

平成 29 年 6 月 10 日現在

機関番号：11301

研究種目：挑戦的萌芽研究

研究期間：2014～2016

課題番号：26540001

研究課題名（和文）ゲーム意味論に基づく新しい論理体系の構築とその複雑さの解析

研究課題名（英文）New formal methods based on game semantics and their descriptive hierarchy

研究代表者

田中 一之（Tanaka, Kazuyuki）

東北大学・理学研究科・教授

研究者番号：70188291

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 2,700,000円

研究成果の概要（和文）：本研究では、ゲーム意味論の考え方に基づいて、高い表現能力の形式的手法を創案し、通常の計算機構では捉え難い多元的なシステムの複雑さを解析した。また、それらの表現法の拡張性と限界について考察を行い、とくに種々のプッシュダウン・オートマトンによって定義されるゲームの必勝法の複雑さを高次計算論的に特定した。また、ゲーム木のランダム入力に対するクエリ複雑さに関する研究も行い、いくつかの新しい結果を得た。

研究成果の概要（英文）：In this research, we have invented several new formal methods based on game semantics in order to analyze the complication of multi-dimensional multi-agent systems, which cannot be captured by ordinary computability theory. Among others, we investigated the determinacy strength of infinite games recognized by various pushdown automata, and pinned them down in terms of higher recursion theory. We also got some new results on the query complexity of game trees with random inputs.

研究分野：数理論理学

キーワード：ゲーム意味論 高次計算論 ゲーム木 プッシュダウン・オートマトン

1. 研究開始当初の背景

ネットワーク社会における論理の機能と役割は、通常の線形的計算機構では捉え難く、新しい表現形式を必要とする。本研究では、主にゲーム意味論の考え方にに基づき、多角的なシステムの複雑性を捉える強力な表現法を提案し、その拡張性と限界について考察する。

ゲーム意味論は、論理式の真偽をゲームの勝敗によって定式化するもので、すでに1970年代に発明されていたが、今世紀に入って盛んに研究されるようになった。通常は論理体系が先にあってそれに対する意味論をゲームによって与えるのだが、先にゲームのクラスが与えて、それが表す関数や集合の性質を調べる場合もある。だが、後者の場合、先行研究は有限ゲームや計算可能な関数にほぼ限られていた。無限ゲーム等を使って計算不可能な関数を定義しようという本研究の試みに類する先行研究はほとんどないと思う。

ゲーム木のランダム入力に対するクエリ複雑さに関する研究も行った。ミニマックス定理を応用したYaoの原理は、どんな乱択アルゴリズムも最悪の入力分布に対しては決定性アルゴリズムの期待値よりも効率が良くならないことを示しているが、その均衡解の確率分布(固有分布)の性質を調べる研究はほとんどなかった。しかし、ここ数年の間に、様々な条件下で固有分布の性質が解明され、本研究でもこれに関する結果を得た。

本研究には、他にも多くのゲーム表現に関する問題が絡んでいる。私たちの最終目標はそれらを統合するような一般的な表現法の確立であるが、現在はまだ萌芽の段階であり、全体を一筋にまとめることはしない。

2. 研究の目的

本研究の目的は、ゲーム意味論の考え方にに基づき、多角的なシステムの複雑性を捉える表現法を提案し、その拡張性と限界について高次計算論的な考察を行うことである。上に

述べたように、主たる関心の一つは無限ゲームが表す計算不可能な関数にある。証明論のWeiermann教授は、命題のパラメタ操作により不完全性の相転移が起きることを10年程前から指摘しているが、それに対比させれば、決定問題における計算不能性の相転移現象をゲームの微調整で捉えることがこの研究の目標である。

具体的な課題として、様々な有限機械によって認識される言語に関するゲームの必勝法の複雑さを解析することで、計算不能性の相転移を観察できた。これについては、Weiermannの相転移との直接の関係を今後さらに探求していきたい。

ゲーム木のランダム入力に対するクエリ複雑さに関する研究は、長く研究されてきたテーマであるが、この数年にいくつかの大きな進展があった。本研究では、より一般的な木構造や重み付き木に議論を拡張していくことを目標としている。

3. 研究の方法

本研究は、主にゲーム意味論に基づき、従来とは異なる仕組みの形式的システムを提唱して、その表現能力や複雑さについて調査するものである。様々な研究領域と絡んでいるために、その遂行には多くの人の協力が必要である。とりわけ、研究協力者の根元多佳子、堀畑佳宏、鹿島亮からは多くの情報提供を受けた。

ブッシュダウン・オートマトンの変種によって認識される言語ゲームに対する研究は、私の院生の李文娟との共同研究である。Weiermannの相転移と類比させ、決定問題の相転移現象として捉える考えを進めるにあたっては、彼の元学生で私のところで博士研究員をしていたS.SandersとF.Pelupessyの助言が役立った。また、ゲーム木のランダム入力に対するクエリ複雑さに関する研究については、シンガポール国立大学博士研究員

(現武漢理工大学講師)をしていた私の元学生の彭寧々を中心に、シンガポールの研究者数名を巻き込んだ共同研究になっている。量子計算については、NTTのコミュニケーション科学基礎研究所の高橋康博らとの共同研究である。それ以外にも多くの研究者からアドバイスを得た。

4. 研究成果

(1) 最初に、どんな必勝法も計算不可能で、勝者もエフェクティブには決定できないゲームを定義する決定性プッシュダウンオートマトンの亜種が存在することを示した(論文)。通常の決定性プッシュダウンオートマトンについては、計算可能な必勝法をもち、勝利者もエフェクティブに決定できることが知られている(Walukiewiczの定理)ので、これは意外な結果といえる。

次に、様々な受理条件を伴う非決定性プッシュダウンオートマトンによって定義されるゲームに対して、必勝法の計算不可能な度合いを逆数学的方法によって特定した(論文投稿中)。これは、証明論におけるWeiermannの相転移と類比して、決定問題の相転移現象として捉えることができる(発表、)。

(2) ゲーム木のランダム入力に対するクエリ複雑さに関する研究では、鈴木登志雄氏らの先行研究に基づき、より一般的な多分岐均整木に対して、すべての - アルゴリズムを考慮する場合には(ある種の)一様分布が唯一の均衡解(固有分布)になるが、指向性アルゴリズムに制限するなら、均衡解は他にもあることが示された(論文、)。この現象は、ある種の重み付き木にも拡張できることがわかった。また、各端点に0,1が割り振られる確率が独立である場合には、複雑性を最大にする固有分布は均一な確率であることも示された(論文)。

(3) 量子計算機の計算過程が古典計算機によって多項式時間で模倣可能かどうかを調

べることは量子情報処理において重要な課題である。深さ固定の多項式サイズ量子回路において、一連の単一キュービット測定を許せば、古典計算による模倣は一般に多項式時間では困難だが、唯一の単一キュービット測定では古典計算による模倣も多項式時間で行えることが知られている。しかし、後者に非有界なファンアウト・ゲートを加えた場合の古典模倣の困難さについては知られていなかった。古典模倣が多項式時間でできる量子回路とできない量子回路の壁を論理的に明らかにすることにより、量子計算の計算複雑さとアルゴリズム一般に対しても新しい知見を得ることができた(論文、)。

(4) 無限ゲームについては、混合戦略の必勝法(Blackwellゲーム)と、純粋戦略の必勝法(Gale-Stewartゲーム)の関係が十分に解明できていない。後者の必勝戦略の分析には、不動点演算を許す μ 計算が有用である程度わかっているので、それをBlackwellゲームの戦略分析にも応用しつつ、遡って μ 計算のバリエーションの計算能力を高次計算論の視点で調査した。その結果については、発表準備中である。

(5) 本研究の背景にある基本的な問題意識を一般向けに紹介した(論文、)。

(6) 以下の国際研究会を組織した。

IMS-JSPS Joint Workshop in Mathematical Logic and Foundations of Mathematics, NUS シンガポール, 2014年9月1日~5日.
<http://www2.ims.nus.edu.sg/Programs/014wlogic/index.php>

JSPS-NUS Joint Workshop in Mathematical Logic and Foundations of Mathematics, 金沢, 2015年3月6日~8日.
<http://www.math.tohoku.ac.jp/~tanaka/kanazawa2015.html>

JSPS-NUS Joint Workshop in Mathematical Logic and Foundations of Mathematics (jointly with CTFM 2015), 東京, 2015年9

月 7 日～11 日 .

<http://www.jaist.ac.jp/CTFM/CTFM2015/>

IMS-JSPS Joint Workshop in Mathematical Logic and Foundations of Mathematics , NUS シンガポール , 2016 年 1 月 15 日～16 日 .

<http://www2.ims.nus.edu.sg/Programs/016wjsp/index.php>

Computability Theory and Foundations of Mathematics(CTFM 2016) , 早稲田大学 , 2016 年 9 月 20 日～21 日 .

<http://www.sendailogic.com/CTFM2016/>

Workshop on Mathematical Logic, 東京工業大学 , 2016 年 9 月 23 日 .

<http://www.sendailogic.com/Titechworkshop/>

5 . 主な発表論文等

(研究代表者 , 研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 9 件)

田中一之 , 無限ゲームとオートマトン , 『数学セミナー』 11 月号 , pp.20-25 , 2014 . (査読なし)

W. Li , S. Okisaka and K. Tanaka , Infinite games recognized by 2-stack visibly pushdown automata , RIMS 講究録 1950 , pp.121-137 , 2015 . (査読なし)

Y. Takahashi , S. Tani , T. Yamazaki and K. Tanaka , Commuting Quantum Circuits with Few Outputs are Unlikely to be Classically Simulatable , Lecture Notes in Computer Science 9198 , pp.223-234 , 2015 . (査読あり)
DOI : 10.1007/978-3-319-21398-9_18

田中一之 , 数学者であるとはどのようなことか , 『現代思想』 vol.43-18 , pp.68-71 , 2015 年 12 月 . (査読なし)

W. Peng , S. Okisaka , W. Li and K. Tanaka , The Eigen-distribution for Multi-branching Trees , International Multi-

Conference of Engineers and Computer Scientists I , pp.88-93 , 2016 . (査読あり)

Y. Takahashi , S. Tani T. Yamazaki and K. Tanaka , Commuting quantum circuits with few outputs are unlikely to be classically simulatable , Quantum Information and Computation 16-3,4 , pp.251-270 , 2016 . (査読あり)

W. Peng , S. Okisaka , W. Li and K. Tanaka , The uniqueness of eigen-distribution under nondirectional algorithms , IAENG International Journal of Computer Science , vol.43 , no.3 , pp.318-325 , 2016 . (査読あり)

W. Peng , N. Peng , K.M. Ng , K. Tanaka and Y. Yang , Optimal depth-first algorithms and equilibria of independent distributions on multi-branching trees , Info. Proc. Letters 125 , 41-45 , 2017 . (査読あり)
<http://dx.doi.org/10.1016/j.ipl.2017.05.002>

田中一之 , ロジックの記法と思考 , 『数理学』 1 月号 , pp.44-49 , サイエンス社 , 2017 . (査読なし)

[学会発表] (計 5 件)

K. Tanaka , Variants of Infinite Games and Their Strength , IMS-JSPS Joint Workshop in Mathematical Logic and Foundations of Mathematics , Singapore , Sep.1 , 2014 .

K. Tanaka and F. Pelulessy , Phase transitions and Reverse Mathematics , 日本数学会秋季総合分科会 , 広島大学 , Sep.27 , 2014 .

田中一之 , 決定問題の相転移 , 情報処理学会第 7 7 回全国大会イベント「計算に潜む数理 , 計算としての数理」 , 京都大学 , 2015 年 3 月 17 日 .

K. Tanaka and F. Pelulessy , Finitisations of second order principles , 日本数学会 2015 年会 , 明治大学 , March 22 , 2015 .

K.Tanaka, Determinacy strength of infinite games in omega-languages recognized by variations of automata, IMS-JSPS Joint Workshop in Mathematical Logic and Foundations of Mathematics, Singapore, Jan.15, 2016.

〔図書〕(計4件)

田中一之翻訳『ロジックの世界』(D.クライアン他原著) 講談社ブルーバックス, 2015年.

田中一之翻訳分担『プリンストン数学集成』項目「集合論」「ロジックとモデル理論」など, 朝倉書店, 2015年.

田中一之執筆分担『数学辞典』項目「ゲーデルの不完全性定理」, 朝倉書店, 2016年.

田中一之解説, 前原・竹内著『数学基礎論』, pp.191-199, ちくま学芸文庫, 2017年.

〔産業財産権〕

出願状況(計0件)

名称:

発明者:

権利者:

種類:

番号:

出願年月日:

国内外の別:

取得状況(計0件)

名称:

発明者:

権利者:

種類:

番号:

取得年月日:

国内外の別:

〔その他〕

ホームページ等

<https://www.math.tohoku.ac.jp/people/tanaka.html>

<http://www.sendailogic.com/index.html>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

田中 一之 (TANAKA, Kazuyuki)

東北大学・大学院理学研究科・教授

研究者番号: 70188291

(2) 研究分担者

なし ()

研究者番号:

(3) 連携研究者

なし ()

研究者番号:

(4) 研究協力者

根元 多佳子 (NEMOTO, Takako)

堀畑 佳宏 (HORIHATA, Yoshihiro)

鹿島 亮 (KASHIMA, Ryo)