

令和元年6月25日現在

機関番号：24402

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2014～2018

課題番号：26400245

研究課題名(和文) チャーン・サイモンズ理論からM理論へ

研究課題名(英文) From Chern-Simons Theory To M-Theory

研究代表者

森山 翔文 (Moriyama, Sanefumi)

大阪市立大学・大学院理学研究科・准教授

研究者番号：80402452

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,300,000円

研究成果の概要(和文)：10次元弦理論は非摂動的には11次元M理論に持ち上がるが、M理論は謎に包まれている。M理論のM2ブレーンを記述する場の理論は近年アハロニー-バーグマン-ジャフェリス-マルダセナ(ABJM)により提唱され、超対称理論の局所化を経て、分配関数や超対称ウィルソンループ演算子の一点関数が行列模型に帰着された。研究代表者らの先行研究によりABJM行列模型の性質が多く解明された。本研究では、ABJM行列模型の一般化を調べ、M2ブレーンを特徴付ける多くの興味深い関係式を得た。代表的な成果として、ABJM行列模型の可積分性、曲線の量子化、開弦閉弦双対性、オリエンティフォールド射影とカイラル射影の対応がある。

研究成果の学術的意義や社会的意義

11次元M理論は10次元弦理論を統一すると期待されているが、これまでM理論に関する知見は少なかった。本研究では、ABJM行列模型とその拡張模型の研究を通じて、M2ブレーンに関する理解を大きく深めた。特にABJM行列模型とその拡張模型の間に存在するさまざまな関係式はM理論の豊かな数理構造を示唆しており、最終的にM2ブレーンの超対称性を保つさまざまな背景幾何をまとめた「M理論の地図」に例外群と可積分性から生成される対称性が作用していることがわかる。この対称性の構造を通じて謎に包まれたM理論が解明され、M理論が精密に定式化されることが期待される。

研究成果の概要(英文)：M-theory is a mysterious 11-dimensional theory which is considered to unify all perturbative 10-dimensional string theories non-perturbatively. The field theory that describes the worldvolume of multiple M2-branes is recently identified by Aharony, Bergman, Jafferis and Maldacena. After applying the localization technique for supersymmetric correlators, the partition function and one-point functions of the supersymmetric Wilson loops are reduced to matrix models. The ABJM matrix model was studied extensively in previous works. Here through the generalization of the matrix model we find many interesting relations characterizing the M2-brane physics. Our results include integrability, the open/closed duality, the correspondence between quantum curves and generalizations of the ABJM matrix model, and the relation between the orientifold projection of the matrix model and the chiral projection of the associated quantum mechanics.

研究分野：弦理論

キーワード：M理論 チャーン・サイモンズ理論 行列模型 可積分階層 量子曲線

## 様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19、CK - 19 (共通)

### 1. 研究開始当初の背景

10次元弦理論の非摂動的な効果を理解する上で、11次元M理論が有用だと考えられているが、残念ながらM理論に関する知識が乏しい。M理論には時空3次元に広がるM2プレーンと時空6次元に広がるM5プレーンの2種類のプレーンがあり、その世界体積理論は長らく不明だった。近年アハロニー-バーグマン-ジャフェリス-マルダセナ(ABJM)の4氏より、複数枚のM2プレーンを記述する場の理論は超共形対称チャーソン・サイモンズ理論であることが提唱され、この理論を用いてM2プレーンを調べる研究動向がある。

研究代表者らの先行研究により、最大超対称性 $N=6$ をもつABJM理論の分配関数が詳しく調べられ、さまざまな興味深い振舞いが発見されていた。摂動部分では、膜の枚数が大きい極限で自由エネルギーが $3/2$ 乗則に従うが、分配関数のすべての摂動補正が足し上げられ、エアリー関数になることがわかった。非摂動部分には、弦と膜の2種類のインスタントン効果があり、それぞれの係数は特別な結合定数で発散するが、2種類の発散は互いに相殺する。また、非摂動部分は精密化された位相的弦理論の自由エネルギーを用いて記述される。

### 2. 研究の目的

これまで最大超対称性( $N=6$ )をもつABJM理論に関して詳しく調べられてきたが、一般的なM2プレーンの特性を理解するために、本研究では、特別な理論ではなく、より超対称性が低いさまざまな拡張をみていく。特にABJM理論のゲージ群 $U(N_1) \times U(N_2)$ と物質が融合され、背後にユニタリ超群 $U(N_1|N_2)$ のゲージ群の構造があると考えられているが、このユニタリ超群を $O\text{Sp}$ 超群(直交斜交超群)に置き換える拡張( $N=5$ )がある。また、クイバー図を用いれば、ABJM理論はアファインA1ディンキン図形を用いて特徴付けられるが、このクイバー図を他のアファインADEディンキン図形に置き換える拡張( $N=3$ )が考えられる。これらのABJM理論の拡張理論を用いて、M2プレーンの特性を理解することが本研究の目的である。

### 3. 研究の方法

ABJM理論の分配関数や超対称性を半分保つウィルソンループの真空期待値は、超対称相関関数の局所化技術を用いれば、無限次元の経路積分が有限次元の行列積分に帰着され、ABJM行列模型とよばれる。また、この行列模型の分配関数を調べる上で、行列模型の分配関数をフェルミオンの分配関数に書き換えるフェルミガス形式が有用である。そのため、研究の最初の段階は、局所化技術により得られたさまざまな理論の行列模型に対してフェルミガス形式を構築することである。次にこれらのフェルミガス形式に対して、WKB展開や厳密値による数値解析を行う。最後に得られたインスタントン効果に対して精密化された位相的弦理論を用いたわかりやすい解釈を与える。また他には、さまざまな行列式公式や留数積分公式を用いて、ABJM行列模型の超対称ウィルソンループの真空期待値の間に成り立つ関係式を見つける、という研究方法も用いる。これによりM2プレーンの特性の全体像が得られると考えている。

### 4. 研究成果

繰り返し円形クイバー図はABJM理論の特別なオーピフォルドに対応しており、解析が特に簡単である。[18]において繰り返し円形クイバー図の解析方法を確立させ、インスタントン効果を含めた展開形は繰り返しを考える前の理論から簡単に導けることがわかった。

より一般的な円形クイバー図に対しては[17, 16]で詳しく調べ、[15]において特別なクイバー図について調べたが、後にみるようにこれらの成果が研究を非常に大きく発展させていく。

円形クイバー図はアファイン A 型ディンキン図形と同等であるが、アファイン ADE 型ディンキン図形への拡張が興味深い。これまでのフェルミガス形式を拡張させることにより、[14]においてアファイン D 型ディンキン図形のフェルミガス形式を確立させることができた。[13]において日本物理学会の PTEP 論文雑誌の特集号で招待論文の執筆依頼を受け、これまでの研究成果をまとめた。

[12]では研究の方向性を少し変えて、ユニタリ超群を  $O\text{Sp}$  超群（直交斜交超群）に拡張した。直交群や斜交群は弦理論においてオリエンティフォールド射影の導入に対応するが、[11, 10]において  $O\text{Sp}$  超群をゲージ群に持つチャーン・サイモンズ行列模型のフェルミガス形式は、密度行列演算子にカイラル射影を施すことにより得られることを示した。

チャーン・サイモンズ行列模型のフェルミガス形式では、大分配関数を密度行列演算子のフレドホルム行列式で表しているが、チャーン・サイモンズ行列模型に対してランク変形をすると、その行列模型に対して、フレドホルム行列式を別の行列式で補正する開弦形式という解析方法と、密度行列演算子そのものを変形する閉弦形式という解析方法がある。

研究代表者らの先行研究で得られた開弦形式は非常に示唆的な形をしており、[9]においてこのような形からシュア多項式が満たすのと同じジャンベリ関係式を満たすことを証明することができた。マクドナルドの対称多項式の拡張によれば、ジャンベリ関係式はヤコビ・トゥルディ関係式から導かれ、このヤコビ・トゥルディ関係式は余分な整数に依存する。ABJM 行列模型に対して成り立つジャンベリ関係式も同様にヤコビ・トゥルディ関係式に持ち上がるか、またもし持ち上がるならその余分な整数は何か、ということが疑問に思われた。これに対して[4]で、余分な整数はフラクショナルプレーンの枚数であるという明確な物理的な回答を得ることができた。ジャンベリ関係式やヤコビ・トゥルディ関係式は背後に可積分性があることを示唆している。この構造はさらに ABJM 行列模型の二点関数[3]に拡張され、それが二次元戸田格子可積分階層と同じ可積分性を満たすことが示された[1]。

また、閉弦形式では、留数積分の積分路の変形により、超対称ウィルソンループの真空期待値の間にある関係式を証明することができた[7]。これは、開弦の自由度を表すウィルソンループと閉弦の自由度を表すフラクショナルプレーンが互いに双対であると解釈される。

さらに、ABJM 行列模型の円形クイバー図への拡張[15]において、ランク変形[6]を詳しく調べていくと、背後にある例外群の対称性[5]が明らかになり、最終的に曲線の量子化の概念に到達する[2]。これにより行列模型を高い見地から捉えることができ、この先の曲線の量子化の研究に繋がっていく。

## 5 . 主な発表論文等

{ 雑誌論文 } ( 計18件)

[1] Tomohiro Furukawa, [Sanefumi Moriyama](#), “ABJM Matrix Model and 2D Toda Lattice Hierarchy”, *Journal of High Energy Physics* **1903** (2019) 197, [arXiv:1901.00541 [hep-th]].

[2] Naotaka Kubo, [Sanefumi Moriyama](#), Tomoki Nosaka, “Symmetry Breaking in Quantum Curves and Super Chern-Simons Matrix Models”, *Journal of High Energy Physics* **1901** (2019) 210, [arXiv:1811.06048 [hep-th]].

[3] Naotaka Kubo, [Sanefumi Moriyama](#), “Two-Point Functions in ABJM Matrix Model”, *Journal of High Energy Physics* **1805** (2018) 181, [arXiv:1803.07161 [hep-th]].

[4] Tomohiro Furukawa, [Sanefumi Moriyama](#), “Jacobi-Trudi Identity in Super Chern-Simons Matrix Model”, *Symmetry, Integrability and Geometry: Methods and Applications* **14** (2018) 049, [arXiv:1711.04893 [hep-th]].

- [5] [Sanefumi Moriyama](#), Tomoki Nosaka, Katsuya Yano, “Superconformal Chern-Simons Theories from del Pezzo Geometries”, *Journal of High Energy Physics* **1711** (2017) 089, [arXiv:1707.02420 [hep-th]].
- [6] [Sanefumi Moriyama](#), Shota Nakayama, Tomoki Nosaka, “Instanton Effects in Rank Deformed Superconformal Chern-Simons Theories from Topological Strings”, *Journal of High Energy Physics* **1708** (2017) 003, [arXiv:1704.04358 [hep-th]].
- [7] Kazuki Kiyoshige, [Sanefumi Moriyama](#), “Dualities in ABJM Matrix Model from Closed String Viewpoint”, *Journal of High Energy Physics* **1611** (2016) 096, [arXiv:1607.06414 [hep-th]].
- [8] Kazuki Kiyoshige, [Sanefumi Moriyama](#), Katsuya Yano, “Prospects of the Nambu Bracket”, *Progress of Theoretical and Experimental Physics* **2016** (2016) no.6, 06A105, [arXiv:1604.02841 [hep-th]].
- [9] Satsuki Matsuno, [Sanefumi Moriyama](#), “Giambelli Identity in Super Chern-Simons Matrix Model”, *Journal of Mathematical Physics* **58** (2017) no.3, 032301, [arXiv:1603.04124 [hep-th]].
- [10] [Sanefumi Moriyama](#), Tomoki Nosaka, “Orientifold ABJM Matrix Model: Chiral Projections and Worldsheet Instantons”, *Journal of High Energy Physics* **1606** (2016) 068, [arXiv:1603.00615 [hep-th]].
- [11] [Sanefumi Moriyama](#), Takao Suyama, “Orthosymplectic Chern-Simons Matrix Model and Chirality Projection”, *Journal of High Energy Physics* **1604** (2016) 132, [arXiv:1601.03846 [hep-th]].
- [12] [Sanefumi Moriyama](#), Takao Suyama, “Instanton Effects in Orientifold ABJM Theory”, *Journal of High Energy Physics* **1603** (2016) 034, [arXiv:1511.01660 [hep-th]].
- [13] Yasuyuki Hatsuda, [Sanefumi Moriyama](#), Kazumi Okuyama, “Exact instanton expansion of the ABJM partition function”, *Progress of Theoretical and Experimental Physics* **2015** (2015) no.11, 11B104, [arXiv:1507.01678 [hep-th]].
- [14] [Sanefumi Moriyama](#), Tomoki Nosaka, “Superconformal Chern-Simons Partition Functions of Affine D-type Quiver from Fermi Gas”, *Journal of High Energy Physics* **1509** (2015) 054, [arXiv:1504.07710 [hep-th]].
- [15] [Sanefumi Moriyama](#), Tomoki Nosaka, “Exact Instanton Expansion of Superconformal Chern-Simons Theories from Topological Strings”, *Journal of High Energy Physics* **1505** (2015) 022, [arXiv:1412.6243 [hep-th]].
- [16] [Sanefumi Moriyama](#), Tomoki Nosaka, “ABJM membrane instanton from a pole cancellation mechanism”, *Physical Review* **D92** (2015) no.2, 026003, [arXiv:1410.4918 [hep-th]].
- [17] [Sanefumi Moriyama](#), Tomoki Nosaka, “Partition Functions of Superconformal Chern-Simons Theories from Fermi Gas Approach”, *Journal of High Energy Physics* **1411** (2014) 164, [arXiv:1407.4268 [hep-th]].
- [18] Masazumi Honda, [Sanefumi Moriyama](#), “Instanton Effects in Orbifold ABJM Theory”, *Journal of High Energy Physics* **1408** (2014) 091, [arXiv:1404.0676 [hep-th]].

(学会発表 (計24件))

- [1] [Sanefumi Moriyama](#), “Symmetry Breaking in Quantum Curves & Super Chern-Simons Matrix Models”, International Symposium in Honor of Professor Nambu for the 10th Anniversary of his Nobel Prize in Physics, 大阪市立大学, 2019/12/12-2019/12/14.

- [2] [Sanefumi Moriyama](#), “Jacobi-Trudi Identity in ABJM Matrix Model”, 台湾大学, 2018/01/12.
- [3] [Sanefumi Moriyama](#), “M-Theory  $\mathbb{Z}_2$  ABJM Matrix Model”, Mini Symposium “Recent Developments in Mathematical Physics”, 大阪府立大学, 2017/09/08.
- [4] [Sanefumi Moriyama](#), “Superconformal Chern-Simons Theories from del Pezzo Geometries”, Yukawa Institute Workshop “Strings and Fields”, 京都大学, 2017/08/07-2017/08/11.
- [5] [森山翔文](#), “統一理論への夢”, 素粒子原子核関西地域セミナー, 講義, 大阪市立大学, 2017/07/08.
- [6] [森山翔文](#), “超群不変な Chern-Simons 測度の数理”, 名古屋小研究会, 名古屋大学, 2017/05/17-2017/05/19.
- [7] [森山翔文](#), “超群不変な Chern-Simons 測度の数理”, 多弦セミナー, 名古屋大学, 2017/06/08.
- [8] [森山翔文](#), “超群不変な Chern-Simons 測度の数理”, 神戸可積分セミナー, 神戸大学, 2017/04/27.
- [9] [森山翔文](#), “超群不変な Chern-Simons 測度の数理”, 2016 年度数学・物理・情報科学の研究交流シンポジウム, 奈良女子大学, 2016/12/17.
- [10] [森山翔文](#), “ABJM 行列模型の対称性”, 関西素粒子セミナー, 大阪市立大学文化交流センター, 2016/11/10.
- [11] [森山翔文](#), “Open/Closed Duality in ABJM Matrix Model”, セミナー, 東京大学, 2016/10/17.
- [12] [Sanefumi Moriyama](#), “Dualities in ABJM Matrix Model”, Workshop and School “Quantum Geometry, Duality and Matrix Models”, Lebedev Institute, 2016/08/22-2016/08/28.
- [13] [森山翔文](#), “ABJM 行列模型の隠れた関係式”, 研究会「超対称理論の数理解の進展」, 理化学研究所, 2016/08/17-2016/08/19.
- [14] [Sanefumi Moriyama](#), “Giambelli Identity in ABJM Matrix Model”, Workshop “Strings and Fields 2016”, 京都大学, 2016/08/08-2016/08/12.
- [15] [Sanefumi Moriyama](#), “Orientifold ABJM Matrix Model & Chiral Projection”, セミナー, 台湾大学, 2016/06/03.
- [16] [Sanefumi Moriyama](#), “Super Chern-Simons Matrix Models & Chiral Projections”, JSPS/RFBR Collaborations, 修善寺総合会館, 2016/03/07-2016/03/09.
- [17] [森山翔文](#), “南部括弧に関する展望”, 南部陽一郎特別栄誉教授追悼シンポジウム「学部生・大学院生・研究者が学ぶ南部先生の偉業」, 大阪市立大学, 2015/09/29.
- [18] [Sanefumi Moriyama](#), “Superconformal Chern-Simons Theory from Fermi Gas Approach”, Integrability in Gauge and String Theory 2015, King's College London, 2015/07/13-2015/07/17.
- [19] [Sanefumi Moriyama](#), “Superconformal Chern-Simons Theory from Fermi Gas Approach”, セミナー, Korea Institute for Advanced Study, 2015/05/21.

[20] 森山翔文, “ABJM 行列模型の Giambelli 性 - M 理論と量子力学 -”, ミニワークショップ「数学・物理における可積分性の諸相」, 大阪市立大学, 2015/03/09-2015/03/11.

[21] Sanefumi Moriyama, “Partition Functions of Superconformal Chern-Simons Theories from Fermi Gas Approach”, 7th Taiwan String Workshop, 2014/11/24-2014/11/28, 台湾大学.

[22] 本多正純, 森山翔文, “Instanton Effects in Orbifold ABJM Theory”, 日本物理学会秋季大会, 佐賀大学, 2014/09/18-2014/09/21.

[23] Sanefumi Moriyama, “Instanton Effects in Orbifold ABJM Theory”, YITP workshop - Strings and Fields -, 京都大学, 2014/07/22-2014/07/26.

[24] Sanefumi Moriyama, “A Quantum Mechanical Model from M-Theory”, Finite-size Technology in Low Dimensional Quantum Systems (VII), Eotvos University, 2014/06/16-2014/06/27.

( 図書 ) ( 計0件 )

( 産学連携 )

出願状況 ( 計0件 )

取得状況 ( 計0件 )

( その他 )

ホームページ等

## 6 . 研究組織

(1)研究分担者

なし

(2)研究協力者

なし

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。