

平成 29 年 5 月 27 日現在

機関番号：32619

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2014～2016

課題番号：26400280

研究課題名(和文)非線形物理現象へのAdS/CFT双対性の応用

研究課題名(英文)Application of AdS/CFT duality on the non linear phenomena

研究代表者

前田 健吾 (Maeda, Kengo)

芝浦工業大学・工学部・教授

研究者番号：10390478

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,700,000円

研究成果の概要(和文)：ゲージ重力対応理論によれば、強結合における場の量子論は、一次元高い負の宇宙項を持つアンタイドジッター時空中のブラックホール解で表すことができる。本研究では、線形応答理論の枠組みを超え、非線形領域において、並進対称性のない方向に流れる永久電流を持つ超伝導体に双対な定常ブラックホール解を初めて構築した。この解は、定常ブラックホール解は軸対称な回転軸を持たなければならないとするブラックホールの剛性定理と矛盾せず、超流動と常流動の二相を持つ二流体モデルと合致することがわかった。

研究成果の概要(英文)：According to the AdS/CFT duality, d-dim. strongly coupled gauge field is dual to d+1-dim. asymptotically Anti-de Sitter spacetime. In this research, beyond the linear response theory, we construct novel solutions of hairy charged stationary black branes with rotation along the latticed direction, which is dual to a persistent superconductor current along the direction with no translational symmetry. These solutions are consistent with the black hole rigidity theorem, which states that a stationary rotating black hole must have symmetry along the direction of conserved momentum. In addition, our solutions are consistent with the two-fluid model.

研究分野：一般相対性理論

キーワード：ブラックホール 超流動 ゲージ重力対応

## 1. 研究開始当初の背景

(1) 負の宇宙項を持つアンタイ・ドジッター (AdS) 時空上の重力理論と強結合な場の量子論との双対性を示す AdS/CFT 双対性を応用して、強相関性を示す超伝導体モデル等で、これまで電気伝導率などの物理諸量が精力的に計算されてきた。現実の物性系では、結晶構造などによって、一般に系に並進対称性は存在しない。このような並進対称性のない強相関量子多体系を AdS/CFT 双対性を用いて調べるため、並進対称性のない AdS 時空上のブラックホール解が次々に数値的に構築されてきた。しかしながら、これらの数値結果は線形応答理論の範囲内に限られており、線形応答理論を超えた枠組みでは、その基礎的性質は良く分かっていなかった。

(2) (1)に関連して、AdS 時空上では、漸近的平坦な時空に比べて、様々な特徴を持つ新奇なブラックホール解が存在することが、予想されていた。例えば、一般の回転するブラックホールでは、回転のエネルギーをスカラー場などの場を用いていつでも抜き出すことが可能である。このメカニズムを利用して、AdS 時空におけるあるクラスの回転ブラックホールについては、線形摂動に対して不安定になることがわかっていた。その結果、時間が十分に経過した後、最終的に落ち着くブラックホール解は、軸対称性の破れた、対称性の低い解になることが予想されていたが、未だそのような解は数値解も含めて発見されてこなかった。

## 2. 研究の目的

本研究課題の主たる目的は、研究開始当初の背景(1)で述べた通り、これまでの線形応答理論の枠組みを超え、非線形領域での強相関量子多体系物理現象を明らかにし、これまでに古典重力理論で構築されたブラックホール時空の基礎的性質との整合性を明らかにすることにある。例えば、定常なブラックホール時空は、回転軸に対して対称でなければならないことが知られている(ブラックホールの剛性定理)。すなわち、回転対称性のない軸周りにブラックホールは回転することができない。一方、通常の物性系では、超伝導体に代表されるように、超流動は並進対称性のない方向に散逸を伴うことなく定常回転することができる。AdS/CFT 双対性が成立するならば、このような定常回転する超流動は、回転対称性のない軸周りに回転するブラックホールに対応するので、一見矛盾するように見える。まずこの点を明らかにすることが目的の一つである。

また、(2)に関連して、AdS 時空上では、より対称性の低い様々な新奇なブラックホール解が存在することが予想されており、線形摂動を超えて、その様な解を発見することも目的であった。

これらは当初の目的であったが、研究が進むにつれ、並進対称性のない空間での超流動の性質や、対称性の低い時空での宇宙検閲仮説の検証など、当初の研究目的から派生した関連分野でも研究成果が出た。

## 3. 研究の方法

本研究では、宇宙論で用いられたピアンキモデルを用いて、並進対称性のない方向に回転する新奇なブラックホール解を構築した。ピアンキモデルは、3次元一様空間を分類したものであり、モデルからまで存在する。この中でも特に興味深いのがピアンキ<sub>0</sub>型である。ピアンキ<sub>0</sub>型は、並進対称性のない軸(以降z軸と呼ぶ)を持つ一様空間となっているが、z軸に沿って周期的な構造を持っており、格子構造を持つ物性系に近いモデルと考えられている。

この一様モデルを AdS 時空に埋め込み、境界上の場の理論において、並進対称性のない方向に定常回転する超流動解を AdS/CFT 双対性を用いて構築した。ピアンキモデルは、一様空間であるため、複雑なアインシュタイン方程式を、比較的解析が容易な常微分方程式に落とすことができる。これによって、解析が格段に容易になった。

また、研究開始当初の背景(2)で述べたように、摂動に対して不安定な回転ブラックホール時空の最終状態の候補として、3次元時空において回転する BTZ ブラックホール解の実スカラー場による非線形摂動を計算した。3次元時空は重力が持つ自由度がないため、ブラックホール解を非線形領域まで解析的に構築できる利点を持つ。

## 4. 研究成果

(1) 超伝導体は、並進対称性のない系でも、半永久的に散逸を起こすことなく電流を流し続けることができる。AdS/CFT 双対性がこのような非線形現象でも有効ならば、AdS 時空上では、このような永久電流に相当する角運動量を持つブラックホールが存在するはずである。この様な解の有無を調べるため、上記のピアンキモデルを用いて、複素スカラー場とゲージ場が結合した重力モデルにおけるブラックホール解を構築することに成功した。その結果、ブラックホール自身は並進対称性のない方向に回転せず、その外側にある複素スカラー場が回転していることがわかった。このことによって、ブラックホールの剛性定理と矛盾せず、永久電流を持つ強相関な超伝導体に双対なブラックホール時空を構築することができた。また、境界上のエネルギー運動量テンソルを導出することに成功し、その諸性質が、二流体モデルと良く合致することが数値的にわかった。この結果は、当初予測し得なかった結果で

あり、Physical Review Letters という一流の雑誌に掲載された。また、AdS/CFT 双対性に関連する様々な国際会議に招待講演として発表された。

さらに、より一般的なピアンキモデルでも、回転するブラックホール解の有無を調べ、剛性定理が成り立つことがわかった。また、特殊なケースとして、剛性定理と矛盾せず、並進対称性のない方向にホライズンが回転するブラックホール解も数値的に見つかった。この解では、並進対称性がホライズン直上を除いて存在しない。一般の定常ブラックホールでは、剛性定理は、時空の計量に解析性を課して証明されている。今回発見された数値解は、正則ではありながら、時空の解析性がないことを示す初めての解であり、これまでの予想を覆すものであった。この結果は、重力に関する様々な国際会議で発表され、一定の評価を受けた。

(2) 漸近的 AdS 時空では、その時空の境界が一種の鏡のような役割を果たすため、あるクラスの回転するブラックホールでは、時空の揺らぎの振幅が際限なく時間的に増大して、不安定になることがわかっている。このような解の最終状態を調べるため、漸近的 AdS 時空で回転する三次元ブラックホール解の非線形摂動を調べた。回転する真空解は BTZ ブラックホール解と呼ばれ、回転する方向に並進対称性が存在する。この BTZ ブラックホール解の実スカラー場による摂動を行ったところ、一般化された境界条件の下で、スカラー場の摂動が不安定モードを持つことがわかった。スカラー場の摂動解は、超幾何関数で解析的に構築することができる。その結果、この解析解をベースにして、逐次近似的に高次の摂動まで取り入れた回転するブラックホール解を構築した。この解では、時空の対称性を表すベクトルがただ一つしか存在せず、時間方向にも空間方向にも対称性は存在しない。このような対称性の低い解は、今まで知られていなかった。今回の発見は、不安定な回転するブラックホール解の最終状態が、対称性の低い回転ブラックホールに落ち着くことを強く示唆する結果となった。この結果は、JHEP という一流の雑誌に掲載され、世界的な国際会議でも発表された。

(3) 液体ヘリウムに代表される超流動体は、一般に障害物があっても、散逸のない定常流が存在するが、その速度がある臨界値を超えると渦糸が発生し、散逸を伴う乱流状態に移行することが知られている。

このような超流動の臨界点付近における力学的不安定性は、グロス・ピタエフスキー方程式で良く記述され、その臨界点近傍で、超流動の揺らぎが普遍的な性質を持つことがわかっている。また、超流動速度が乱流へ移行する臨界速度未満では、一般に二つの解を持ち、その解が一つになる点で乱流に移行す

ることが、空間一次元のグロス・ピタエフスキー方程式から解析的に調べられており、実験結果とも良く一致することが知られていた。しかしながら、グロス・ピタエフスキー方程式は、弱結合の極限でのみ有効であり、一般の強結合な超流動体では良く分かっていなかった。

本研究では、AdS/CFT 双対性を応用して、障害物を持つ一次元流の強結合な超流動の基礎的性質を調べた。臨界点近傍で解析解が求まり、グロス・ピタエフスキー方程式と同様、二つの超流動解が見つかり、その解が臨界点直上で合流することがわかった。また、自由エネルギーの計算も行い、超流動流の不安定性は、弱結合と同様、サドル・ノード分岐理論で説明できることがわかった。また、超流動解の揺らぎのスペクトルを導出し、障害物によるエネルギーギャップの存在によって、特異なスペクトルが生じることがわかった。このように、本研究は障害物下における強結合な超流動の解析を初めて行ったものであり、今後の進展が強く期待される結果となった。この研究成果は、Physical Review D という雑誌に掲載され、ポルトガルにおける招待講演でも発表された。

(4) 研究成果の(1)、(2)に関連して、一般相対性理論の基礎的問題として、対称性の低い時空における宇宙検閲仮説の検証や、一様電場中におけるブラックホールの no go 定理を構築した。発表論文の に掲載されているように、時間的に発展する膨張宇宙において、 $p$  次元の膜を持つブラックホール解の時空構造を調べ、一般的に時空特異点が時間的になっており、宇宙検閲仮説が破れていることがわかった。また、発表論文の では、電場の向きに事象の地平線が伸びる高次元ブラックホール解は一般に存在しえないことを解析的、数値的に証明した。

## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 6 件)

Akihiro Ishibashi, Kengo Maeda, Takashi Okamura, Holographic superfluid flows with a localized repulsive potential, Physical Review D, 査読有、94、2016、046007-1—10

Kengo Maeda, Kunihito Uzawa, Violation of cosmic censorship in dynamical  $p$ -brane systems, Physical Review D, 査読有、93、2016、044003-1—12

Norihiro Iizuka, Akihiro Ishibashi, Kengo Maeda, A rotating hairy AdS3 black hole with the metric having only

one Killing vector field, Journal of high energy physics, 査読有、2015、2015、112-1—11、DOI:10.1007

Gavin S. Hartnett, Gary T. Horowitz, Kengo Maeda, A No Black Hole Theorem, Classical and Quantum Gravity, 査読有、32、2015、055011-1—18

Norihiro Iizuka, Akihiro Ishibashi, Kengo Maeda, Can a stationary Bianchi black brane have momentum along the direction with no translational symmetry?, Journal of high energy physics, 査読有、2014、2014、064-1—21

Norihiro Iizuka, Akihiro Ishibashi, Kengo Maeda, Persistent Superconductor Currents in Holographic Lattices, Physical Review Letters, 113, 2014, 011601-1—4

〔学会発表〕(計 3 件)

Kengo Maeda, Rotating AdS black holes and condensed matter physics, GR 100 years, 2015 年 12 月 19 日、リスボン(ポルトガル)

Akihiro Ishibashi, A rotating hairy AdS<sub>3</sub> black hole with the metric having only one Killing vector field, One hundred year of STRONG GRAVITY, 2015 年 6 月 11 日、リスボン(ポルトガル)

Norihiro Iizuka, What does condensed matter physics tell us about general relativity?, Holographic vistas on Gravity and Strings, 2014 年 5 月 26 日、京都大学基礎物理学研究所(京都)

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

前田 健吾 (Kengo Maeda)

芝浦工業大学・工学部・教授

研究者番号：10390478

### (2) 研究分担者

石橋 明浩 (Akihiro Ishibashi)

近畿大学・理工学部・准教授

研究者番号：10469877

飯塚則裕 (Norihiro Iizuka)

大阪大学・理学系研究科・助教

研究者番号：40645462