

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 30 年 6 月 18 日現在

機関番号：13901

研究種目：挑戦的萌芽研究

研究期間：2014～2017

課題番号：26540005

研究課題名(和文) 局所探索型計算に対する計算量理論の開拓

研究課題名(英文) Development of Complexity Theory for Local Search-type Computation

研究代表者

小野 廣隆 (Ono, Hirotaka)

名古屋大学・情報学研究科・教授

研究者番号：00346826

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,800,000円

研究成果の概要(和文)：諸分野で頻繁に現れる組合せ最適化問題の多くは、現実的な計算時間で精度保証がある解を発見することが難しいと予想される、NP困難、あるいは近似困難と呼ばれる計算クラスに属することが知られている。一方、これに対し、局所探索法ベースの多くのアルゴリズムが確実性はないものの、多くの場合、実質的には十分良い精度の解を出力することが知られている。本研究は、これら局所探索法ベースのアルゴリズムに対する分析を通して局所探索法に対する計算量理論の開拓を目標としている。研究成果として、近傍系を同じくする解再構成問題に対する多くの結果を得るとともに、パラメータ化などの新たな視点の研究成果が得られた。

研究成果の概要(英文)：Many useful combinatorial optimization problems are known to be NP-hard or APX-hard, which means that they are difficult (probably impossible) to obtain solutions that are guaranteed to be (near) optimal in practical computational time. On the other hand, it is known that there are also good local-search type algorithms that can “usually” find sufficiently good solutions for such problems in practical running time. The goal of this research is to develop “complexity theory of local search algorithms”. We obtain many results about the reconfiguration of combinatorial optimization problems, which is also related to neighborhood operation, and also investigate the problems from the viewpoint of parameterized complexity.

研究分野：理論計算機科学

キーワード：局所探索法 アルゴリズム 解再構成 再最適化 パラメータ化アルゴリズム 近似アルゴリズム 計算複雑度

### 1. 研究開始当初の背景

生産計画、資源の最適利用、環境汚染の最小化、通信網の有効利用といった多くの社会的・工学的に重要な問題は、組合せ最適化問題としてモデル化されるが、同時に、現実的な時間で厳密最適解を導くのは不可能とされる NP 困難と呼ばれる計算困難なクラスに属することが知られている。さらにこれらの多くの問題では、理論的には厳密解の数倍程度の近似解を得ることですら難しい(近似困難)ことが知られている。一方、理論的な意味での解の精度保証は難しくとも、実用上は十分有益な解を得ることのできるメタヒューリスティクス解法(メタ戦略、タブー探索、アニーリング法、遺伝アルゴリズムなど)も多く提案されており、実用上は十分良い近似解を得ることができる問題も多い。しかしながら、なぜそのようなヒューリスティクス解法が成果を上げることができるのかは明らかではなく、理論と実際に大きなギャップが存在する。このため、メタ戦略の成功も研究者の職人的なアルゴリズム設計に大きく依存しており、それぞれの問題への解法設計には大きな労力を要する。

これまでの研究により、メタ戦略の中でも特に、近傍探索パラダイムに基づくアルゴリズムの有用性が実証されてはいるものの、その方法論は十分整備されているとは言えないのが現状である。一方、近傍を定義した上での組合せ最適化問題に対する局所変形系に関する研究は、解の再構成、再最適化などの文脈で進みつつある。以上から、研究開始時の本研究の目的は、これら進みつつある研究の観点から局所探索型アルゴリズムの分析・設計に対し見通しの良い方法論を与えることにあった。

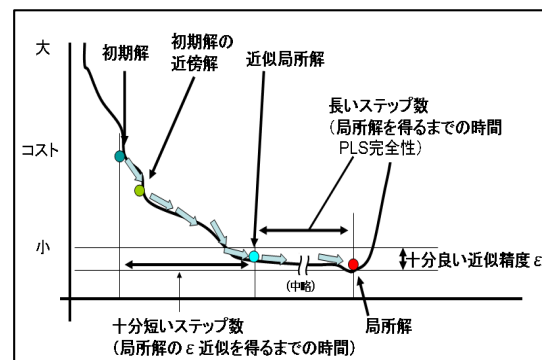
### 2. 研究の目的

本研究の目的は局所探索・局所変形に関する計算理論の開拓である。局所探索アルゴリズムの近傍系に関しては、1990 年ごろに Papadimitriou, Yannakakis らなどにより、PLS の概念が導入されているが、多くの実用的な近傍探索系が、最適解はおろか局所最適解発見にすら入力サイズの指数ステップ数を要することがある(PLS 完全性)、などの否定的な結果が主である。

一方、申請者らの予備実験では、局所最適解発見に時間を要するケースでは、探索の比較的早い段階で局所最適解に十分近づいており、多くの時間をその後の収束に費やしていることが観測されている。このことは、局所最適解発見は困難であっても、局所近似解発見は比較的容易である場合が多々あることを示している。以上から、研究開始時の本研究の目的として、局所解発見の概念を緩和した局所近似解発見の計算複雑度解明を中心に、局所探索・局所変形に関する計算量理

論をより深めることを挙げた。

研究代表者らのこれまでの計算機実験からの考察では、PLS 完全な近傍探索系の指数ステップ数を要する例は、すでに十分良い近似解が得られているにもかかわらず、多くの微小な改善が起こっていると予想される。さらに、そのような改善の系列は適当なランダム性を導入することにより容易に回避できると予想される。つまり PLS の概念だけでは、近傍探索戦略の近似アルゴリズムとしての特性を評価しきれない。このため、計算論的分析の別切り口としての近似、再構成、再最適化をテーマとして、局所探索系に関する研究を深めるのを目標とする。



### 3. 研究の方法

まず研究開始時点、想定していた研究方法は以下のとおりであった：

局所探索・局所変形に関する計算量理論の開拓・確立が本研究の目標である。これに対して、大きく A.局所解近似、B.再最適化、C.解再構成の3つの切り口からアプローチする。これら3つの視点は独立であるため、並行して取り組むこととなるが、これらそれぞれをさらに以下の3つのレベルで捉え、順に取り組む：1) スキーム構築、2) 乱択化、3) 応用・実証(例えば、視点 A に対して、A-1), A-2), A-3)のように取り組む)。この順序は、1)で各解析視点に対してスキーム構築を行い、2)そのスキームを利用し、確率利用アルゴリズムによる高性能化を試み、3)それらの結果を踏まえて、実際に実装による評価を行う、という大まかな流れを想定している。

これらは平行・段階を踏んで研究推進すべきものであるが、結果から言うと最も研究が進んだのは C)に関するものとなった。この C)に関しては、以下のような予定で進めることとなっていた。

C-1) 解再構成スキーム：「解の再構成(reconfiguration)」とは、組合せ最適化問題とその問題の解の対と近傍系が与えられたとき、一方の解から他方の解へと近傍

系における局所変形を繰り返すことにより到達できるかどうか、を問うものである。これに対し、代表的な問題に対する計算複雑度が知られており、SAT(充足可能性問題)をはじめとする多くの問題がPSPACE完全である。解の再構成は最適解の対に対して連結性を問うことが多いが、最適解ではなく局所最適化解について拡張可能である。これを局所探索の視点から解釈すると、局所探索法は、ある近傍系・局所変形下での解再構成問題に対するアルゴリズムとして見なすことができる。これはより高度な局所探索アルゴリズムの解析に対しても有効であり、例えば局所解からの脱出を大幅な解構造変形により行う反復局所探索法は、「解再構成」を2種類の近傍系(通常の近傍と、大幅な解構造変形による近傍)における解再構成を行っているものと見なすことができる。以上から、PLS完全な近傍探索系と(通常、PSPACE完全である)解再構成問題の2つの視点から局所探索アルゴリズムの計算複雑度について調査する。

C-1)以外の研究に関してはここでは割愛する。また、これら予定された研究を実施する中で新たな問題、テーマが発見された。それらに関して得られた結果、テーマに関しては時節にて説明する。

#### 4. 研究成果

本研究課題によって得られた研究成果は上述の研究法の項において複数にまたがるもの、またその準備として役割を果たすもの、さらに新たな問題として浮上したのものに関するものがある。以下では、(1)C)で得られた解再構成に関する研究について、(2)パラメータ化アルゴリズムについて、(3)その他のアルゴリズム応用について、に分類し、紹介する。

##### (1) 解再構成に関する研究

組合せ最適化問題における解空間の構造理解のため、代表的な組合せ最適化問題に関する研究を行った。取り上げた問題は、L(2,1)ラベリング、独立集合、クリークである。とくに独立集合は解再構成における中核的な問題であり、その近傍系(ジャンプ、スライドなど)の多様性からも重要な問題である。これらに関し、グラフクラス、あるいはパラメータ化計算の観点から研究を行った。発表雑誌論文 1, 3, 4, 11, 14, 15, 19 がこれに当たる。

##### (2) パラメータ化アルゴリズムの観点からの研究

(1)の研究を進める中で、さらなる切り口が必要となり、取り組んだのがパラメータ化アルゴリズムである。パラメータ化アルゴリズムに関しては2000年代に入って

研究が深まり、2010年代に1分野ができるに至っている。本研究課題に関しても、パラメータ化の観点は重要であると判断し、この観点から研究を推進した。現時点では局所探索自体に踏み込むには至っておらず、「パラメータ化アルゴリズム」自体の特性を調査中である。主な発表雑誌論文は、13, 16, 17, 20, 21, 22である。

##### (3) その他のアルゴリズム応用

その他、研究を進める上で副産物的に得られた結果がある。パズルに対する貪欲法、局所探索法を適用した場合の精度、探索の省メモリ実装、プロテインの類似度測定、などがそれである。主な発表論文は、2, 5, 7, 8, 9, 10, 12, 18である。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計22件、すべて査読有)

1. Teshu Hanaka, Naomi Nishimura, Hiroataka Ono: On Directed Covering and Domination Problems. ISAAC 2017: 45:1-45:12
2. Toshimasa Ishii, Hiroataka Ono, Yushi Uno: (Total) Vector domination for graphs with bounded branchwidth. Discrete Applied Mathematics 207: 80-89 (2016)
3. Toshimasa Ishii, Hiroataka Ono, Yushi Uno: Subexponential fixed-parameter algorithms for partial vector domination. Discrete Optimization 22: 111-121 (2016)
4. Yuichi Asahiro, Jesper Jansson, Eiji Miyano, Hiroataka Ono: Degree-Constrained Graph Orientation: Maximum Satisfaction and Minimum Violation. Theory Comput. Syst. 58(1): 60-93 (2016)
5. Arash Haddadan, Takehiro Ito, Amer E. Mouawad, Naomi Nishimura, Hiroataka Ono, Akira Suzuki, Youcef Tebbal: The complexity of dominating set reconfiguration. Theor. Comput. Sci. 651: 37-49 (2016)
6. Hans L. Bodlaender, Hiroataka Ono, Yota Otachi: Degree-Constrained Orientation of Maximum Satisfaction: Graph Classes and Parameterized Complexity. ISAAC 2016: 20:1-20:12
7. Hans L. Bodlaender, Hiroataka Ono, Yota Otachi: A Faster Parameterized Algorithm for Pseudoforest Deletion. IPEC 2016: 7:1-7:12
8. Yuichi Asahiro, Jesper Jansson, Eiji Miyano, Hiroataka Ono: Graph Orientations Optimizing the Number of

- Light or Heavy Vertices. J. Graph Algorithms Appl. 19(1): 441-465 (2015)
9. Kazuya Haraguchi, Hiroataka Ono: How Simple Algorithms Can Solve Latin Square Completion-Type Puzzles Approximately. JIP 23(3): 276-283 (2015)
  10. Yen Kaow Ng, Linzhi Yin, Hiroataka Ono, Shuai Cheng Li: Finding All Longest Common Segments in Protein Structures Efficiently. IEEE/ACM Trans. Comput. Biology Bioinform. 12(3): 644-655 (2015)
  11. Taisuke Izumi, Tomoko Izumi, Hiroataka Ono, Koichi Wada: Approximability of minimum certificate dispersal with tree structures. Theor. Comput. Sci. 591: 5-14 (2015)
  12. Erik D. Demaine, Martin L. Demaine, Eli Fox-Epstein, Duc A. Hoang, Takehiro Ito, Hiroataka Ono, Yota Otachi, Ryuhei Uehara, Takeshi Yamada: Linear-time algorithm for sliding tokens on trees. Theor. Comput. Sci. 600: 132-142 (2015)
  13. Tadashi Wadayama, Taisuke Izumi, Hiroataka Ono: Subgraph domatic problem and writing capacity of memory devices with restricted state transitions. ISIT 2015: 1307-1311
  14. Tesshu Hanaka, Hiroataka Ono: A Fixed-Parameter Algorithm for Max Edge Domination. SOFSEM (Student Research Forum Papers / Posters) 2015: 31-40
  15. Takehiro Ito, Hiroataka Ono, Yota Otachi: Reconfiguration of Cliques in a Graph. TAMC 2015: 212-223
  16. Arash Haddadan, Takehiro Ito, Amer E. Mouawad, Naomi Nishimura, Hiroataka Ono, Akira Suzuki, Youcef Tebbal: The Complexity of Dominating Set Reconfiguration. WADS 2015: 398-409
  17. Takehiro Ito, Kazuto Kawamura, Hiroataka Ono, Xiao Zhou: Reconfiguration of list  $L(2,1)$ -labelings in a graph. Theor. Comput. Sci. 544: 84-97 (2014)
  18. Kazuya Haraguchi, Hiroataka Ono: Approximability of Latin Square Completion-Type Puzzles. FUN 2014: 218-229.
  19. Takehiro Ito, Marcin Jakub Kaminski, Hiroataka Ono: Fixed-Parameter Tractability of Token Jumping on Planar Graphs. ISAAC 2014: 208-219
  20. Erik D. Demaine, Martin L. Demaine, Eli Fox-Epstein, Duc A. Hoang, Takehiro Ito, Hiroataka Ono, Yota Otachi, Ryuhei Uehara, Takeshi Yamada: Polynomial-Time Algorithm for Sliding Tokens on Trees. ISAAC 2014: 389-400
  21. Tetsuo Asano, Taisuke Izumi, Masashi Kiyomi, Matsuo Konagaya, Hiroataka Ono, Yota Otachi, Pascal Schweitzer, Jun Tarui, Ryuhei Uehara: Depth-First Search Using  $O(n)$  Bits. ISAAC 2014: 553-564
  22. Takehiro Ito, Marcin Kaminski, Hiroataka Ono, Akira Suzuki, Ryuhei Uehara, Katsuhisa Yamanaka: On the Parameterized Complexity for Token Jumping on Graphs. TAMC 2014: 341-351
- [学会発表](計 12 件)  
(国内発表は多数のため省略する)
1. Tesshu Hanaka, Naomi Nishimura, Hiroataka Ono: On Directed Covering and Domination Problems. ISAAC 2017: 45:1-45:12
  2. Hans L. Bodlaender, Hiroataka Ono, Yota Otachi: Degree-Constrained Orientation of Maximum Satisfaction: Graph Classes and Parameterized Complexity. ISAAC 2016: 20:1-20:12
  3. Hans L. Bodlaender, Hiroataka Ono, Yota Otachi: A Faster Parameterized Algorithm for Pseudoforest Deletion. IPEC 2016: 7:1-7:12
  4. Tadashi Wadayama, Taisuke Izumi, Hiroataka Ono: Subgraph domatic problem and writing capacity of memory devices with restricted state transitions. ISIT 2015: 1307-1311
  5. Tesshu Hanaka, Hiroataka Ono: A Fixed-Parameter Algorithm for Max Edge Domination. SOFSEM (Student Research Forum Papers / Posters) 2015: 31-40
  6. Takehiro Ito, Hiroataka Ono, Yota Otachi: Reconfiguration of Cliques in a Graph. TAMC 2015: 212-223
  7. Arash Haddadan, Takehiro Ito, Amer E. Mouawad, Naomi Nishimura, Hiroataka Ono, Akira Suzuki, Youcef Tebbal: The Complexity of Dominating Set Reconfiguration. WADS 2015: 398-409
  8. Kazuya Haraguchi, Hiroataka Ono: Approximability of Latin Square Completion-Type Puzzles. FUN 2014: 218-229.
  9. Takehiro Ito, Marcin Jakub Kaminski, Hiroataka Ono: Fixed-Parameter Tractability of Token Jumping on Planar Graphs. ISAAC 2014: 208-219
  10. Erik D. Demaine, Martin L. Demaine, Eli Fox-Epstein, Duc A. Hoang, Takehiro Ito, Hiroataka Ono, Yota

- Otachi, Ryuhei Uehara, Takeshi Yamada:Polynomial-Time Algorithm for Sliding Tokens on Trees. ISAAC 2014: 389-400
11. Tetsuo Asano, Taisuke Izumi, Masashi Kiyomi, Matsuo Konagaya, Hiroataka Ono, Yota Otachi, Pascal Schweitzer, Jun Tarui, Ryuhei Uehara:Depth-First Search Using  $O(n)$  Bits. ISAAC 2014: 553-564
  12. Takehiro Ito, Marcin Kaminski, Hiroataka Ono, Akira Suzuki, Ryuhei Uehara, Katsuhisa Yamanaka:On the Parameterized Complexity for Token Jumping on Graphs. TAMC 2014: 341-351

〔図書〕(計 0 件)  
該当なし

〔産業財産権〕  
該当なし

〔その他〕  
ホームページ等  
<http://www.tcs.mi.i.nagoya-u.ac.jp/>

#### 6. 研究組織

##### (1)研究代表者

小野 廣隆 (Hiroataka Ono)  
名古屋大学・情報学研究科・教授  
研究者番号：00346826

##### (4)研究協力者(大学院生)

土中 哲秀 (Tesshu Hanaka)  
九州大学・経済学府・博士後期課程学生  
木谷 裕紀 (Hironori Kiya)  
九州大学・経済学府・博士前期課程学生