

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成30年 6月28日現在

機関番号：82401

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2014～2017

課題番号：26400261

研究課題名(和文) 新しい誤差縮減法が可能にする格子QCD計算

研究課題名(英文) Novel error reduction techniques in Lattice QCD

研究代表者

出淵 卓 (Izubuchi, Taku)

国立研究開発法人理化学研究所・仁科加速器研究センター・グループリーダー

研究者番号：60324068

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,600,000円

研究成果の概要(和文)：原子核内部を構成する素粒子クォークとグルーオンが従う量子色力学と呼ばれる強い相互作用を、大規模数値計算、カイラル対称性を保った格子QCDにより計算することによって(1)理論物理にとって50年以上にわたる問題となっているCP対称性を破るK中間子の2体パイ中間子への崩壊振幅 $\Gamma(K \rightarrow \pi\pi)$ の計算(2)ミューレプトンの異常磁気能率 a_μ へのハドロン寄与の計算を行った。スパコンと計算量を縮減する様々な手法を開発することにより前者に関しては最初の結果を得て、後者に関しては現時点で最も精度の高い結果を得ることができた。

研究成果の概要(英文)：Sub-atomic particles, quark and gluon, are governed by the strong interaction called Quantum Chromo Dynamics (QCD). Large scale calculation of QCD with chiral lattice fermions is performed on supercomputers to provide two important theoretical predictions: 1) CP-violating K meson decay into two pions and $\Gamma(K \rightarrow \pi\pi)$ 2) hadronic contributions to anomalous magnetic moment a_μ of muon. By developing various novel theoretical and algorithmic techniques, we carried out the first computation on $\Gamma(K \rightarrow \pi\pi)$ and also provided, so far, the most precise prediction on a_μ .

研究分野：格子場の理論・素粒子理論・高エネルギー物理学

キーワード：大規模数値計算 格子場の理論 量子色力学 素粒子標準模型 ハドロン崩壊 ミューオン異常磁気能率 CP対称性の破れ

1. 研究開始当初の背景

原子核を構成する素粒子、クォークとグルーオン、が従う量子色力学と呼ばれる強い相互作用の働く理論を大規模数値計算で解く格子量子色力学(Lattice QCD)の研究開始当時の状況は以下の通りであった。

- (1) 自然界のアップ・ダウンクォークの質量に対応する軽い質量の計算が実行できるようになった(アップと反ダウンクォークから作られる荷電パイ中間子の計算機上での質量を自然界に対応する役 140MeV にできるようになった)
- (2) アップ、ダウン、ストレンジまでの3種類のクォークとそれらの反クォークの対生成・対消滅によるグルーオンの真空偏極の効果(動的クォークの効果)を計算に取り入れられるようになった
- (3) 軽いクォークから作られる原子核や中間子などの軽いハドロンを格子計算で計り実験と精密に合わせられるようになった。

これらの数値計算では、上記の動的クォークの効果を取り入れた QCD のサンプル(グルーオン配位)を多数生成し、次にハドロン性質を研究するための物理量(ハドロンの伝搬関数や多点グリーン関数など)を測定するという2段階に分かれる。

研究代表者と共同研究者は後者のハドロン計算の統計精度を飛躍的に改善する方法を考案し、それを用いて大型加速器をはじめとする素粒子・原子核実験と直接付き合わせることで重要なハドロン質量計算より複雑な物理現象の計算を実行することが時宜にかなうと考えて本研究を開始した。

2. 研究の目的

次の2つの物理現象を主な目的とした。

- 1) 「 $K \rightarrow \pi\pi$ 崩壊と ϵ'/ϵ 」 ダウンとストレンジクォークから作られる電荷ゼロの K 中間子が小林・益川理論で記述される電弱相互作用(ストレンジクォークが W ボゾンや Z ボゾンと呼ばれる電弱ボソンを放出・吸収してアップやダウンクォークに変わる相互作用)を通して2つのパイ中間子(アップ、ダウンクォークで作られる最も軽い中間子)に崩壊する課程で、この崩壊振幅を計算することは理論物理にとって50年を超える宿題となっている。この崩壊は荷電共役・パリティ対称性(CP対称性)を破る崩壊で、CP対称性の破れはこの宇宙になぜ反物質が物質に比べてごくわずかしかな存在しないのかを解明する鍵ともなる。 $K \rightarrow \pi\pi$ 崩壊はCP対称性を破るが、この破れ方には初期状態の K 中間子があったん反 K 中間子に変換されてから π 中間子に崩壊する間接的な CP の破れと、崩壊を引き起こす電弱相互作用が CP 対称性を破る直

接的な破れに分けることができる。前者と後者の振幅を ϵ' と ϵ と呼ばれ、米国ブルックヘブン国立研究所(BNL)や欧州原子核研究機構 CERN などで数十年前から実験結果が出されていたが、これを理論的に導き出し実験結果と合っているかどうかを確かめることは現在の素粒子理論(標準模型)の正しさを確かめる最も厳しい検定の一つである。また、この課程は未知の粒子や知られていない相互作用(標準模型を超えた物理)に感度が高いと考えられており、実験結果と計算結果の間のずれの有無はその意味でより重要となる。

- 2) 「ミューレプトンの異常磁気能率」電子より約200倍重い質量を持つ素粒子であるミューレプトンが磁場から受ける相互作用エネルギーである磁気能率、特にスピン角運動量に起因する磁気能率は粒子のスピンと電荷に比例し質量に反比例する。この異常磁気能率とスピンの間の比例係数 g 因子は無次元の量で、もし量子効果がなければ2となる。実際の測定では g 因子は2から0.2%程度ずれており、このずれはミュー粒子が光子を短い時間の間、放出したり吸収したりする量子電磁気の効果として理解される。このずれを含めた実験値と理論値の合致は1950前後に量子電磁気学の確立の最も強い証拠の一つとなった。このミュー粒子の g 因子の2からのずれ(g-2)はその後、実験的に非常に正確に計られるようになってきており、2000年前後にはBNLの実験では実に8桁目までの実験値と誤差も0.5ppmという非常に高い精度で得られている。この精密な実験精度に比肩する理論値を得るには、量子電磁気学にとどまらず、重力を除く知られているすべての相互作用、量子色力学と電弱相互作用の影響が現れてきており、ほぼすべての既知の素粒子(光子、電子、ミューレプトン、 τ レプトン、グルーオン、アップ、ダウン、ストレンジ、チャームクォーク、W、Zボゾン、ニュートリノなど)の影響を正確に計算しなくてはならない。現時点での研究結果では実験値と理論値には両者の不定性の3倍以上の不一致が言われており、

Contribution	Value $\times 10^{10}$	Uncertainty $\times 10^{10}$
QED	11 658 471.895	0.008
Electroweak Corrections	15.4	0.1
HVP (LO) [3]	692.3	4.2
HVP (LO) [4]	694.9	4.3
HVP (NLO)	-9.84	0.06
HVP (NNLO)	1.24	0.01
HLbL	10.5	2.6
Total SM prediction [3]	11 659 181.5	4.9
Total SM prediction [4]	11 659 184.1	5.0
BNL E821 result	11 659 209.1	6.3
Fermilab E989 target		≈ 1.6

表 1: (g-2)/2 の現時点での素粒子標準模型の理論値とBNL E821での実験値

理論の主要な不定性は量子色力学とクォークによるものでこのハドロン寄与と呼ばれる量

の信頼できる計算を行うことを目的とした。

新しい実験として 米国フェルミ研究所で 2017 年より 4 倍の精度 0.14 ppm を目標とした実験が開始されており、また日本の J-PARC でも全く新しい独立な実験方法でミューオンの異常磁気能率を測定することが計画されている (J-PARC では同時に上記 CP 対称性の破れの検出を目的とした電気双極子も測定する予定である)。このため本テーマは特にタイムリーで重要となる。

これらの正確な実験値と正確な理論値を比べて一致度合いを調べる方法は、アイシュタインの一般相対性理論と水星の近日点移動、朝永・シュウインガー・ファインマンによる電子の異常磁気能率の計算と量子電磁気学など新しい物理法則を確立する上で大きな成功を収めてきた。現代では正確な理論計算を行う上で最も困難なのは強い相互作用を行うクォークが従う量子色力学を解くことであるが、本研究では時空を格子状に切った格子量子力学(Lattice QCD)という理論形式をスパコンを解くことによって行う。特にカイラル対称性と呼ばれる軽いクォークの性質に重要な対称性を格子計算上でも保つドメインウォールクォークを使うことによって、格子計算の系統誤差を抑えることにより信頼できる計算結果を出すことを目的とした。また上記 2 つのテーマ以外にもハドロン寄与の計算が必須となる重要な物理量、例えば K 中間子の(セミ)レプトンへの崩壊、長寿命 K 中間子と短寿命 K 中間子の混合と質量差、 τ レプトンのハドロン崩壊、ボトムクォークの物理、ハドロンへの電磁気効果とアイソスピン対称性の破れ、陽子・中性子の電気双極子の理論値、核子の形状因子、ベータ崩壊の強度の計算、パートン分布の直接計算、陽子崩壊の理論値などの多岐にわたる計算を行っている。

3. 研究の方法

格子量子色力学、中でもカイラル対称性を保ったクォークを使った格子計算は系統誤差が小さく計算結果のクオリティーが高いが、一方では必要な計算量が增大しスパコンの使用が不可欠である。貴重な計算資源を最大限に活用するために本研究では以下のいくつかの数値計算の新技术を開発し使用することが研究の実行可能性にとって重要であった。

1) デフレーションと All Mode Averaging AMA, ハドロン寄与はクォークのグルーオン場を背景場とするディラック方程式を解き、伝搬関数を計算することによってなされる。特にアップ、ダウンクォークなど軽い質量のクォークはこのディラック方程式を共役勾配法(CG)で解くのに膨大な計算量が必要となる。これに対処するため、クォークの小さい固有値に属する固有ベクトル数千本程度をチェビ

シェフ多項式を用いて低固有値部分空間を強調加速した陰的再スタートランチョス法によってあらかじめ解きその部分空間に関しては正確な伝搬関数を得る(デフレーション)。高周波部分に関しては正確な CG 法ではなくコストの低い不正確な近似計算を取って行う。モンテカルロ計算において、少数の高周波部分をコストの高い正確な解と近似解を比べることによってバイアスのない正確なモンテカルロ積分を行うという手法である。この手法によって自然界のクォーク質量に対応する格子クォークが 2 桁以上低い計算コストで得られるようになった。

2) zMobius カイラル対称性を保ったドメインウォールクォークは 4 次元時空のほかにカイラル対称性を保つために 5 つめの次元の自由度が必要となる。5 次元目の長さは典型的に 30 程度から粗い格子の場合には 100 程度まで増えるが、この自由度が計算コストとメモリ必要量を増大させる。これに対処するため、5 次元目のクォークの運動項に複素数の相互作用を入れることにより 5 時限の長さを 8 ないし 12 程度に抑えることを行った。メモリ量と計算スピードが最大で一桁程度少なくなる工夫である。

この他にも CPU の性能を最大限に引き出すべく、SIMD 命令の活用、メモリ、タレイヤーキャッシュにあったメモリアクセスになるように計算順序を変えるなどを工夫することにより得られる範囲の計算資源で目的とする物理計算を行えるようにした。

1) 「 $K \rightarrow \pi \pi$ 崩壊と $\varepsilon' / \varepsilon$ 」に関しては、質量約 500 MeV の K 中間子が 2 つのパイ中間子(質量約 140 MeV)に崩壊する際に物理的に正しい運動量を持つように空間方向に G-パリティ境界条件と呼ばれる π 中間子にとって半周期境界条件が課されるような境界条件を設定し、4 つのファイマンダイアグラム(図 1)により崩壊振幅を計算した。電弱相互作用を表す 10 種類のクォーク 4 体演算子を間に挟み 小林・益川理論によるクォーク混合の効果を取り入れている。

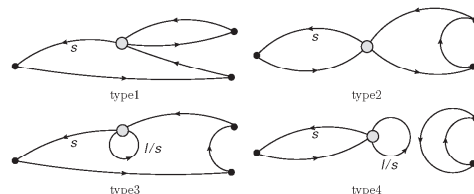


図 1: $K \rightarrow \pi \pi$ 崩壊の 4 つのダイアグラム。実践はストレンジ (s) かアップ・ダウン (u) クォーク伝搬関数。灰色の点が電弱相互作用による 4 体クォーク演算子

2) 「ミューレプトンの異常磁気能率」 ハドロン寄与には磁場と相互作用するミュー粒子が放出した光子がクォーク反クォークに分かれ強い相互作用を行いまた再び対消滅し光子になりミュー粒子に吸収されるというハドロン真空偏極 (Hadronic Vacuum Polarization; HVP) とミュー粒子から放出された3つの光子がクォークに吸収され、磁場を表す光子と併せてクォークが光子4体と相互作用するはドアン光光散乱 (Hadronic Light by Light; HLbL) 寄与がある (図2)。これらの効果をそれぞれ上記の数値計算の工夫を用いることによって計算可能にした。

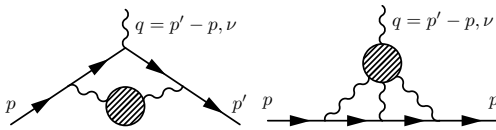


図2: ミューオンの異常磁気能率のハドロン寄与。左: ハドロン真空偏極 (HVP) 右: ハドロン光光散乱 (HLbL)

HVP はミュー粒子とそれが出す二つの光子は格子には置かず、クォークとグルーオンの計算のみを格子計算で行い、その計算結果を (連続時空・無限体積での) ミュー粒子と光子の伝搬関数と併せて最終結果を得るという方法を取った。それに対して HLbL に関しては、量子色力学の登場粒子であるクォークとグルーオンだけでなく光子とミュー粒子も格子状に置くことによって複雑で多様な形状因子の必要な組み合わせを得るという計算方法で行った。特に光子とクォークの相互作用が起こる時空点4つの内2つをある確率分布で選び、その2点をクォーク伝搬関数の始点とし残りの2点はクォーク伝搬関数の終点とした。始点の確率分布は求めたい被積分関数が効率よく求まるように、時空点が近距離ではサンプル点が多くなり、遠距離に行くほどサンプル点が少なくなるような分布を工夫した。この光子の相互作用点を確率的に設定する方法 (Point Photon method) により従来の方法よりさらに2桁程度の計算量の削減を行うことができている。

4. 研究成果

1) 「 $K \rightarrow \pi \pi$ 崩壊と ϵ' / ϵ 」 に関しては最初の結果を ”Standard-model prediction for direct CP violation in $K \rightarrow \pi \pi$ decay,” Phys. Rev. Lett. 115, 212001 (2015), arXiv:1505.07863 としてまとめた。 ϵ' / ϵ の理論値は 1.38 (5.15) (4.59) 10^{-4} で実験値と 2σ 程度の一致である。まだ、統計誤差が大きく、系統誤差 (特に励起状態の混入除去、繰り込み、連続極限) のについてもこの

後改善していく予定であるが、長年の理論物理への宿題への最初の解答となっている。

2) 「ミューレプトンの異常磁気能率」 ハドロン寄与

HLbL に関しては、クォークがすべて連結したダイアグラムの部分と、2つの互いに非連結なダイアグラムそれぞれに2つつ光子が付随しているダイアグラムについての計算が成功した (図3)。

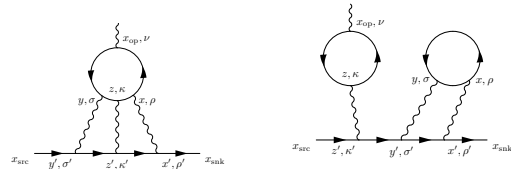


図3: 本研究で計算に成功した HLbL 連結クォークダイアグラム (左) と寄与が大きい非連結ダイアグラム (右)

これら二つのダイアグラムは アップ、ダウン、ストレンジクォークが同じ質量だった極限で支配的となるダイアグラムであり、最終的な答えの大きな部分を担うと考えられる。高次の非連結ダイアグラム (図4) はクォークの電荷がアップ、ダウン、ストレンジで総和が0になるために抑制されると考えているが、最終的には計算しなくてはならない。

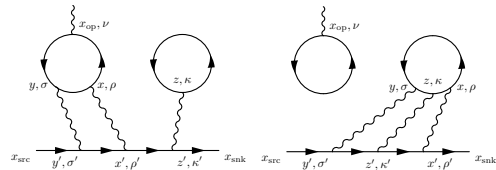


図4: HLbL 高次の非連結クォークダイアグラムの例

クォーク伝搬関数の始点 (光子・クォークの相互作用点) 同士の距離が離れると、統計誤差が増大してしまうが、この長距離部分は二つの光子が一つの中性パイ中間子になりそれが伝搬した2つの光子になる寄与が支配的であるため、中性パイ中間子に特化した計算や解析を行い改善することを予定している。質量ゼロで閉じ込めが起きていない光子が関わるダイアグラムであるため、格子計算を有限体積で行っていることによる有限体積効果が大きい。これに対処するために光子・ミュー粒子のみを無限体積の理論式に置き換えたり、長距離を支配する中性パイ中間子の効果を特別に扱うなどの手法を開発する必要があると思われる。

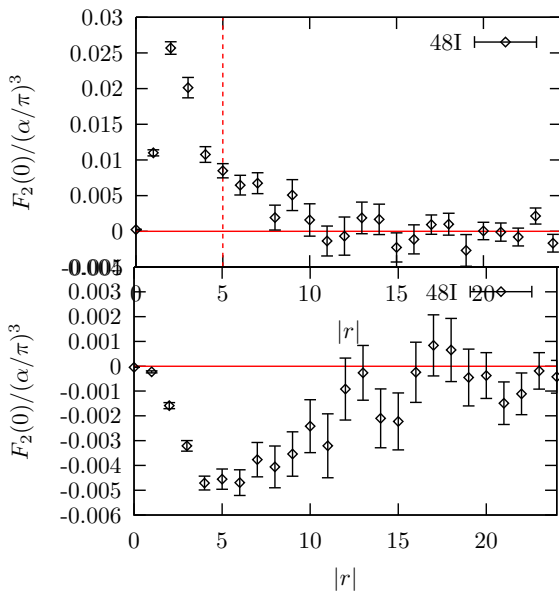


図5: HLbL の計算結果、連結ダイアグラム(上) 主要な非連結ダイアグラム(下) クォーク伝搬関数の始点間の距離が横軸、ヒストグラムの面積が $g-2$ への寄与となる。

HVP に関しては、AMA と Low Mode Averaging (LMA) を多段階で使うことによって目的とする 1% の誤差をほぼ達成できた。

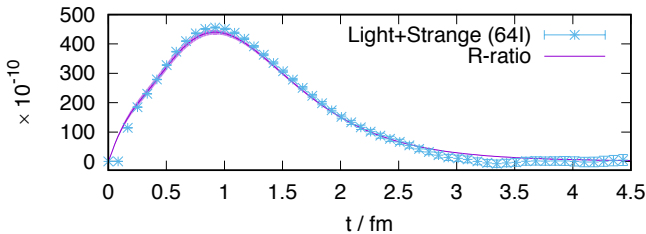


図6: HVP アップ、ダウン、ストレンジクォークの連結ダイアグラムの寄与。横軸は電磁カレント間の距離。面積が $g-2$ となる。紫色で電子・陽電子衝突によるハドロン生成 (R比) からの結果を重ねてある。

図6はHVP 寄与の内一番大きな寄与をもたらすアップ、ダウン、ストレンジクォークの連結ダイアグラムの計算結果である。横軸は電磁カレント間の距離で面積が $g-2$ となる。紫色で電子・陽電子衝突によるハドロン生成 (R比) からの結果を重ねてあるが、長距離では格子計算の結果の誤差が大きく、中距離 (0.5-1.5 fm) では格子計算の精度の方が高いことがわかる。

この計算はクォークの非連結ダイアグラム、ストレンジクォーク・チャームクォークまでも取り入れて、さらにクォークが光子を放出・吸収する効果、アップ・ダウンクォークの質量差 (アイソスピン対称性の破れの2つの効果) までも取り入れた計算である

純格子計算ではまだ フェルミ研究所で現在進行中の 0.14ppm の精度のために必要となる HVP 寄与の相対誤差 0.2% 程度には届かないため、今後統計誤差・系統誤差のさらなる縮減に勤める。HLbL と同じように長距離部分での誤差が大きいため、長距離部分を支配するエネルギー状態 (2体パイオンの状態) を一般化固有値問題 (Generalized Eigen Value Problem ; GEVP) などの手法を用いて研究することを予定している。また、現時点での最も精度良い HVP の値として格子計算の中距離部分と 電子・陽電子衝突でのハドロン生成断面積 (R比) の長距離・短距離部分をうまく合わせることによって、最も精度の良い HVP 寄与を計算した (図6 真ん中の黄色の点)。

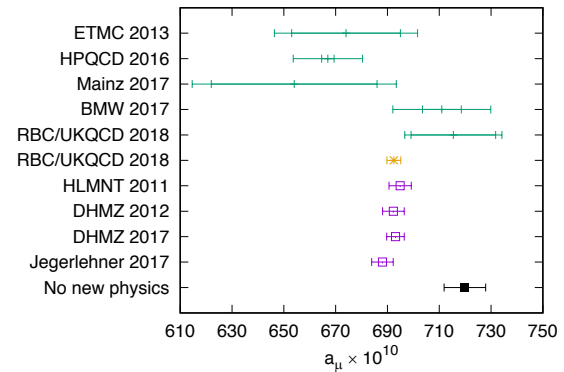


図6: HVP の現時点での計算結果の比較。上の緑の5つの結果が格子計算、下の4つの紫の値が 電子・陽電子衝突実験 (R比) からの結果である。一番下の黒い点が BNL の異常磁気能率 ($g-2$) 実験から既知の物理法則のみがあったとした場合に示唆される値。

近い将来には R比に頼らない純粋な格子計算のみで目的とする 0.2% 程度の精度の計算を成功させることを目標としている。

5. 主な発表論文等
(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (すべて査読あり計 20 件)

- [1] T. Blum, P.A. Boyle, V. Glpers, T. Izubuchi, L. Jin, C. Jung, A. Jttner, C. Lehner, A. Portelli, and J.T. Tsang, “*Calculation of the hadronic vacuum polarization contribution to the muon anomalous magnetic moment*,” arXiv:1801.07224, (selected as Editors’ Suggestion of PRL).
- [2] Thomas Blum, Norman Christ, Masashi Hayakawa, Taku Izubuchi, Luchang Jin, Chulwoo Jung, Christoph Lehner, “*Using infinite volume, continuum QED and lattice QCD for the hadronic light-by-light contribution to the muon anomalous magnetic moment*,” Phys. Rev. **D96**, 034515 (2017), arXiv:1705.01067.
- [3] M. Abramczyk, S. Aoki, T. Blum, T. Izubuchi, H. Ohki, S. Syritsyn, “*Lattice Calculation of Electric Dipole Moments and Form Factors of the Nucleon*,” Phys. Rev. **D96**, 014501 (2017), arXiv:1701.07792, (Editors’ Suggestion).
- [4] Thomas Blum, Norman Christ, Masashi Hayakawa, Taku Izubuchi, Luchang Jin, Chulwoo Jung, Christoph Lehner, “*Connected and leading disconnected hadronic light-by-light contribution to the muon anomalous magnetic moment with physical pion mass*,” Phys. Rev. Lett. **118**, 022005 (2017), arXiv:1610.04603.
- [5] T. Blum, P.A. Boyle, T. Izubuchi, L. Jin, A. Jüttner, C. Lehner, K. Maltman, M. Marinkovic, A. Portelli, M. Spraggs, “*Calculation of the hadronic vacuum polarization disconnected contribution to the muon anomalous magnetic moment*,” Phys. Rev. Lett. **116**, 232002 (2016), arXiv:1512.09054.
- [6] Z. Bai, T. Blum, P. A. Boyle, N. H. Christ, J. Frison, N.Garron, T. Izubuchi, C. Jung, C. Kelly, C. Lehner, R. D. Mawhinney, C. T. Sachrajda, A. Soni, D. Zhang, “*Standard-model prediction for direct CP violation in $K \rightarrow \pi\pi$ decay*,” Phys. Rev. Lett. **115**, 212001 (2015), arXiv:1505.07863, (Editors’ Suggestion).
- [7] Thomas Blum, Saumitra Chowdhury, Masashi Hayakawa, Taku Izubuchi, “*Hadronic light-by-light scattering contribution to the muon anomalous magnetic moment from lattice QCD*,” Phys. Rev. Lett. **114**, 012001 (2015), arXiv:1407.2923.
- [8] Z. Bai, N. H. Christ, T. Izubuchi, C. T. Sachrajda, A. Soni, J. Yu, “ *$K_L - K_S$ mass difference*

from lattice QCD,” Phys. Rev. Lett. **113**, 112003 (2014), arXiv:1406.0916.

- [9] Eigo Shintani, Rudy Arthur, Thomas Blum, Taku Izubuchi, Chulwoo Jung, Christoph Lehner, “*Covariant approximation averaging*,” Phys.Rev. **D91**, 114511 (2015), arXiv:1402.0244.

[プロシーディングス]

(査読がないものを含む計 21 件)

[学会発表] (計 29 件)

- [1] T. Izubuchi, June 4, 2017, Q center, St. Charles, IL
Invited talk at First Workshop of the Muon $g-2$ Theory Initiative,
“*Interplay between R -ratio and Lattice for the muon $g-2$ HVP*”
- [2] T. Izubuchi, March 19, 2017, University of Osaka, Osaka, Japan
Invited talk at Symposium of particle and nuclear division, Annual meeting, Japan Physics Society
“*Lattice calculation for hadronic contributions to muon $g-2$* ”
- [3] T. Izubuchi, September 19-23 (talk on September 19), 2016, IHEP, Beijing, China
The 14th International Workshop on Tau Lepton Physics
“*Lattice calculation for the light-by-light hadronic contribution to muon $g-2$* ”
- [4] T. Izubuchi, July 25-30 (talk on July 27), 2016, Kyoto University, Kyoto, Japan
The 14th International Conference on Meson-Nucleon Physics and the Structure of the Nucleon
“*Search for beyond standard model and QCD*”
- [5] T. Izubuchi, June 6-9 (talk on June 7), 2016, Caltech, Pasadena, CA
Conference on Flavor Physics and CP Violation 2016 (FPCP2016)
“*Status of $g-2$ theory*”
- [6] T. Izubuchi, July 14-18, 2015 (talk on July 14), The 33rd International Symposium on Lattice Field Theory, Kobe, Japan
Plenary talk, “*Lattice QCD moments – $g-2$ and $nEDM$ –*”

6. 研究組織

(1) 研究代表者

出渕 卓 (IZUBUCHI, Taku)

国立研究開発法人 理化学研究所

仁科加速器研究センター・グループリーダー

研究者番号：60324068