

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 29 年 8 月 31 日現在

機関番号：33924

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2014～2016

課題番号：26420091

研究課題名(和文) 極限軽量構造創生のための分布系構造最適化問題の数値解法の開発

研究課題名(英文) Development of numerical solution to continuous structural optimization problem for creating super lightweight structures

研究代表者

下田 昌利 (Shimoda, Masatoshi)

豊田工業大学・工学研究科・教授

研究者番号：00350570

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,900,000円

研究成果の概要(和文)：最適で軽量大規模3次元骨組構造体の自由形状設計を目的とする新たな形状最適化手法を開発した。本手法により、形状のパラメータ化を行わずに自然なフォルムを生成することができる。剛性、振動、ロバスト、座屈、及び強度設計問題を変分法に基づき、分布系の最適化問題として定式化した。各設計問題に対する勾配関数と最適性条件を物質導関数法と随伴変数法を用いながら理論的に導出し、これを擬似分布力として各部材に与えることにより、形状の滑らかさを保ちながら、かつ目的汎関数を減少させる自然で最適なフォルムが決定される。本手法の有効性と実用性は数値計算例によって確認した。また、軸力伝達構造が生成されることも確認された。

研究成果の概要(英文)：A novel shape optimization method has been developed for designing the optimal and light-weight free-form of a large-scale 3D frame structure. With the method, the natural form can be created without any shape parameterization. Stiffness, vibration, robust, buckling and strength design problems have been formulated as a distributed-parameter shape optimization problem based on the variational method. The gradient functions and the optimality conditions for these problems have been theoretically derived using the material derivative and the adjoint method. The natural optimal form has been determined by applying the derived gradient function to each member as a pseudo distributed force in order to minimize the objective functional while maintaining the frame smoothness. The validity and practical utility of this method have been verified through design examples. It has been also confirmed that axial-force-carrying structures can be created.

研究分野：設計工学 計算力学

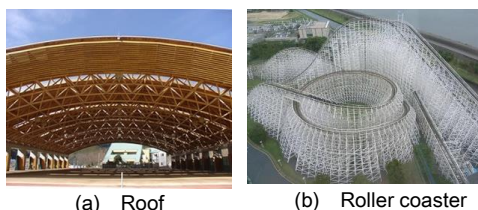
キーワード：骨組構造 軽量構造 形状最適設計 寸法最適化 フリーフォルム 構造最適化 勾配法 数値解析

## 1. 研究開始当初の背景

省資源や環境負荷低減の観点からは言うまでもなく、人工物の要求仕様や機能を、最小限の重量で実現させるため、それを構成する構造は軽量であることが常に求められる。特に大型の建築・土木構造体や高い燃費や運動性能が求められる各種輸送機器、MEMSのようなマイクロ機械においてその要求は特に厳しい。要求される力学特性を満たす軽量構造を追求していくとその極限は骨組構造になる。薄板や膜構造等との組み合わせも可能であり、その利用範囲は極めて広く、骨組構造体は持続的発展社会に寄与するグリーン構造体といえる。

既に幅広く利用されている骨組構造ではあるが、その使用や形態はまだ限定的である。その殆どは格子状やトラス状に直線部材を規則的または周期的に組み合わせたものである(Fig.1)。それに対し、自由曲線を許容し、立体的に組み合わせた部材を自由に変動させ、更に断面寸法も自由に設計可能とした場合、設計自由度が劇的に増大し、それにより極限的な軽量化が期待できる。設計上、重量が制約されている場合には著しい構造特性の向上が期待できる。更に、曲線や曲面からなるフリーフォルムの設計が可能となるため、意匠性に優れた構造設計も実現される。

こうしたアイデアが実現できない背景にはその設計の難しさがある。それを可能にする手法の候補として、有限要素法と数理計画法を利用した構造最適化手法があり、多くの研究が国内外で報告されている<sup>(1)</sup>。共通点は離散化した剛性マトリックスを利用して感度解析を行い、非線形計画法と組み合わせ、解探索を行っている所にある。汎用的な手法ではあるが、設計変数の著しい増加は解の探索を困難にするため、これらの研究は限られた設計変数で、かつ直線部材に限定される。一方、デザイン性にも優れた曲面骨組構造(グリッドシェル)を得る研究はJarrayaら<sup>(2)</sup>によっても報告されている。そこでは最適な骨組曲面を求めるために事前にベジエ曲面を利用して設計変数をパラメータ化(縮退)している。パラメータ化は解の探索を容易にする反面、設計者に経験や知識を要求し、その上得られる形状は限定的となる。前述のように、極端な設計変数の増加は解の探索を困難にするが、それに加えて最適化の過程で発生する不適切メッシュ(ジグザグ要素)の問題も生じさせる。大自由度の3次元骨組構造に対してフリーフォルム、すなわち部材軸方向と軸外方向に自由に変動させ、更に断面



(a) Roof (b) Roller coaster

Fig. 1 Large scale frame structures

サイズも部材ごとにフリーサイズとした場合、設計自由度は超大次元となる。特に、大スパンのラーメン構造では部材の曲率設計も重要となる。これらを従来の離散系の手法で解決することは不可能といえる。

## 2. 研究の目的

前述の問題を同時に解決しようとするのが本研究である。離散化された状態からの定式化ではなく、変分法に基づいた分布系(関数空間)で定式化を行い、関数空間の勾配法で解を求めようとするものである。得られる最適性条件や解探索は解析的には行えないため、有限要素法を含む数値解析を利用する。これにより理論的には無限自由度の設計が可能となる。骨組構造の最適設計に関する関数空間での解法はこれまでにない新たな手法の提案であり、それに基づく汎用最適骨組設計システムも合わせて開発する。この着想の経緯は、著者らは現在、変分法に基づくシェル構造の自由曲面の最適設計問題の解法の研究を進めており、その有効性を検証済みである<sup>(3)</sup>。本研究ではその考え方を骨組構造へ発展させる。具体的には、変分支配方程式を制約条件に加え、部材の軸方向と軸外方向、及び断面寸法の変動に対する感度関数を理論的に導出する方法を検討し、確立する。骨組構造用の関数空間の勾配法を構築し、感度関数を利用して、骨組構造の3次元フリーフォルムとフリー断面サイズを求める超大次元の最適設計問題に対する数値解法を提案する。古典的な変分法と最新の数値解析を組み合わせた新たな分布系の最適化問題の数値解法と実用システムの構築により、フリーフォルムとフリー断面サイズから成る力学的に最適な極限軽量構造の創成を可能とする。構造特性としては骨組構造の構造設計上重要な剛性、振動とロバスト、座屈、及び強度設計問題を対象とする。

## 3. 研究の方法

(1) まず、基礎となる剛性問題を対象に、関数空間での定式化と感度関数の理論的な導出方法を、開発済みのシェルの手法<sup>(3)</sup>を発展させながら検討、構築する。

(2) 続いて、3次元骨組構造に対する関数空間での勾配法についての検討を行う。シェルとの違いは断面形状の存在にあり、これを考慮しながら、不適切メッシュ問題、更に局所解の解探索に関する手法も検討する。

(3) 構築した理論に基づいた効率的なアルゴリズムと数値解法を検討し、汎用システムを開発する。種々の設計問題を想定し、数値解析にて検証を行う。

(4) 剛性設計問題の解法を、振動とロバスト設計問題、座屈設計問題、及び強度設計問題へ展開する。そこでは各設計問題に潜在する固有の課題を解決しながら、数値解析による検証を行い、最終的には汎用最適化システムへ組み込む。

#### 4. 研究成果

(1)まず、3次元骨組構造の最適化手法の基礎となる剛性設計問題について、関数空間（または分布系）での定式化を行い、最適性条件と感度関数の理論的な導出方法を検討し、構築した。剛性設計問題としてはその最大化問題と変形のコントロール問題を考える。これにより剛構造のみではなく、柔構造の創生を可能とした。

①骨組構造を構成する部材は微小な直線はりから成るものとし、微小な直線はりはチモシェンコはり理論に基づくことを仮定した。シェル構造の場合は面内方向と面外方向の変動を対象としたが、骨組構造の場合は事前に設定する断面形状に対し、部材軸外方向を設定し、部材軸方向と合わせて、両方向の変動に対する感度関数を関数空間において理論的に導出した。断面サイズも部材内で自由に変動可能とし、その変動に対する感度関数も導出した。ソリッド体と異なり、骨組要素では実断面が存在しないため、設定した仮想断面に対する物質微分の適用を検討した。感度関数の効率的な計算のため、ラグランジュ乗数法と随伴変数法も利用し、これらの組合せにより、感度関数を効率的に計算した。

②曲線を許容する部材長に対する感度関数には部材各部の曲率の項を含まれ、各部材は微小直線はりによる構成されると仮定しているため、離散曲率の評価が必要であるが、その評価方法を検討、検証した後、感度計算に利用した。

③導出した感度関数を利用し、与えられた初期骨組構造に対し、事前にパラメータ化することなく、各部分が自由に部材軸方向と軸外方向に変動し、更に断面サイズも自由に変えながら最適形状へ向かう方法を提案した。ここでもシェル構造用に構築した関数空間の勾配法を骨組構造へ発展させた。目的汎関数を減少させる形状変動量と断面サイズを求めるための関数空間の勾配法を検討し、形状決定のための支配方程式を導出した。このとき必要となる正定値テンソルとして、既に剛性解析の際に組み立てられている骨組構造の剛性テンソルを利用した。剛性テンソルの対角項に重みを与え、その値を変えることによる局所最適解の探索も試みた。この重み付けは剛体運動の抑制や収束を安定化に寄与することがシェルに対する手法の研究で明らかになっており、それを骨組構造へも応用した。重みの割合等の係数については数値実験を行いながら推奨値を決定した。勾配法では変動拘束の境界条件を処理して得られた正定値テンソルの逆テンソルに対し、負の感度関数を乗じることにより、最適変動量を決定した。言い換えると、最適変動量を仮想骨組構造に対し、負の感度関数に比例した分布外力を作用させたときの変位場として決定した。

④問題設定から感度関数の導出、勾配法によ

る解形状の探索は関数空間で展開されるが、最適性条件や形状決定の支配方程式は解析的に解くことができないため、有限要素法を含む数値解析により求めることとし、その効率的なアルゴリズムと数値解法を示した。形状決定は線形性を考慮し、微小変動の仮定に基づくため、形状変動量と断面変動量を逐次更新する繰り返し計算により、最終的な最適構造が得られる。剛性解析、感度関数の評価、変動量解析、形状更新を核とする最適化システムを計算機上に実装した。このとき、剛性解析と変動量解析には汎用 FEM コードを利用した。

⑤剛性最大化問題に対して得られた計算例を Fig.2 に示す。雪荷重を受ける 2 重トラスの屋根構造を例に、初期形状の 1.05 倍以下の体積制約条件を与えた。得られた形状の各部分は高剛性に不可欠な 2 重曲率構造になっており、剛性は初期形状の約 7.7 倍となった。

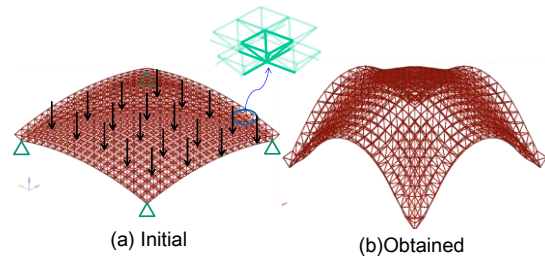


Fig. 2 Stiffness maximization problem

柔構造設計である変形コントロール問題に対して得られた結果を Fig.3 に示す。Fig.3 (a)は初期構造と左辺中央に $-X_1$ 方向の強制変位 $w_h$ を与えたときの変形図を示すが、コントロール点はほとんど変位を生じていない。Fig.3 (b)と(c)は同様の強制変位に対して、右辺中央のコントロール点の目標変位を、(b)では $w_h$ 、(c)では $-1.5w_h$ とした場合の結果を示す。いずれも狙い通りの変形が実現できていることがわかる。

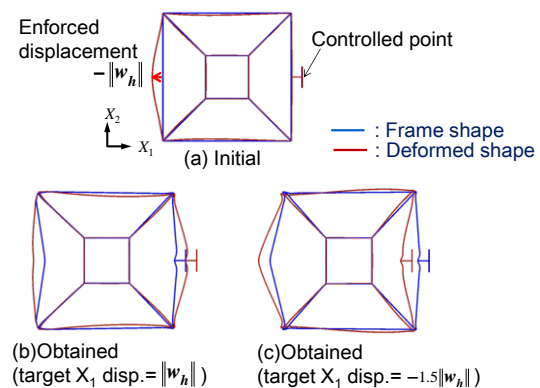


Fig. 3 Deformation control problem

⑥振動設計問題、ロバスト設計問題、座屈設計問題、及び強度問題に対して、剛性設計問題と同様のプロセスで、感度関数の理論的な導出とその数値解法、及び関数空間の勾配法

への適用を検討した。

(2) 振動設計問題では、固有振動問題と周波数応答問題を取り上げ、剛性問題と同様のプロセスにより、感度関数の導出を検討し、最終的にモジュール化して最適化システムに組み込んだ。固有振動問題では指定したモードの最大化を目的とするが、そこに潜在する重根問題に対する解決法として、モード選択法、重根制約法について検討し、その影響を明らかにした。周波数応答問題では指定した周波数における振幅の最小化を目的とした。Fig.4は2重トラス構造の初期形状の1次振動固有値を初期の1次モードのトラッキングを行い最大化した場合の初期形状(a)と得られた形状(b)を示す。Fig.4(c)に収束履歴を示すが、1次モードを追跡した結果、狙いどおり1次モードと2次モードの入れ替わり、最終的に振動固有値は2.1倍となっていることがわかる。

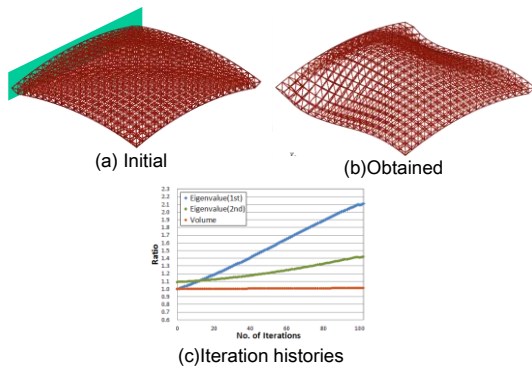


Fig. 4 Natural frequency maximization problem

(3) ロバスト設計問題では、構造設計において、作用荷重の荷重方向が不確定な状況での形状設計が求められる問題に対し、Cherkaevら<sup>(4)</sup>の提案した主コンプライアンスの概念を骨組構造の形状最適化問題へ適用し、指定平面内のあらゆる方向に対して等高剛性となるロバスト形状を求めた。この問

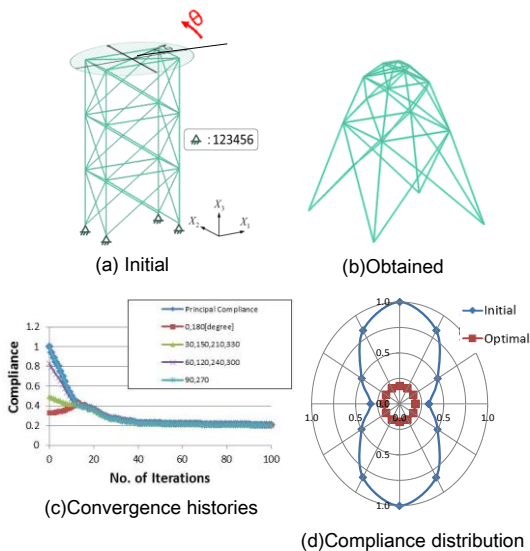


Fig. 5 Robust optimization

題には最小固有値の増加に伴い重根問題が発生するが、重なった全モードの固有値の感度関数を利用して形状変動する方法を提示した。Fig.5(a)と(b)はタワーモデルの初期形状と得られた形状を示すが、荷重は上部の面内に作用すると仮定した。(c)に初期と得られた形状の全方向に対するコンプライアンス分布を示すが、狙い通り全方向に平等で高剛性な形状が得られていることが確認できる。Fig.6に大規模モデルへの適用例を示す。

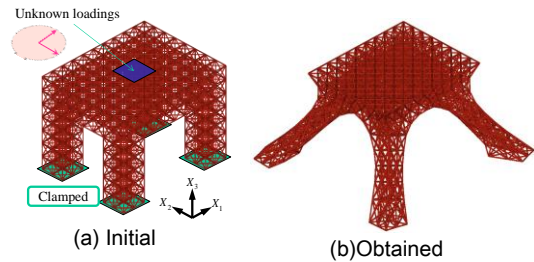


Fig. 6 Robust optimization

(4) 座屈設計問題では、1次弾性座屈荷重を評価関数とし、変分座屈方程式と体積を制約条件に加え、感度関数を導出した。骨組構造では各部材の局所座屈も問題となる。その解決のため、オイラーの式を利用しながら、断面サイズの制約を与えた。この問題にも先のロバスト問題と同様、重根問題が潜在しており、新たな方法として、重根モードの選択が不要なKS関数を利用した方法を提案した。Fig.7にラチスシェルの計算例を示すが、横倒れ座屈を防ぐため、ビード状の形状が生成されている。最適化過程で重根が生じ、その後全固有値を増加させることに成功していることがわかる。

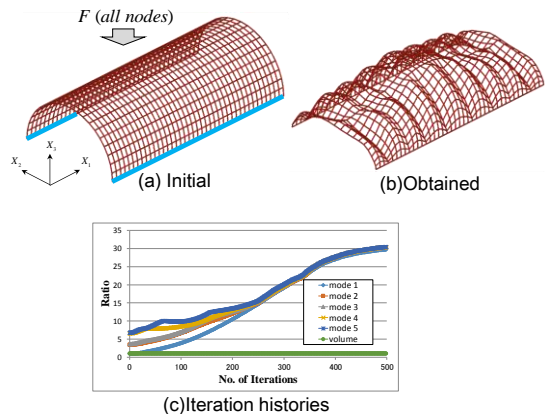


Fig. 7 Buckling optimization

(5) 強度設計問題では、ミーゼス相当応力を評価関数とした。最大応力を評価関数とするため、KS関数<sup>(5)</sup>を用いて積分汎関数に変換し、これに対する感度関数を求めた。最大応力は局所的であるため、その最小化や制約は安定した収束の妨げになる可能性があり、また計算の効率化のためにKS関数の最大値抽出パラメータを応力分布に応じて適応的に変動

させる方法を提案した。Fig.8 に大規模構造体の計算例を示すが、最大ミーゼス応力が約50%減少した形状が得られた。

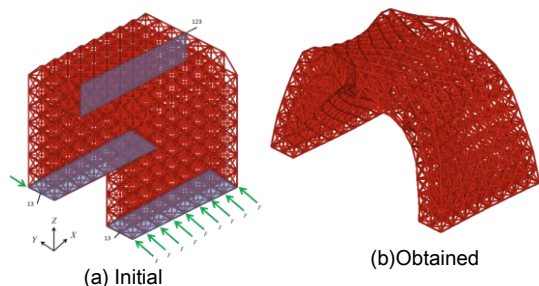


Fig. 8 Strength optimization

#### (6) 成果の位置付け (新規性)

①これまで不可能であった骨組構造の無限自由度の形状と断面サイズ設計を可能とする変分法と関数空間の勾配法に基づく新たな数値解法を提案した。パラメータ化不要な分布系の解法なため、超大次元の設計問題が容易に扱え、従来の離散系のパラメトリック手法では対応できない問題が解け、極限的な軽量化や著しい力学特性の向上が達成される。

②関数空間の勾配法で必要となる正定値テンソルとして剛性テンソルを用いることにより、不適切メッシュの発生を抑制しながら滑らかな骨組形状を得ることを可能にした。更に、剛性テンソルの対角項を重み付し、その値をコントロールすることにより、局所解の解探索も可能とした。いずれも独創性がある。その結果として、デザイン性にも優れたフリーフォームを得ることができ、超大自由度を活かし、荷重伝達性に優れた軸力伝達構造の創成を可能にした。

③実領域を有さない部材断面を仮想領域と考え、そこに物質微分を適用することにより感度関数を求める点が独創的である。この感度関数を関数空間の勾配法へ適用するため、滑らかな収束形状が確実に得られることが数学的に保証される。

④計算機によるパラメータ不要な最適構造設計が可能となるため、経済的にも効率的な形状設計が可能となる。また、得られた構造は設計者に最適構造の知識を与える。

#### (7) 今後の展望

①開発した手法の適用により、骨組構造の極限的な軽量化や著しい構造特性の向上が達成される。フリーフォームによるデザイン性の向上と超軽量化の両立は骨組構造の新たな需要や適用にも繋がる。

②方法論とシステムの構築により、土木・建築構造から輸送機器、MEMS等、様々な骨組構造体の超大次元の自由形状と自由断面サイズを求める最適構造設計が可能となる。

③形状最適化問題では分布したベクトル設

計変数を決定し、断面寸法最適化では分布したスカラー変数を決定した。本手法は滑らかな材料(ヤング率)分布や複合材料における配向角分布、及び板厚分布の決定等からなる大規模最適設計問題への応用も可能であり、研究を進める。

#### <引用文献>

①山本憲司, 皆川洋一, 大森博司, 座屈荷重を目的とする空間構造の形状最適化に関する研究, 日本建築学会構造系論文集, No. 564(2003), pp. 95-102.

②Jarraya A., Dammak F., Abid S. and Haddar M., Shape and thickness optimization performance of a beam structure by sequential quadratic programming method, J. Fail. Anal. and Preven., Vol. 7(2007), pp. 50-55.

③下田昌利, シェル構造体のフリーフォーム最適化手法, 日本機械学会論文集 A 編, Vol. 79, No. 797 (2013), pp. 60-73. 日本機械学会論文集 Vol. 79, No. 797(2013), pp. 60-73.

④Cherkaev E., Cherkaev A., Minimax optimization problem of structural design, Computers and Structures, Vol. 86 (2008), pp. 1426-1435.

⑤下田昌利, 畔上秀幸, 桜井俊明, 形状最適化におけるミニマックス問題の数値解法, 日本機械学会論文集 A 編, Vol. 63, No. 607 (1997), pp. 158-165.

#### 5. 主な発表論文等

[雑誌論文] (計 7件)

①Masatoshi Shimoda, Koki Kameyama, Shi Jin-xing, Tailoring static deformation of frame structures based on a non-parametric shape-size optimization method, International Journal of Solids and Structures, 査読有, Vol. 112, 143-154, 2017-2.

DOI:10.1016/j.ijssolstr. 2017. 02. 011.

②Zhiqiang Wu, Masatoshi Shimoda, Kei Hisatomi and Jin-Xing Shi, Free-form optimization of a frame structure for strength maximization, Bulletin of the JSME Mechanical Engineering Journal, 査読有, Vol. 4-2, 2017,

DOI: 10.1299/mej.12-00014.

③Masatoshi Shimoda, Tomohiro Nagano, Morimoto Takashi, Yang Liu, Shi Jin-xing, Non-parametric free-form optimal design of frame structures in natural frequency problem, International Journal of Mechanical Sciences, 査読有, Vol. 117, 334-345, 2016-9.

DOI:10.1016/j.jmecs. 2016. 08. 024.

④ 下田昌利, 善本諒, 弾性座屈荷重最大化を目的とする骨組構造体のフリーフォーム最適化, 日本機械学会論文集, 査読有, Vol. 82, No. 841, 2016年05月  
DOI:10.1299/transjsme.16-00229.

⑤ Masatoshi Shimoda, Tomohiro Nagano, Robust shape optimization of a frame structure with unknown loadings, Proceedings of the Fifteenth International Conference on Civil, Structural and Environmental Engineering Computing (CC2015), 査読有, 2015-9, Prague (Czech Republic), Paper No. 188.  
DOI 10.4203/ccp.108

⑥ 下田昌利, 亀山晃希, 所望変形を実現する骨組構造のノンパラメトリック形状同定手法, 日本機械学会論文集, 査読有, Vol. 81, No. 827, 2015年06月  
DOI:10.1299/transjsme.15-00160

⑦ Koki Kameyama, Masatoshi Shimoda, Takashi Morimoto, Shape identification for controlling the static deformation of frame structures, Proceedings of the ASME 2014 International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference IDETC/CIE 2014, 査読有, Buffalo (USA), 2014-08, Paper No. DETC2014-34265.

[学会発表] (計 9件)

① 下田昌利, 善本諒, 骨組-シェル複合構造体の弾性座屈に対する最適形状設計, 日本機械学会 2016年度年次大会, 2016年09月, 福岡.

② 下田昌利, 久富圭, 史金星, 強度設計問題に対する骨組構造体の形状最適設計法, 日本機械学会, 第29回計算力学講演会, 2016年09月, 名古屋.

③ Masatoshi Shimoda, Koki Kameyama, Shi Jin-xing, Parameter-free Shape-size optimization for deformation tailoring of a frame structure, 40th SOLID MECHANICS CONFERENCE, Polish Academy of Sciences, 2016-08, Warsaw (Poland).

④ Masatoshi Shimoda, Tomohiro Nagano, Greece Robust structural design for unknown loadings with free-form optimization method, ECCOMAS Congress 2016 VII European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering, 2016-6, Crete (Greece).

⑤ 亀山晃希, 下田昌利, 骨組構造体の形状-寸法同時最適化, 日本機械学会第28回計算

力学講演会, 2015年10月, 横浜.

⑥ 善本諒, 下田昌利, 弾性座屈に対する骨組構造体の形状最適化, 日本機械学会2015年度年次大会, 2015年09月, 北海道.

⑦ 下田昌利, 永野智大, 亀山晃希, 骨組構造のノンパラメトリック形状最適化, 日本機械学会第11回最適化シンポジウム(OPTIS2012)論文集, 2014年12月, 金沢.

⑧ 永野智大, 下田昌利, 不確定荷重に対する骨組構造のロバスト形状最適化問題の解法, 日本機械学会第27回計算力学講演会 講演論文集, 2014年11月, 岩手.

⑨ 亀山晃希, 下田昌利, 所望の変形を実現する骨組構造の形状同定手法, 日本機械学会第24回設計工学・システム部門講演会 講演論文集, 2014年09月, 徳島.

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

下田 昌利 (SHIMODA, Masatoshi)  
豊田工業大学・工学研究科・教授  
研究者番号: 00350570