

令和 2 年 4 月 22 日現在

機関番号：32641

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2014～2019

課題番号：26400405

研究課題名(和文) 可積分非平衡統計力学モデルによる揺動と相関の新理論構築

研究課題名(英文) New Fluctuation-Correlation Theorems in Exactly Solvable Models in Non-Equilibrium Statistical Mechanics

研究代表者

香取 眞理 (Katori, Makoto)

中央大学・理工学部・教授

研究者番号：60202016

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,700,000円

研究成果の概要(和文)：非平衡統計力学モデルにおいては時空相関関数を解析することが求められる。すべての時空相関関数を厳密に定めることができる系として、ランダム行列の固有値統計集団の動的拡張である非衝突ブラウン運動系がある。本研究課題ではこの系の可積分性について確率論的な手法を用いて研究することを主目的とした。その結果、多粒子系の行列式マルチンゲール表現という新しい概念を確立した。マルチンゲールとは統計物理でいう揺動を表す確率過程の総称であり、非平衡系において揺らぎと相関との新たな関係を明らかにしたことになる。その結果、系の楕円関数拡張に成功し、また、プラズマモデルや自由ガウス場との関係性を議論することができた。

研究成果の学術的意義や社会的意義

統計物理学は物性基礎論として物質科学に対して理論的根拠を与える。また、相転移・臨界現象の統計力学的研究は、場の理論、特に光や電子などを記述する量子場を無限粒子系として定式化する手法を与える。また、統計物理学は確率論や表現論など数学分野の研究を刺激し、数学と物理の共進化を促している。本研究は、未解決問題が山積する非平衡統計物理学において、厳密かつ詳細に解析的計算を実行できる系を扱い、数学的に整備された精密な研究結果を導出することを行ったものである。そのため数学的普遍性を有することが期待されるが、実際、プラズマモデルや自由ガウス場といった他の物理系との非自明な関係性を明らかにすることができた。

研究成果の概要(英文)：Stochastic properties of non-equilibrium statistical mechanics models are described by spatio-temporal correlation functions. Non-colliding diffusive particle systems are known as the special cases in which all spatio-temporal correlation functions are given by determinants controlled by correlation kernels. The purpose of the present study is to clarify the mathematical structure of such exactly solvable non-equilibrium models called determinantal processes (DP). We have established a new notion of determinantal martingale representation (DMR). In probability theory a martingale is the general name of processes describing time evolutionary fluctuations. We have proved that if a system has DMR, then it is DP. This theorem reveals a new relationship between fluctuation and correlation in no-equilibrium. Using this new framework, we have reported elliptic-functional extensions of the systems and interesting relationship between DPs and plasma models as well as Gaussian free fields.

研究分野：統計力学

キーワード：非平衡統計力学 可積分系 揺動 時空相関関数 ランダム行列理論 確率論 確率過程 行列式

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

本研究課題の研究代表者(香取)は、非平衡統計力学模型を数理的な側面から研究してきた。平衡系から本質的に離れた非平衡状態はギブス分布(正準分布)では表すことができない。そのような非ギブス系として、伝染病伝播モデルであるコンタクト・プロセスの伝染病蔓延相での定常状態、また自己組織化臨界性を有する砂山モデルの定常状態などについて、数学的に厳密な結果を証明してきた。しかしこれらの系では、厳密に計算できる物理量が限られており、非ギブス状態を完全に記述することは出来ず、非平衡状態に対する理解には限界があった。

この状況において、香取は2001年くらいから、種村秀紀氏(千葉大(現在慶応大) 確率論)と非衝突ブラウン運動模型をランダム行列の手法を用いて研究し始めた。これは、1次元上の強く相互作用する多粒子系を記述する多変数確率過程であり、Dysonのブラウン運動模型で特にパラメータを $=2$ とした場合を典型例として含む数理模型の属である。相互作用を表す2体力ポテンシャルが対数関数で与えられることから対数ガス系ともよばれる。対数関数ポテンシャルは2次元クーロンガスが持つものであり、それが1次元系に閉じ込められた状態にあるものと見なすこともできる。このような対数ポテンシャルはRuelleクラスではないため、その定常状態は無限粒子極限においてギブス分布にはなり得ない。数学の確率論の分野で、長田博文氏(九大数理)がこのような系を確率解析の手法で研究している。その結果、ギブス分布を拡張した準ギブス分布というクラスを定式化している。

平衡統計力学模型では空間相関関数を求めることで定常状態を明示することができるが、非平衡統計力学模型においては時空相関関数を定める必要がある。これは、任意の時刻の列に対して、各時刻において空間相関を定めるだけでなく、異なる時刻での空間配置の間の相関も定めることを意味する。時刻を一つ定めた場合、非衝突ブラウン運動の空間的な粒子配置は行列式点過程となる。すなわち、任意の空間相関関数は行列式で明示され、それらすべての行列式は唯一の積分核で指定される。この2点関数は相関核とよばれる。このような系は量子統計力学の言葉を用いるなら、自由フェルミオン系ということができる。よって、任意の空間相関関数が行列式で表されるということ自体は、系が自由粒子系であるので驚くべきことではない。しかし、この自由フェルミオン系が時間発展する非平衡系においては、その可解性はまったく非自明である。ここにランダム行列理論が関与する。ランダム行列理論は、元来は単一のランダム行列の固有値分布を解析するものであった。エルミート行列の場合固有値は実数になるので、固有値は1次元上の粒子配置を表すものと見なすことができる。これが上述の1次元上の自由フェルミオン系に相当する。これに対して、1998年にEynardとMehtaはランダム行列の1次元鎖を考え、複数のランダム行列の固有値の結合分布関数を求めることに成功した。この1次元鎖ランダム行列模型が、 $=2$ のDysonのブラウン運動模型で観測時刻の列を指定した場合を記述していることを明示したのが、永尾(名大多元数理)・Forrester(1998)である。1999年のGrabinerによるDoob調和変換に基づく研究、2002年の香取・種村の非衝突ランダムウォーク(vicious walk model)の連続極限としての定式化を経て、 $=2$ のDyson模型の可解性の本質は非衝突条件にあることが明らかになった。また、任意の時空相関関数が行列式で与えられる可積分確率過程は行列式過程と総称されるようになった。

時空1+1次元上の行列式過程は、静的な行列式点過程(すなわち自由フェルミオン系)の動的な拡張と見なすことができる。行列式点過程に対しては、Soshnikov(2000)と白井・高橋(2003)による数学的な一般論があり、行列式点過程の存在条件がヒルベルト空間におけるエルミート演算子に対する条件として与えられている。これに対して、その動的拡張である行列式過程に対しては、そのような数学的な一般論はまだ知られていない。行列式点過程の相関核は空間2点関数でありエルミートであるため、上述のようにエルミート演算子の理論で記述できる。それに対して、行列式過程の時空相関核は時空平面上の2点関数であるが、これは一般には非エルミートである。この非エルミート性は、非平衡系の非可逆性や因果律に起因するものであり、物理的に本質的である。

非衝突ブラウン運動模型($=2$ のDyson模型)は行列式過程であり、その時空相関関数は一般に行列式で表される。すなわち、任意の有限粒子系に対して、時空相関核を定めることができる。この時空相関核のレベルにおいて、粒子数を無限大とした極限を求めることにより、無限粒子系を構成することができる。上述のように、ここで考えている系は非ギブス系であるため、平衡統計力学のようにハミルトニアンという系のエネルギー総量を表す力学的関数の汎関数であるボルツマン因子を用いた熱力学的極限の定式化(DLR形式)は無効である。しかし、行列式過程では相関核の極限を議論することにより、非ギブス分布における無限粒子系を定式化することが可能なのである。このことが、他の非平衡統計力学模型と比べて著しく優れているところである。そして、この相関核には系の初期条件という時間発展系に固有の重要な情報が組み込まれることになる。平衡統計力学の中心的な役割を果たすボルツマン因子はハミルトニアンの汎関数であり、もちろん、初期配置といった情報は持ちようがない。香取は種村秀紀氏と、非平衡状態における無限粒子非衝突ブラウン運動の初期値問題を解決し、その結果は2010年にCommunications in Mathematical Physicsという数理物理学のトップジャーナルに掲載された。そこでは、多重直交多項式や整関数の無限積表現を用いた計算を行っており、多くの関心を集めた。また、上述の長田理論のような非ギブス無限粒子系に対する確率解析による研究の進展を促すものとなった。

2. 研究の目的

本研究課題の目的は、行列式過程に対してその可積分性を十分に用いることにより、非平衡統計力学模型における揺動と相関の間の基本的な物理法則を見出すことにある。上述のように、特殊関数論や複素関数論をランダム行列理論に援用することにより、具体的に時空相関核を求めることに、本研究課題の研究代表者（香取）らは成功している。しかし、その統計力学的、あるいは確率的な意味は未だ明確ではない。また、数学理論としても、静的な行列式点過程に対する Soshnikov 理論や白井・高橋理論のような一般論はなく、各論の域に留まっている。何らかの一般的な理論を構築することが本研究課題の目的である。

3. 研究の方法

(1) 時空相関核を用いた研究が進んでいる行列式過程として、上述のように非衝突ブラウン運動模型があるが、これは1次元空間全体で定義された多粒子系である。これに対して、1次元半直線上で定義される行列式過程として、非衝突ベッセル過程模型がある。これは半直線の端である原点における境界条件を指定するパラメータの一つ有する。また、円周上で非衝突ブラウン運動模型を考えることができる。これは、円周という曲がった空間（閉空間）上での模型という見方もできるし、あるいは、元来のものを多項式系としたとき、それに周期を課した三角関数版と見なすこともできる。これは円周の半径（すなわち空間の曲率）を表すパラメータを1つ有する。これら3つの系に対して、それらを含めて扱える理論を考える。

(2) 一般的な枠組みを構築した際には、その有用性を示すには、これまで研究されていなかった非平衡系に対して適用し、新しい結果を導くことが一つの方法である。上記のように、1次元系に境界を課した場合、周期性を課した場合を取り扱った後は、さらなる条件を課すことが考えられる。ここでは、2重周期性を課すことを考える。数理論物理の分野では、これは楕円関数拡張と言われる。多項式レベルから三角関数あるいは双曲線関数のレベルに至る拡張は、数論的な言い方をすると q -拡張といえる。これのさらなる上位の拡張として、三角関数や双曲線関数をヤコビのテータ関数で置き換えるものをここでは楕円関数拡張ということにする。楕円関数拡張された行列式過程を導出し、その分類や特徴づけを行う。

4. 研究成果

(1) 非衝突ブラウン運動模型、非衝突ベッセル過程模型、および円周上の三角関数型非衝突ブラウン運動模型という3つの異なる非平衡統計力学模型に対して、その時空相関核に共通の構造があることを明らかにした。時空相関核はこれまで一般には複素平面上の2重積分で表されることが経験的に知られていた。本研究において、このうちの一方の積分は、マルチンゲール関数を構成するためのものであり、他方は初期配置依存性を表現するためのものであることを示した。マルチンゲールとは確率論において、平均値が時間に依存せず一定である確率過程に対する総称である。平均値は一定であるが分散は一般に時間的に増大することになる。典型的なマルチンゲールはブラウン運動である。多くの拡散過程はマルチンゲールではないが、ドリフト（移流）効果を表す有界変動項を取り除くことにより、マルチンゲールが得られる。上述のマルチンゲール関数とは、関数の引数に与えられた確率過程を代入すると、マルチンゲールが得られるものを意味する。別の言い方をすると、一般的には非マルチンゲールである確率過程をマルチンゲールに変換する作用素である。したがって、一方の積分はマルチンゲールを生成する積分作用素を表すものであるといえる。初期条件を表す空間の自由度の分だけ、独立なマルチンゲール関数を用意した上で、それらを初期配置に応じて重みを付けて積分することにより（これが2つ目の積分）、時空相関核が得られることになる、というのが我々の発見である。

(2) これら積分作用素として独立なマルチンゲール関数から定義される多変数マルチンゲールとして、行列式マルチンゲールという概念を導入した。一般に、多粒子（多変数）確率過程は多時刻結合確率分布で指定されるが、そのラプラス変換を多時刻特性関数という。従って、系は多時刻特性関数で指定されることになる。多粒子確率過程の多時刻特性関数が行列式マルチンゲールを用いて表されるとき、系は行列式マルチンゲール表現を持つということにする。香取は、多粒子確率過程がマルチンゲール表現を持つことと、その系が行列式過程であることが等価であることを証明した。これは、これまで行列式過程の定義は、各論的に（特殊関数などを用いて）時空相関関数を解いた結果として与えられていたのに対して、その本質的な定義を与えたことになる。上記(1)とこの(2)の結果は、2014年に確率論の専門学術誌である *Stochastic Processes and their Applications* に掲載された。

(3) マルチンゲールという用語は確率論固有のものであるが、統計力学の観点から言うと、系の内在的な揺動を表すものと言うことができる。従って、上記の(1)は、揺動を表す関数（マルチンゲール関数）と時空相関との関係を明らかにしたことを意味する。非平衡統計力学模型における新しい揺動相関定理ということができる。ここで強調すべきことは、この観点からすると、与えられた系の多時刻特性関数が行列式マルチンゲール表現をもつことが言えれば、そこから時空相関核が読み取れるということである。従って、これまで必要不可欠とされていた直交多項式を用いた計算は必要ないことになる。特に、初期配置が一般の場合には、香取・種村(2010)では多重直交関数系を用いた精緻な計算を必要としたが、行列式マルチンゲール表現に基づくこの新しい枠組みでは、行列式表現が重要であり直交関数系を用いた計算は不要ということになる。また、無限粒子極限の操作は、マルチンゲール関数の無限列の構成問題に帰着されたこと

になる。これは物理的に言うと、非平衡系における内在的な揺動をモード分解することができれば、初期値問題を解くことができるということの意味を意味して、まさに揺動が相関の時間発展を規定するという非平衡系の揺動相関定理を意味するものである。

(4) マルチンゲール関数は一般に時間の関数でもある。そのため、その長時間振舞によって分類することができる。このことから、系の緩和過程を定式化することにも成功した。非平衡時間発展系においても定常状態への緩和が起こる。ただし、定常状態は上述のように非ギブス分布であるため、通常の平衡系での緩和過程の理論は無効であった。本研究で初めて、非ギブス系における非平衡緩和現象を厳密に定式化できたことになる。

(5) 行列式過程の楕円関数拡張は、アフィン・ルート系という群の表現論に関係する数学的な枠組みに対する Rosengren と Schlosser (2006) の研究結果を用いることにより実行することができた。古典リー群に付随するルート系に対しては Weyl の分母公式とよばれる行列式恒等式が知られている。この行列式恒等式は、非衝突ブラウン運動模型などに対して、時空特性関数が行列式マルチンゲール表現をもつことを証明する上で有用であった。この観点から非古典的なリー群(アフィン・リー群)に対するルート系において対応する数学的形式を利用することが望まれた。既約通常型のアフィン・ルート系はその対称性から7つに分類され、Weyl の分母公式に相当するものは Macdonald の分母公式とよばれる。Rosengren と Schlosser は2006年の論文で、この7つの系に対してヤコビのテータ関数で表現された行列式恒等式を証明している。香取はまず、このうちのA型とよばれる系に対して、楕円関数拡張した行列式過程を定式化することに成功した。その結果は、確率論の分野でトップジャーナルである *Probability Theory and Related Fields* に2015年に掲載された。その後、残りの6つのルート系すべてにその結果を拡張することに成功し、その結果は *Journal of Mathematical Physics* (2016) や *Sigma* (2017) といった数理物理・可積分系の主要雑誌に掲載された。

(6) 上の項目(3)では、我々の行列式マルチンゲール表現法は直交多項式を使わなくてよいということを強調した。実際、ヤコビのテータ関数で記述される関数空間においては、直交関数系という概念そのものが自明ではない。この状況において、香取は Rosengren-Schlosser (2006) のテータ関数型行列式恒等式から、逆にテータ関数系の直交性を証明することに成功した。これにより、7つのアフィン・ルート系とそれに対応する7つの行列式過程との対応は明確化された。その結果、これら楕円関数拡張された行列式過程はいずれも初期配置と終配置が一致した有限時間区間での周遊過程と見なすことができ、7つの分類はそれらの初期配置(=終配置)の分類に他ならないという図式を確立することができた。その結果は *Journal of Mathematical Physics* (2019)に掲載された。また、楕円関数拡張に関する馬場裕哉氏(中央大大学院生)との研究成果を統計物理学の分野の主要雑誌である *Journal of Statistical Physics* (2018) で発表した。

(7) 上記のテータ関数の空間での直交関数系の発見により、平面上の2重周期性を有する行列式点過程を構成することにも成功した。これは行列式点過程の楕円関数拡張であり、7種類の新しいタイプの行列式点過程が一度に得られたことになる。それらの無限粒子極限も導いた。興味深いことに、7つの有限粒子系の無限粒子極限は3つに縮退する。その一つはこれまで複素平面上の無限粒子行列式点過程の代表であったジニブル点過程であったが、残りの2つはその変形版であり、これまで知られていないものであった。これら2次元上での新しい行列式点過程は、これまで研究されてきた1成分プラズマ模型とも関係し、また、2次元自由ガウス場とも関係する。これらの結果をまとめた論文は、*Communications in Mathematical Physics* 誌に掲載された。2010年にこの数理物理学の分野のトップジャーナルに掲載された香取・種村論文の結果の深化を目的とした本研究課題の集大成を、再びこの雑誌で公表できたことは、研究発信の意味でも効果的であり、成功であると思われる。

(8) 非衝突ブラウン運動模型に代表される行列式過程の可解性は、1次元拡散過程の1種である3次元ベッセル過程に起因するという見方もできる。また、一般のd次元ベッセル過程を多変数化したものがDysonのプラン運動模型であるということもできる。他方、ベッセル過程を複素化したものとして、共形写像の確率過程である Schramm-Loewner 発展(SLE)を捉えることも可能である。香取はこの見地から 'Bessel Processes, Schramm-Loewner Evolution, and the Dyson model' という表題の英文専門書をまとめ2015年にSpringer社から出版した。また、SLEの多重化の問題を堀田一敬氏(山口大)と研究し *Journal of Statistical Physics* (2018)に論文を掲載した。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計16件（うち査読付論文 16件 / うち国際共著 0件 / うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Baba Hiroya, Katori Makoto	4. 巻 171
2. 論文標題 Excursion Processes Associated with Elliptic Combinatorics	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Journal of Statistical Physics	6. 最初と最後の頁 1035 ~ 1066
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s10955-018-2045-6	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Makoto Katori	4. 巻 60
2. 論文標題 Macdonald denominators for affine root systems, orthogonal theta functions, and elliptic determinantal point processes	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Journal of Mathematical Physics	6. 最初と最後の頁 013301/1-27
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1063/1.5037805	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Makoto Katori	4. 巻 371
2. 論文標題 Two-Dimensional Elliptic Determinantal Point Processes and Related Systems	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Communications in Mathematical Physics	6. 最初と最後の頁 1283 ~ 1321
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00220-019-03351-5	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Katori Makoto	4. 巻 13
2. 論文標題 Elliptic Determinantal Processes and Elliptic Dyson Models	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Symmetry, Integrability and Geometry: Methods and Applications	6. 最初と最後の頁 079/1 ~ 36
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3842/SIGMA.2017.079	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Hotta Ikkei, Katori Makoto	4. 巻 171
2. 論文標題 Hydrodynamic Limit of Multiple SLE	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Journal of Statistical Physics	6. 最初と最後の頁 166 ~ 188
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s10955-018-1996-y	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Makoto Katori	4. 巻 57
2. 論文標題 Elliptic Bessel processes and elliptic Dyson models realized as temporally inhomogeneous processes	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Journal of Mathematical Physics	6. 最初と最後の頁 103302-1, 32
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1063/1.4964253	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Makoto Katori	4. 巻 162
2. 論文標題 Elliptic determinantal process of type A	5. 発行年 2015年
3. 雑誌名 Probability Theory and Related Fields	6. 最初と最後の頁 637-677
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00440-014-0581-9	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kan Takahashi, Makoto Katori, Makoto Naruse, Motoichi Ohtsu	4. 巻 120
2. 論文標題 Stochastic model showing a transition to self-controlled particle-deposition state induced by optical near-fields	5. 発行年 2015年
3. 雑誌名 Applied Physics B	6. 最初と最後の頁 247-254
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00340-015-6130-0	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Makoto Katori	4. 巻 63
2. 論文標題 Dissipative Abelian sandpile models	5. 発行年 2015年
3. 雑誌名 MI Lecture Note Series	6. 最初と最後の頁 58-91
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Ryojiro Honda, Jun-ichi Wakita, Makoto Katori	4. 巻 84
2. 論文標題 Self-elongation with sequential folding of a filament of bacterial cells	5. 発行年 2015年
3. 雑誌名 Journal of the Physical Society of Japan	6. 最初と最後の頁 114002/1-7
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.7566/JPSJ.84.114002	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Makoto Katori	4. 巻 1970
2. 論文標題 Characteristic polynomials of random matrices and noncolliding diffusion	5. 発行年 2015年
3. 雑誌名 RIMS Kokyuroku	6. 最初と最後の頁 22-44
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Jun-ichi Wakita, Shota Tsukamoto, Ken Yamamoto, Makoto Katori, Yasuyuki Yamada	4. 巻 84
2. 論文標題 Phase diagram of collective motion of bacterial cells in a shallow circular pool	5. 発行年 2015年
3. 雑誌名 Journal of the Physical Society of Japan	6. 最初と最後の頁 124001/1-6
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.7566/JPSJ.84.124001	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Makoto Katori	4. 巻 124
2. 論文標題 Determinantal martingales and noncolliding diffusion processes	5. 発行年 2014年
3. 雑誌名 Stochastic Processes and their Applications	6. 最初と最後の頁 3724-3768
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.spa.2014.06.002	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Yuta Takahashi and Makoto Katori	4. 巻 55
2. 論文標題 Oscillatory matrix model in Chern-Simons theory and Jacobi-theta determinantal point process	5. 発行年 2014年
3. 雑誌名 Journal of Mathematical Physics	6. 最初と最後の頁 093302/1-24
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1063/1.4894235	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Makoto Katori	4. 巻 159
2. 論文標題 Determinantal martingales and correlations of noncolliding random walks	5. 発行年 2015年
3. 雑誌名 Journal of Statistical Physics	6. 最初と最後の頁 21-42
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s10955-014-1179-4	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Makoto Katori	4. 巻 124
2. 論文標題 Determinantal martingales and noncolliding diffusion processes	5. 発行年 2014年
3. 雑誌名 Stochastic Processes and their Applications	6. 最初と最後の頁 3724-3768
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.spa.2014.06.002	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

[学会発表] 計28件(うち招待講演 24件/うち国際学会 13件)

1. 発表者名 Makoto Katori
2. 発表標題 Macdonald denominators for affine root systems, orthogonal theta functions, and elliptic determinantal processes
3. 学会等名 International Conference `Random matrices and their applications' (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Makoto Katori
2. 発表標題 Bessel Processes, Schramm-Loewner Evolution, and the Dyson Model
3. 学会等名 Colloquium, Universite D' Angers, Faculte des Sciences, Department de Mathematiques, France (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Makoto Katori
2. 発表標題 Limit theorems for interacting Brownian motions
3. 学会等名 Mini Workshop: Modern theory of particle systems, Wroclaw University of Science and Technology (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Makoto Katori
2. 発表標題 Elliptic DPP, one-component plasma, and GFF
3. 学会等名 RIMS Research Project, Gaussian Free Fields and Related Topics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Makoto Katori
2. 発表標題 Determinantal point processes on planes, tori, and spheres
3. 学会等名 Spectra of Random Operators and Related Topics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 香取眞理
2. 発表標題 Determinantal point processes in high-dimensional spaces
3. 学会等名 無限粒子系、確率場の諸問題XIV
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 香取眞理
2. 発表標題 リーマン多様体上の行列式点過程の普遍性
3. 学会等名 第26回静岡研究会 幾何, 数理物理, そして量子論 (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Makoto Katori
2. 発表標題 Partial Isometries, Duality, and Determinantal Point Processes
3. 学会等名 Workshop on Random Matrices, Stochastic Geometry and Related Topics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 香取眞理
2. 発表標題 q-拡張から楕円拡張へ
3. 学会等名 第5回 Yokohama Workshop on Quantum Walks (招待講演)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Makoto Katori
2. 発表標題 Excursion Processes Associated with Elliptic Combinatorics
3. 学会等名 16th International symposium "Stochastic Analysis on Large Scale Interacting Systems" (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 香取眞理
2. 発表標題 Hydrodynamic limit of multiple SLE
3. 学会等名 無限粒子系、確率場の諸問題XIII
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Makoto Katori
2. 発表標題 Hydrodynamic Limits of Multiple SLE
3. 学会等名 Tokyo-Seoul Conference in Mathematics -- Probability Theory -- (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Makoto Katori
2. 発表標題 Orthogonal theta functions and elliptic determinantal processes
3. 学会等名 Workshop on "Random matrices, determinantal processes and their related topics" in Beppu 2018 (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Makoto Katori
2. 発表標題 Conformal Martingales and Determinantal Structures in Nonequilibrium Interacting Particle Systems
3. 学会等名 26th IUPAP International Conference on Statistical Physics (StatPhys26) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Makoto Katori
2. 発表標題 Martingales and Determinantal Processes
3. 学会等名 The 15th Workshop on Stochastic Analysis on Large Scale Interacting Systems (招待講演)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Makoto Katori
2. 発表標題 Elliptic Dyson Models
3. 学会等名 Workshop on Elliptic Hypergeometric Functions in Combinatorics, Integrable Systems and Physics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Makoto Katori
2. 発表標題 Abelian sandpile models in statistical mechanics
3. 学会等名 Workshop on `Probabilistic models with determinantal structures' (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2015年

1. 発表者名 香取眞理
2. 発表標題 可換砂山模型の数理
3. 学会等名 日本物理学会、領域1 1、領域6、領域1 2 合同シンポジウム「塑性固体のダイナミクス：その非線形応答、なだれとレオロジー」(招待講演)
4. 発表年 2015年

1. 発表者名 Makoto Katori
2. 発表標題 Bessel Process, Schramm-Loewner Evolution, and the Dyson Model
3. 学会等名 Workshop: RMT2015: Random matrix theory from fundamental mathematics to biological applications (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2015年

1. 発表者名 香取眞理
2. 発表標題 ダイナミカルなランダム行列と棲み分けの問題
3. 学会等名 統計数理研究所「数学協働プログラム」研究集会「生命のダイナミクスの数理とその応用：理論からのさらなる深化」(招待講演)
4. 発表年 2015年

1. 発表者名 Makoto Katori
2. 発表標題 Noncolliding pinned Brownian motions
3. 学会等名 Workshop on 'Spectra of Random Operators and Related Topics' (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2015年

1. 発表者名 Makoto Katori
2. 発表標題 Determinantal Interacting Particle Systems
3. 学会等名 International Symposium RIKKYO MathPhys 2016 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Makoto Katori
2. 発表標題 Complex martingales and determinantal processes
3. 学会等名 New Approaches to Non-equilibrium and Random Systems: KPZ Integrability, Universality, Applications and Experiments (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 香取眞理
2. 発表標題 時間発展するランダム行列固有値モデルの揺動と相関
3. 学会等名 東京大学駒場物性セミナー (招待講演)
4. 発表年 2014年

1. 発表者名 Makoto Katori
2. 発表標題 Martingales for determinantal log-gases
3. 学会等名 YITP workshop `Interface fluctuations and KPZ universality class - unifying mathematical, theoretical, and experimental approaches (招待講演)
4. 発表年 2014年

1. 発表者名 Makoto Katori
2. 発表標題 Determinantal martingales and determinantal processes
3. 学会等名 International Conference on Stochastic Processes, Analysis and Mathematical Physics
4. 発表年 2014年

1. 発表者名 Makoto Katori
2. 発表標題 Elliptic determinantal evaluations and diffusion processes
3. 学会等名 Spectra of Random Operators and Related Topics (招待講演)
4. 発表年 2015年

1. 発表者名 Makoto Katori
2. 発表標題 Noncolliding Brownian bridges associated with elliptic functions
3. 学会等名 関西確率論セミナー (招待講演)
4. 発表年 2015年

〔図書〕 計3件

1. 著者名 香取眞理、森山修	4. 発行年 2018年
2. 出版社 サイエンス社	5. 総ページ数 224
3. 書名 例題から展開する電磁気学	

1. 著者名 森山 修、香取 眞理	4. 発行年 2017年
2. 出版社 サイエンス社	5. 総ページ数 166
3. 書名 例題から展開する力学	

1. 著者名 Makoto Katori	4. 発行年 2016年
2. 出版社 Springer	5. 総ページ数 141
3. 書名 Bessel Processes, Schramm-Loewner Evolution, and the Dyson Model	

〔産業財産権〕

〔その他〕

<p>中央大学理工学部物理学科 https://www.phys.chuo-u.ac.jp/j/katori/?research 中央大学理工学部物理学科統計物理学・数理物理学研究室「研究」「論文」 http://www.phys.chuo-u.ac.jp/j/katori/?research_paper 中央大学理工学部物理学科統計物理学・数理物理学研究室「研究」「活動記録」2017年 http://www.phys.chuo-u.ac.jp/j/katori/?2017_activity_log 中央大学理工学部物理学科統計物理学・数理物理学研究室「研究」「活動記録」2018年 http://www.phys.chuo-u.ac.jp/j/katori/?2018_activity_log 中央大学理工学部物理学科 統計物理学・数理物理学研究室 研究 http://www.phys.chuo-u.ac.jp/j/katori/?research 中央大学理工学部物理学科統計物理学・数理物理学研究室 http://www.phys.chuo-u.ac.jp/j/katori/?research</p>

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----