

令和元年5月14日現在

機関番号：37111

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2014～2018

課題番号：26400172

研究課題名(和文) 一般化された走化性方程式系の解構造の研究

研究課題名(英文) Research on behavior of solutions to generalized chemotaxis systems

研究代表者

仙葉 隆 (Senba, Takasi)

福岡大学・理学部・教授

研究者番号：30196985

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,700,000円

研究成果の概要(和文)：我々は、Keller-Segel系に關係する方程式系を考察した。(以後、KS系と書く。)KS系は生物の集中現象を記述する為に導出された方程式系であり、我々の目的は一般化されたKS系を研究することである。

最初に、知覚関数の一般化を考えた。知覚関数とは化学物質の濃度と生物の動きの關係を表した関数であり、KS系の知覚関数は線形である。我々は2次元有界領域上で放物型楕円型系を考察し、知覚関数が劣線形の場合は全ての解が時間大域的に存在することを示した。次に、我々は3つの放物型方程式を持つ系を考察し、2次元または3次元の有界領域上で全ての解が時間大域的に存在することを示した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究の題材である偏微分方程式系は生物現象の説明の為に導出されたものであり、その中で基本的とされているKS系は導出された方程式系を単純化したものである。KS系の研究は進展しており、現在でも活発に研究がなされている。しかしながら、最初に導出された方程式系の研究とは未だ距離があると考えられる。

本研究の成果である線形知覚関数を持つ走化性方程式系や3連立の走化性方程式系は最初に導出された方程式系に近い性質を持っていると期待しており、KS系に単純化される前の方程式系の解析に役立つことが期待される。このことが本研究成果の学術的な意義であり、社会的な意義にも繋がっている。

研究成果の概要(英文)： We considered some systems related to Keller-Segel system, which was introduced to describe the aggregation of living things. Our aim was the research on behavior of solutions to the generalized systems of the Keller-Segel system.

We considered two kinds of generalization. One of them is the generalization of sensitivity functions, which express the relation between chemical concentration and motion of living things. The Keller-Segel system has a linear sensitivity function. We consider parabolic-elliptic systems with nonlinear sensitivity functions in the case where the domain is two dimensional and bounded one. In this case, we made it clear that each solution to the systems globally exists in time, if the sensitivity function is sub-linear. The other is the generalization of the number of equations. We consider a system having three parabolic equations. We made it clear that each solution to the system exists globally in time, if the domain is two or three dimensional one.

研究分野：偏微分方程式論

キーワード：走化性方程式 知覚関数 解の挙動

1. 研究開始当初の背景

本研究は細胞性粘菌の集中現象を表す走化性方程式系の解の挙動の解明を目的としている。この方程式系は、単細胞生物である粘菌が多数存在する状況下で個々の粘菌がランダムウォークにより拡散するという性質と個々の粘菌が分泌する化学物質の濃度勾配を感知し化学物質の濃度の高い方向に移動するという性質を持つ。後者の性質が前者に勝る状況下で粘菌の集中現象が起こる。この現象を粘菌の密度と複数の化学物質の濃度を未知関数とする連立偏微分方程式系で表したものが 1970 年代に導出された方程式系であり、同時に複数の化学物質の化学現象を 1 種類の未知関数によって単純化された系が提案された。この単純化された方程式系を、Keller-Segel 系と呼ぶ。

本研究開始当初は、Keller-Segel 系の解の性質がリアプノフ関数を用いて研究成果が得られていた。ここで、リアプノフ関数とは与えられた関数の空間における積分値であり、Keller-Segel 系の解を代入すると時間に関して単調減少となる性質を持つものである。このことを踏まえて、Keller-Segel 系のリアプノフ関数を持つ連立偏微分方程式系への拡張し、得られた方程式系を考察する研究が行われていた。以後、この方程式系を拡張された走化性方程式系と呼ぶ。一方、Keller-Segel 系は線形拡散を用いているため、定常解や特異定常解のまわりでの線形化作用素の固有値、固有関数を調べることにより解の性質を明らかにすることが出来るが、拡張された走化性方程式系は主に非線形拡散を用いているためはこの手法を用いた研究成果がない。また、拡張された走化性方程式系は、Keller-Segel 系が持つリアプノフ関数を基本として拡張された方程式系のために化学物質の刺激と粘菌の反応を表す知覚関数と呼ばれる関数が線形の場合に限られる。一方、生物学では非線形知覚関数が多く用いられており、それらの方程式系に対応するリアプノフ関数は発見されていない。

従って、リアプノフ関数を必要としない研究方法や Keller-Segel 系を基礎としたリアプノフ関数(以後、通常リアプノフ関数と呼ぶ。)以外の有効なリアプノフ関数の発見が必要であるという状況が、研究開始当初の状況であった。

2. 研究の目的

「1. 研究開始当初の背景」に記載したように通常リアプノフ関数を持つ走化性方程式系を含むより広い方程式系(以後、一般化された走化性方程式系と呼ぶ。)に関する研究、並びに通常リアプノフ関数を用いた研究以外の研究手法の開発と確立が本研究の目的である。

しかし、そのような目的を完全に達成するには多くの時間が必要であると予想され、本研究期間内に完全に達成することは難しいと考えた。そのため、本研究期間においては最終的な目的を達成する為に必要と考えられる以下の事柄を本研究期間の目的とした。

2-1. 関連する方程式群の研究とその成果の本研究への適用

一般的化された走化性方程式系の研究において重要な目的の一つが、通常リアプノフ関数がない方程式系の研究手法である。そのために、関連する方程式群の研究手法とその成果の本研究への適用である。特に研究期間内には、藤田型非線形熱方程式の解の研究手法や研究成果と一般化された走化性方程式系の解との関係を研究し、通常リアプノフ関数を用いない走化性方程式系の研究手法を開発・確立することを目的とした。

2-2. 通常リアプノフ関数以外の関数とそれに対応する方程式系の研究

「1. 研究開始当初の背景」で述べた拡張された走化性方程式系は、Keller-Segel 系に対するリアプノフ関数の構成方法を用いてリアプノフ関数が構成可能な方程式系である為、その枠組みで拡張された走化性方程式系の研究は、Keller-Segel 系に関するリアプノフ関数を用いた研究手法に対応した研究手法を用いている。

本研究では、拡張された走化性方程式系とは異なる枠組みの方程式系と通常リアプノフ関数とは異なる新たな関数の組み合わせの発見とそれら方程式系の研究手法の確立を目的とした。この目的の為に、癌の成長モデルとして知られている 4 つの未知関数に関する連立偏微分方程式系を研究対象として選んだ。

3. 研究の方法

本研究期間当初に基本的な研究資料の収集と検討を行っていたが、本研究期間内においても新たな研究成果の発表がなされた為、研究期間内においては、資料の収集と検討、関

連する研究成果に関する学会への参加、さらに研究者を招聘して成果や関連する研究資料の説明、そして討論を行った。これらの資料収集・検討を踏まえて以下に記載する本研究の計画・方法に沿って研究を行った。

3-1. 関連する方程式群の研究とその成果の本研究への適用

一般的な走化性方程式系の一方の方程式の時定数を0とした極限方程式、または非常に小さい時定数を持つ一般的な走化性方程式系の研究を行うことを計画した。

密度関数に関する方程式の時定数を0にした極限方程式系は、知覚関数が線形・非線形に限らず非線形非局所項を持つ熱方程式となる。この熱方程式は藤田型非線形熱方程式と関連した方程式であり、その解の性質もよく知られている。

このことを踏まえて、非線形非局所項を持つ熱方程式と非線形知覚関数を持つ走化性方程式系の関連を調べることにより、今まで研究されてきた枠組みとは異なる一般的な走化性方程式系の枠組みでの研究手法の開発・確立を試みた。

また、化学物質の濃度に関する方程式の時定数を0にした極限方程式系も、前述したものと異なるが非線形非局所項を持つ熱方程式となる。しかしながら、この非線形非局所項を持つ熱方程式は藤田型非線形熱方程式とは異なる性質を持つ為、その研究手法や研究成果を適用することはできないが、極限をとる前の一般的な走化性方程式系よりも単純な構造を持っていることが予想された為、この非線形知覚関数を持つ極限方程式の研究を行うことを試みた。

3-2. 通常のリアプノフ関数以外の関数とそれに対応する方程式系の研究

「2. 研究の目的」の2.2で述べたように研究対象として癌の成長モデルとして知られている4つの未知関数に関する連立偏微分方程式系を研究対象として選んだ。

この方程式系については、走化性方程式系よりも複雑な方程式系にも関わらず一部解の性質が解明されていた。その原因として、方程式系の中に解の挙動を制限する項が含まれており、その項の性質を取り出すことに焦点を当てて研究を行い、その手法を一般的な走化性方程式系の研究に適応するという手法で研究を計画した。

4. 研究成果

上記、研究目的並びに研究計画に従って研究を行い以下の研究成果を得た。

4-1. 関連する方程式群の研究とその成果の本研究への適用

密度関数に関する方程式の時定数を0にした極限方程式系が、知覚関数が線形・非線形に限らず非線形非局所項を持つ熱方程式となることを踏まえて、極限方程式に関する文献を調査・検討した結果、非線形項の指数が藤田指数と呼ばれる指数を境にして解の性質が大きく異なること、そして我々の研究対象とする走化性方程式系では知覚関数が対数関数であり藤田指数は対数関数の係数に対応していることがわかった。

このことを、踏まえて対数関数の係数が藤田指数より小さい場合、加えて密度関数に関する方程式の時定数が非常に小さな場合に、対応する走化性方程式系のすべての解が時間大域的に存在することを明らかにした。このことは、以下の学会発表(3,4)において公表した。

また、化学物質の濃度に関する方程式の時定数を0とした極限方程式系に関しても、空間次元が2次元の場合で球対称関数の枠組みで知覚関数が劣線形の場合にすべての解が時間大域的に存在することが知られていた。これらの先行研究を調査・検討し、その研究手法を改良することにより、時定数が0の極限方程式系において球対称性の仮定なしに先行研究と同様の研究成果を得た。この成果は学会発表(1)並びに雑誌論文(1)として公表した。さらに、先行研究と同様の状況下で時定数が非常に小さな場合の走化性方程式系に関してすべての解が時間大域的に存在することを示した。この成果は学会発表(1)並びに雑誌論文(3)として公表した。

4-2. 通常のリアプノフ関数以外の関数とそれに対応する方程式系の研究

上記研究計画で述べたように研究対象として癌の成長モデルとして知られている4つの未知関数に関する連立偏微分方程式系の研究対象として選んだ。

この方程式系については、走化性方程式系よりも複雑な方程式系にも関わらず一部解の性質が解明されていた。その原因を調べるためにこの方程式系に関する資料を調査・検討した結果、4つの未知関数に対応する生物や物質 I、II、III、IV の関連の仕方が4棘みの関係にあること

がわかった。つまり I が II の変化を決め、II が III の変化を決め、III が IV の変化を決め、IV が I の変化を決めている。このことにより、Keller-Segel 系のように 2 つの未知関数の相互関係によりその変化が決まるものよりも、4 変数の関係の方が変化に時間を要するために集中現象が起こりにくく時間大域的に存在しやすいことがわかった。

そこでこの性質だけを残して方程式系を単純化し 3 つの未知関数を持つ方程式系を導出した。この方程式系の特別な場合が走化性方程式系となっているが、そのことにより「研究開始当初の背景」で述べた通常のリアプノフ関数とは別な関数を用いて解析することができた。その結果、Keller-Segel 系では爆発解が現れていた 2 次元領域、3 次元領域の場合でもこの方程式系ではすべての解が時間大域的に存在することを明らかにした。この成果は学会発表(7,8)並びに雑誌論文(3)として公表した。

5 . 主な発表論文等

〔雑誌論文〕(計 4 件)

(1) K. Fujie and T. Senba, Global existence and boundedness in a parabolic-elliptic Keller-Segel system with general sensitivity, *Discrete and Continuous Dynamical Systems - Series B* 21(2016), no. 1 pp. 81-102.

(2) K. Fujie and T. Senba, Global existence and boundedness of radial solutions to a two dimensional fully parabolic chemotaxis system with general sensitivity, *Nonlinearity* 29 (2016), pp. 2417-2450.

(3) K. Fujie and T. Senba, Application of an Adams type inequality to a two-chemical substances chemotaxis system, *Journal of Differential Equations* 263 (1)(2017), pp. 88 - 148.

〔学会発表〕(計 8 件)

(1) Takasi Senba, Global existence and boundedness of solutions to chemotaxis systems with general sensitivity, 7th Euro-Japanese Workshop on Blow-up, The Mathematical Research and Conference Center, Bedlewo, Poland, September 5-9, 2016.

(2) Takasi Senba, Blowup solutions to a system related to chemotaxis in high dimensional domains, The 2nd International Workshop on Mathematical Analysis of Chemotaxis, 東京理科大学神楽坂キャンパス、2017年2月20日から25日.

(3) 仙葉 隆、非線形知覚関数を持つ走化性方程式系の解の挙動について、九州関数方程式セミナー、福岡大学六本松セミナーハウス、2017年4月21日。

(4) Takasi Senba, Behavior of solutions to a chemotaxis system with general sensitivity functions, 偏微分方程式の解の形状研究、京都大学数理解析研究所、2017年6月5日から7日.

(5) Takasi Senba and Kentarou Fujie, On behavior of solutions to a chemotaxis system with a nonlinear sensitivity function, Slovak University of Technology, Equadiff 2017, Bratislava, Slovak, July 24-28, 2017.

(6) Kentarou Fujie and Takasi Senba, A generalization of the Keller-Segel system to higher dimensions from a structural viewpoint, Equadiff 2017, Slovak University of Technology, Bratislava, Slovak, July 24-28, 2017.

(7) 仙葉 隆、Behavior of solutions to a two-chemical substances chemotaxis system, 第15回浜松偏微分方程式研究集会、静岡大学浜松浜松キャンパス総合棟、2017年12月23日から24日.

(8) Takasi Senba, Behavior of solutions to an indirect chemotaxis system, The 3rd international workshop on mathematical analysis of chemotaxis, 東京理科大学神楽坂キャンパス、2018年2月21日から23日(講演日:23日).

〔図書〕(計 件)

該当無し。

〔産業財産権〕

出願状況（計 件）
該当無し。

取得状況（計 件）
該当無し。

〔その他〕
ホームページ等（福岡大学研究者情報）

http://resweb2.jhk.adm.fukuoka-u.ac.jp/FukuokaUniv/R101J_Action.do

6 . 研究組織

(1)研究分担者
該当なし。

(2)研究協力者
該当なし。

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。