

平成 30 年 6 月 28 日現在

機関番号：13501

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2014～2017

課題番号：26400196

研究課題名(和文) 不動点理論と凸解析を介した非線形関数解析学の究明および非線形問題への応用

研究課題名(英文) The study of nonlinear functional analysis and nonlinear problem based on fixed point theory and convex analysis, and its applications

研究代表者

厚芝 幸子 (ATSUSHIBA, Sachiko)

山梨大学・大学院総合研究部・准教授

研究者番号：20327761

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,400,000円

研究成果の概要(和文)：本研究では、これまでの研究で出てきた問題と最近問題として注目されつつある新しいタイプの非線形問題を不動点およびそれを一般化した概念の問題として捉えて再構成し、それらの問題をその新しい概念も取り入れた不動点理論および凸解析学を用いて研究した。不動点の概念を一般化したattractive point, acute pointの概念を写像族にも導入して、凸性を仮定せずに写像族に対して非線形平均収束定理を示した。また、点列を用いて凸性を仮定せずに写像族に対する弱および強収束定理も示した。それらにより新しい概念も用いた非線形関数解析学を構築し、非線形問題への応用の足がかりを築いた。

研究成果の概要(英文)：In this research, we study nonlinear functional analysis and nonlinear problems by using fixed point theory and convex analysis. We introduced the concepts of common attractive points of families of nonlinear mappings and acute points of nonlinear mappings. We proved the basic theorems concerned with the concepts. Further, we prove nonlinear ergodic theorems for semigroups of nonlinear mappings without convexity by using the concepts of common attractive points of the semigroups. We also proved weak and strong convergence theorems for nonlinear mappings by using the concepts of acute points. Using these theorems, we studied important nonlinear problems.

研究分野：非線形関数解析学

キーワード：不動点理論 非線形関数解析学 不動点近似 凸解析学 関数解析学 点列近似法 非線形エルゴード理論

1. 研究開始当初の背景

均衡問題や非線形最適化問題などの多くの非線形問題は、有限次元のものとして個別に研究されていた。関数解析学を用いて解決されている非線形問題の研究理論もあったことはあったが、不動点理論などの非線形関数解析学の理論を駆使して、バナッハ空間、ヒルベルト空間といった無限次元空間で統一的に構築された理論や問題解決は少なかった。そこで、非線形発展方程式の問題や、非線形最適化問題をはじめ、非線形問題を非線形写像の不動点の問題として捉えて、不動点理論を用いて統一的に扱う理論の構築が必要となった。それには最近よく取り上げられる問題も統一的に扱うために、不動点より、より一般的で広い概念 attractive point, acute point という新概念も用いて、統一的に扱う理論の構築が必要になった。

2. 研究の目的

非線形問題はそれぞれ何らかの非線形写像の不動点の問題と捉えられ、その問題の解をもとめることは不動点近似に繋がるものである。特に新しいタイプの非線形問題への結びつきが強く、最近有効性がわかってきた非線形写像・作用素の基礎性質の研究から始め、従来のものより、よりシャープな形で不動点定理・不動点理論に関する非線形関数解析学の基礎理論を体系的に確立する。それをもとにこれまでよりシャープな形で不動点近似の1つの理論体系を築く。さらにそれを用いて不動点理論・凸解析の立場から非線形問題を再構成して不動点近似へ帰着させ、非線形問題の解についての使いやすい近似法を探求する。それらの成果やこれまでの研究を総合的に鑑みて非線形問題の解の近似法の理論を体系的に確立する。

3. 研究の方法

(1) 平成22年度から平成25年度までに行った『不動点理論を介した非線形解析・凸解析の究明及び均衡問題・非線形最適化問題への応用』(基盤研究(C))で問題となり、また最近重要視されてきている比較的新しいタイプの最適化問題などの非線形問題を的確に把握し、数学的(関数解析学的)に再構成して、問題点を洗い出す。

(2) (1)の非線形問題の把握において、研究すべき非線形写像の命題や必要とされる非線形関数解析学の命題を記述してみる。さらに、その命題を関数解析学の主要な定理や不動点定理・凸解析の立場から見直し、不動点定理や凸解析の立場から特徴付ける。

(3) 制約なしの最適化問題などの非線形問題の解決に有効で本質的だと見込まれつつある一般的ハイブリッド写像、擬非拡大写像、ノンスプレッド写像等に対し、計算機も用いた基礎的研究をし、それと既存結果を用いることによる直感的な理解を基にしてそれらの性質、重要性を考察し、写像間の

相互関係や統一的に議論できる点がないか探求し、本質を見極め、それら写像の基礎的性質に関する統一的な理論を体系的に確立する。

(4) (3)を基に、不動点理論の立場から非線形関数解析学における基本定理を見直して、従来の結果よりシャープで使いやすい、(3)で記した写像版の定理に再構成する。それを基に不動点近似に関する非線形関数解析学の基礎理論を体系的に確立する。

(5) (3)(4)で得られた基本定理及び既に得た不動点近似に関する結果の考えを基に、Halpern type 法、Mann type 法等を用いて、(3)で記した写像の不動点への収束定理や不動点を一般化した attractive point, acute point への収束定理を示す。これらの結果、(3)(4)の結果・不動点理論や凸解析の既存の結果を総合的に鑑みてより使いやすい近似法を探求し、不動点近似の基礎理論を体系的に確立する。その際、数学的に厳密に証明できるところは出来る限り証明し、困難な面では数値的なアプローチで補いながら研究する。

(6) 不動点や attractive point をもとめる点列近似法に関する理論の発展とその非線形問題への応用という目標を掲げ、国際会議等の研究集会で研究成果に対する評価・意見を確認し、周辺の情報を収集しながら、非線形問題の解への収束定理に結びつく収束定理の研究をすすめる。その際、attractive point, acute point といった不動を一般化させた概念を介して、非線形最適化問題や制約可能性問題等の非線形問題に応用される近似法の収束性の考察をする。

(7) (5)(6)を基にして、最近有効性が見込まれてきた attractive point への収束定理に関し、新しい近似法を用いて探求するなど使いやすい近似法を探求する。その際の問題点も不動点理論の立場から再構成して洗い出して研究する。これらの結果や不動点理論や凸解析の既存の結果を総合的に鑑みて、本質を掴み、attractive point, acute にも考慮した不動点近似の基礎理論体系を確立する。

(8) レゾルベントの収束の命題は、制約なしの最適化問題と直結しているので、それらの収束の命題を基に、最適化問題の解を見つける近似法への応用の研究を行う。その際、数値的なアプローチで補いながら研究する。写像族や非線形半群に関しては、非線形発展方程式・偏微分方程式の考えを用いて研究する。変分不等式の解の問題は不動点近似の問題へ帰着させられ、変分法・凸解析などの考えを用いて進める。

(9) 非線形問題同士の関係も探求し、同値性、強弱関係や統一的に扱える面を見出す。

(10) 以上の結果や既存の不動点近似に関する結果を総合し、点列近似法による極大単調作用素の零点近似、非拡大写像族の共通不動点近似、均衡解、制約可能性問題の解、変分不等式の解への収束定理を体系的に鑑みる。

それらの成果を基にして、非線形最適化問題、像再生問題、非線形発展方程式や偏微分方程式の問題や凸解析などの関連分野の結果を不動点理論・本研究で築いた基礎理論の立場から再構成し、使いやすく有効な近似法を探索して不動点近似の発展と応用の足がかりを築く。

4. 研究成果

- (1) 写像族に対して、不動点を一般化した attractive point を考え、その基礎性質を考察し、必ずしもその定義域に凸性が仮定されていない写像族の common attractive point への強および弱収束定理を証明した。
- (2) 広く非線形問題への応用に有効と見込まれることから attractive point とは別の不動点の一般化である acute point を新たに導入し、その基礎性質に関する成果を示した。また、不動点、attractive point、acute point の相互関係についての成果も示した。それを用いて、最近注目されつつある k -シュードコントラクティブ写像およびそれらに関連する写像への不動点、attractive point、acute point への収束定理を示した。
- (3) 写像族の common attractive point、common acute point の基礎性質についての成果を示し、共通不動点、common attractive point、common acute point 相互関連性についての成果も示した。さらに、その応用として、均衡問題へ結びつく新しいタイプの非線形写像への収束定理を示した。
- (4) 写像族に対して、不動点を一般化した common acute point、common attractive point を考え、その基礎性質の定理を用いて、写像族の強および弱収束定理を証明した。さらにその考えを用いて、最近注目されつつある擬ハイブリッドタイプ写像およびそれらに関連する写像の不動点、attractive point の収束定理を平均概念を用いずに示した。さらにその写像族の共通不動点への収束定理を Browder type のイタレーション、Halpern type イタレーションを用いることで示した。さらに、その応用として、非線形最適化問題へ結びつく収束定理を得られた。
- (5) uniformly asymptotically regular を満たすハイブリッド写像、 α -ハイブリッド写像およびそれらに関連する写像の不動点、attractive point への収束定理を平均の概念を用いることなく、かつ凸性を仮定せずに示した。
- (6) 写像族の共通不動点、common attractive point、common acute point それぞれの基本定理およびそれら相互関連性についての定理を使うことで Halpern type、Mann-type イタレーションを用いて、uniformly asymptotically regular をみたす写像に対する収束定理を示した。
- (7) 陰的イタレーションを用いてハイブリッド写像、ジェネラライズドハイブリッド写像

の不動点への収束定理およびそれらに関連する写像の不動点への収束定理を示した。これは不動点の概念だけでなく、attractive point の基礎性質の定理なども用いることで示せた。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 20件)

S. Atsushiba, Weak and strong convergence theorems for some classes of nonlinear mappings, Josai Mathematical Monograph, 査読有, **11** (2018), 97-104.

S. Atsushiba, Fixed point and convergence theorems for generalized hybrid type mappings, Nonlinear Functional Analysis and Applications, 査読有, 2018, to appear.

S. Atsushiba, Attractive points, fixed points and convergence Theorems for some classes of nonlinear mappings, 実解析シンポジウム2017 報告集, 査読無, (2017), 41-46.

S. Atsushiba, Attractive points, acute points and approximation of common fixed points of families of nonlinear mappings related to hybrid mappings, 「関数空間の構造とその周辺」, RIMS Kokyuroku, 査読無, No.2041, (2017), 38-47.

S. Atsushiba, S. Iemoto, R. Kubota and Y. Takeuchi, Convergence theorems for some classes of nonlinear mappings in Hilbert spaces, Linear and Nonlinear Analysis, 査読有, **2** (2016), 125-153.

S. Atsushiba, Strong convergence to common attractive points for nonexpansive semigroups by Halpern's type iterations, Nonlinear Analysis and Convex Analysis, 査読有, **9** (2016), 41-52.

S. Atsushiba, Strong convergence to common attractive points of uniformly asymptotically regular nonexpansive semigroups. J. Nonlinear Convex Anal. 査読有, **16** (2015), no. 1, 69-78.

S. Atsushiba, Strong convergence theorems for uniformly asymptotically regular nonexpansive semi-groups in Banach spaces, Banach and Functions Spaces, 査読有, **6** (2015), 275-288.

S. Atsushiba, Strong convergence theorems for nonexpansive semigroups by Halpern's type iterations, Nonlinear Analysis and Convex

Analysis, 査読有, **8** (2015), 57-68.
S. Atsushiba, Strong convergence theorems for nonexpansive semigroups by Browder's type iterations, Proceedings of the Third Asian Conference on Nonlinear Analysis and Optimization, 査読有, (2014), 23-34.

〔学会発表〕(計 22 件)

S. Atsushiba, Attractive point theorems and convergence theorems for nonlinear mappings in Hilbert spaces, 2017.07.25, 12th International Conference on Fixed Point Theory and Its Applications.. Newcastle, Australia .

S. Atsushiba, Attractive point theorems and convergence theorems for nonlinear mappings, The 10th Anniversary Conference on Nonlinear Analysis and Convex Analysis, 2017.07.05, Chitose City Cultural Center, Chitose, Hokkaido, Japan.

S. Atsushiba, Attractive points, acute point and weak convergence theorems for nonlinear mappings, The fifth Asian conference on Nonlinear Analysis and Optimization (NAO-Asia 2016), 2016.08. 02, Toki Messe, Niigata, Japan.

S. Atsushiba, Attractive points, acute point and fixed point properties for nonlinear mappings, The 9th Asian Conference on Fixed Point Theory and Optimization 2016 (acfpto2016), 2016.05.20, King Mongku ' s University of Technology Thonburi, Bangkok. Thailand.

S. Atsushiba, Attractive points and fixed point properties for nonlinear mappings, The Fifth International Symposium on Banach and Function Spaces 2015, 2015.09.02, 北九州市, 九州工業大学.

S. Atsushiba, Weak and Strong convergence Theorems for Some Classes of Nonlinear Mappings, The Ninth International Conference on Nonlinear Analysis and Convex Analysis (NACA2015), 2015.01.24., Rimkok Resort Hotel, Chiang Rai, Thailand.

S. Atsushiba, Strong Convergence Theorems for Nonlinear Mappings by Halpern's Type Iterations in Banach Spaces, The ICM2014 Satellite Conference, The Fourth Asian Conference on Nonlinear Analysis and Optimization, 2014. 08.06,

Department of Mathematics National Taiwan Normal University Taipei, Taiwan, R.O.C.

S. Atsushiba, Strong Convergence Theorems by Halpern's type iterations for nonlinear mappings, The International Conference on Nonlinear Analysis and Optimization (IC-NAO2013), 2013, 12.20, National Sun Yat-sen University, Kaohsiung, Taiwan, R.O.C.

〔図書〕(計 0 件)

(1)

〔産業財産権〕

〔その他〕

ホームページ等

6 . 研究組織

(1) 研究代表

厚芝 幸子 (ATSUSHIBA, Sachiko)
山梨大学・大学院総合研究部・准教授
研究者番号：20327761

(2) 連携研究者

塩路 直樹 (SHIOJI, Naoki)
横浜国立大学大学院・工学研究院・教授
研究者番号：50215943