査する必要がある。つまり、曖昧性が重要な役割を果たす問題であるか、滑らかな曖昧性モデルを用いた分析が可能であるかなどについて留意する必要がある。

古典的なモデルへ適用するには二つの目的がある。一つ目は、実際に分析することで、滑らかな曖昧性モデルを扱うコツの習得、注意点や難しさを実感することである。これを

次年度以降の研究に生かしていく。二つ目は分析を論文としてまとめることで、研究の停滞を防ぐことである。例えば、Buhlmann (1984) が提案した保険プレミアムの評価に滑らかな曖昧性モデルを適用することなどが考えられる。

(2) 次年度以降では、最初に行うことは汎用性の高い一般的な枠組みで分析し、滑らかな曖昧性モデルを扱う様々な手法を進展させることである。Gollier (2011) は、効用関数を特定しない汎用性の高いモデルの下で人工的な確率により不確実性下の問題をリスク下の問題に変換させる手法を提案し、曖昧性回避度が最適ポートフォリオに与える影響を確かめた。その後、様々なモデルに Gollier (2011) の手法が使われはじめている。しかし、いくつかの問題点もある。例えば、人工的な確率は観察できないので、実験や実証への応用が難しいこと、また、曖昧性回避度の比較には有用であるが、他の分析への応用が難しいことなどが挙げられる。本研究課題の出発点は、これら問題点を克服することであり、応用研究への大きな前進が期待される。次に、本研究では、その一般的な枠組みでの分析の拡張として、その後は、本研究で考案する評価方法の一般的な枠組みの深化と証券市場や保険市場への応用を進めていく。

#### 4. 研究成果

##### (1) 滑らかな曖昧性モデルの双対定理

我々は、いくつかの公理を用いることによって、滑らかな曖昧性モデルが、1次信念下の期待効用値のある増加関数値の2次信念の下での補分布関数値の積分形で表現できることを定理として示した。次いで、この増加関数を用いて、1次信念と2次信念の複合分布を考えることによって、滑らかな曖昧性モデルが、この複合分布の確率分布の下での効用の期待値で表現できることを証明した。そして、我々の構築したモデルと理論に基づき、曖昧性の増加が資産選択に与える影響について比較静学による分析を行なった。この成果の意義は、単に理論上の別表現をしたということだけではない。二重の期待値を一重の期待値で表現したということにより、これまでに期待効用理論で培われたノウハウがよりダイレクトに曖昧性下の意思決定でも適用できるようになり、人々の曖昧性を回避する程度を測る上でも、従来の滑らかな曖昧性モデルと比較して、はるかに容易なものとなることから、現実問題の解決に向けてより一歩前進させたものといえよう。

##### (2) 曖昧性下の経済プレミアム計算原理

(1)で得られた成果の保険分野への応用として、我々が導出した定理を基に新たな保険料計算原理を導出した。これは、リスク下での保険料計算原理としては基本となっている

Buhlmann の経済保険料計算原理をより一般的な曖昧性下での計算原理へと拡張したものである。さらに、我々が導出した保険料計算原理を基に曖昧性の増加が経済均衡での保険料に与える影響について比較静学による分析を行なった。この成果の意義は、滑らかな曖昧性モデルをもちいて従来の不確実性下での意思決定理論をよりダイレクトに保険料計算原理でも適用できるようにしたことである。

##### (3) 曖昧性下の均衡価格評価モデル

成果(2)は、滑らかな曖昧性モデルの双対モデルのもとで保険料計算原理を導出したことであったが、本研究は、さらに一般的に深化させ、各経済主体が滑らかな曖昧性モデルの双対モデルに基づいて意思決定を行うとした場合の純粋交換経済の下での競争均衡を考えて、均衡における状態価格密度を導出した。さらに、それに基づき、ファイナンスにおける資本資産価格モデル(CAPM)を曖昧性下に拡張した。先行研究では曖昧性下でのCAPMの導出に、近似手法を用いているのに対し、我々は、直接的に導出し、その妥当性を示した点に独創性と貢献がある。従来型のCAPMは、実際の投資評価にも使われているところであるが、その現実適応性は芳しくないものであった。本研究成果の意義は、従来型のCAPMを曖昧性下に的確に拡張したことにより、現実適応性の向上に寄与する可能性を示したことである。

##### (4) ファントム回避とポートフォリオ選択

不確実性下の新規かつ有望な一つの意思決定方法として、Izhakian and Izhakian (2015) は、ファントム(phantom)空間上での意思決定基準を提唱した。これは、将来生起する事象や結果、生起確率が、ある値を基準として正負の幅を持った値(ファントム数)として認識されるということを明示的にモデル化した新たな意思決定基準である。我々は、ファントム回避の定義を新たに行い、意思決定者がよりファントム回避であることの条件を導いた。そして、ポートフォリオ選択への応用として、資産収益率がファントム数として認識される場合のファントム回避と資産需要の関係を示した。本研究成果の意義は、現実の不確実性下での意思決定方法の整合性及び妥当性を示す上での新たな礎を与えたということである。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 1 件)

岩城秀樹、尾崎祐介、The dual theory of the smooth ambiguity model, Economic Theory, 査読有、56巻、2014、275 - 289  
DOI:10.1007/s00199-013-0779-6

〔学会発表〕(計 5 件)

岩城秀樹、尾崎祐介、“Comparative Statics and Portfolio Choices under the Phantom Decision Model,” The 4th East Asia RMI Workshop, Seoul (大韓民国), 7th January, 2017

藤井陽一朗、岩城秀樹、尾崎祐介、“Phantom aversion and portfolio choices: The comparative statics,” 6th International Conference of the Financial Engineering and Banking Society, Málaga (スペイン), 10-12 June, 2016

藤井陽一朗、岩城秀樹、尾崎祐介、“An Equilibrium Asset Pricing Model under Ambiguity,” World Risk and Insurance Economics Congress Munich 2015, Munich(ドイツ), 2-6 August 2015

尾崎祐介、Kit Pong Wong、Long Yi、“Hedging and the Competitive Firm under Ambiguous Price and Background Risk”日本ファイナンス学会第23回大会、2015年6月6日・7日、東京大学(東京都文京区)

藤井陽一朗、岩城秀樹、尾崎祐介、“An Economic Premium Principle under the Smooth Ambiguity Aversion,” 41th Seminar of the European Group of Risk and Insurance Economists (EGRIE), St. Gallen(スイス), 15-17 September 2014

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

岩城 秀樹 (IWAKI, Hideki)  
京都産業大学・経営学部・教授  
研究者番号: 40257647

### (2) 研究分担者

尾崎 祐介 (OSAKI, Yusuke)  
大阪産業大学・経済学部・准教授  
研究者番号: 80511302

藤井 陽一朗 (FUJII, Yoichiro)  
大阪産業大学・経済学部・准教授  
研究者番号: 80635376