

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 28 年 9 月 5 日現在

機関番号：11401

研究種目：挑戦的萌芽研究

研究期間：2014～2015

課題番号：26540060

研究課題名(和文) 数理パズル「タングラム」の問題解決過程の解明と教育応用への領域横断的取り組み

研究課題名(英文) An interdisciplinary research about process of problem solving of a puzzle game of "Tangram"

研究代表者

中野 良樹 (NAKANO, Yoshiki)

秋田大学・教育文化学部・准教授

研究者番号：50310991

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 1,100,000円

研究成果の概要(和文)：第一に、パズルゲーム・タングラムの洞察的問題解決に、主観的見通し評価と潜在的価値評価の多重システムの関与を示した。成果はThe 14th European Congress of Psychologyで報告した。第二にタングラムを協働で解決させ熟考を促すと、選択肢を厳選して熟議により解決率が上昇した。成果はThe 32nd Annual meeting of the BPS, Cognitive Psychology sectionで報告した。第三にタングラムを解くソフトウェア開発を目指し、パズルのピースを2個に限定した解決アルゴリズムを福島高等工業専門学校研究紀要第56巻に公開した。

研究成果の概要(英文)：The purpose of the first research is to clarify overt and covert processes in insightful problem solving in the puzzle game of Tangram. The result was presented at the 14th European Congress of Psychology (Milan, Italy). The second research demonstrated that the effect of collaboration on the Tangram, in which collaboration and instruction to reflect facilitated the successful problem solving. The result was presented at the 32nd Annual meeting of the British Psychological Society, Cognitive Psychology section (Canterbury, U. K.). The third research aims to develop the algorithm which can solve tasks of Tangram. The algorithm was exhibited in Research reports, Fukushima National College of Technology.

研究分野：実験心理学 認知科学

キーワード：洞察 問題解決 協働学習

1. 研究開始当初の背景

タングラムとはパズルゲームの一種で、正方形から切り取った7個のピースを組み合わせ、物体や動物などの形を作る(図1)。日本の算数・数学教育では、「しきつめ」課題や「図形感覚」を育む教材として用いられることも多い。小・中学校では、タングラムを教材として利用することも多い。小学校5年生の算数の教科書には「形づくり」の発展学習として掲載されている。また小学3年生の「形」の実践例では、タングラムを利用し、平面図形の構成要素への認識、すなわち「図形感覚」を高めようとした取り組みもある。このように、タングラムは幾何学的思考力、創造的思考力、問題解決力を高める教材とされる。しかし、タングラムの解決過程を実験的に検討した研究は未だなかった。

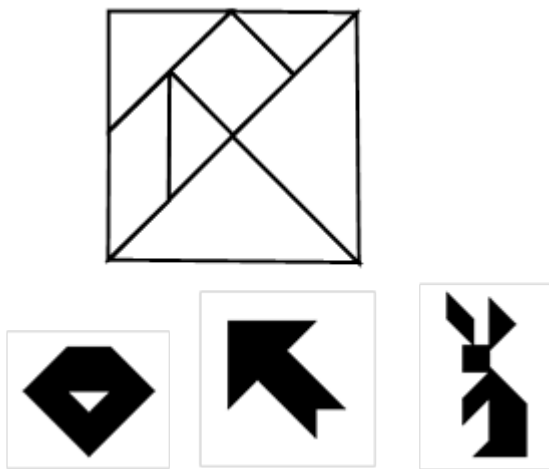


図1 タングラムを構成する7個のピース(上)と作成できる図形の例(下)。

2. 研究の目的

本研究では、パズルゲーム「タングラム」の解決過程を究明し、学術面と教育実践の双方に資する領域横断的な取り組みを行う。第一に、タングラム課題の解決を阻害する要因を特定し、幾何学的思考に伴う「図形感覚」の内容を明確にする。第二に、タングラムの解決には意識下の価値評価が関与することを示し、それが洞察につながる過程を明らかにする。そして最後に、心理学的実験で得られた成果をもとに、タングラムの解決過程の数理モデルによる表現を試みる。

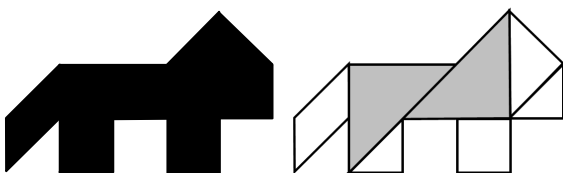


図2 実験に用いたシルエットと正解配置

(1) 研究1: タングラムの洞察的問題解決における潜在的評価と主観的評価。研究1の目的は、タングラムの洞察的問題解決において、当初は作業者が本来持っている図形感覚を反映した幾何学的思考の傾向性すなわち制約が解決を阻害するが、それが緩和されるに従って漸的に洞察へと至るダイナミックな過程を示すことであった。

(2) 研究2: タングラムにおける協働的問題解決の実験。研究2の目的は、他者との協働や自身の思考過程について熟考することによって、タングラムの洞察問題解決が促進するかどうかについて検討した。

(3) 研究3: タングラム解法の基本アルゴリズムの開発。研究3では、連携研究者の大規模を中心にタングラム問題をソフトウェア上で解く基本アルゴリズムの設計を目指して、計算幾何学からのアプローチを試みた。その第一歩として、タングラムのピースを2個に限定した組合せを解くアルゴリズムを開発した。

3. 研究の方法

(1) 研究1の手続き。実験には21名の大学生が参加した。課題は、図2に示した「ライオン」のシルエットをタングラムの7個のピースを使用して完成させることだった。作業中、参加者は「課題を完成させるのにどの程度自信があるか」について自己評価した。作業過程に以下の判断課題を挿入した。参加者に図3に示す三角形の組合せから2つを左右に対提示し、どちらが解決に使えるかが選択を求めた。タングラムの作業開始時から、解決への自信の評価は2分ごとに、判断課題は4分ごとに実施した。作業の制限時間は20分とした。

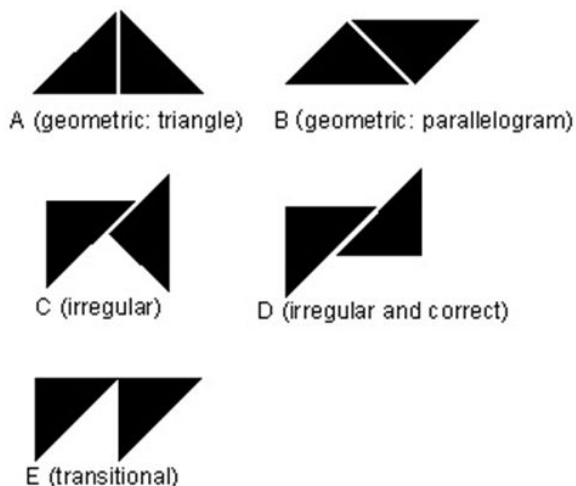


図3 判断課題に使用した三角形の組合せ

(2) 研究2の実験方法。実験では、協働条件では参加者は二人一組になり1つのタングラムと一緒に操作した。熟考条件では、参加者に対して90秒の休憩時間中に「今までのピースの置き方が解決に対して適切かどうかじっくり考えてください」という教示を与えた。これら2つの要因の組合せによって、教示は受けずに個人で作業を行う個人・統制群(Individual-Control)、熟考の教示を受けて個人で作業を行う個人・熟考群(Individual-Reflect)、教示は受けずに協働で作業を行う協働・統制群(Collaborative-Control)、熟考教示を受けた上で協働作業を行う協働・熟考群(Collaborative-Reflect)の4群に分けた。タングラム課題には研究1と同じライオン課題を用いた(図2)。

(3) 研究3におけるアルゴリズム開発。本研究では、まず一般的なタングラム問題を以下のように定義した。

- ピースは閉じた有限の図形であり、ピースのエッジ(辺)は全て直線とする。
- ピース数 p 、ピースの形に関するデータ数(情報の量例えば各ピースの端点数合計)が cp である。
- 指定されたシルエット図形(その情報量 cs)を、与えられたピースで、ピースの重なりなしで構成する。

そして、ピースを2個に限定した場合について、以下の解法アルゴリズムを考案した。

4. 研究成果

(1) 研究1の実験結果は以下の点に要約できる。課題開始当初は、作業者は三角形や四角形など幾何学的に「きれいな形」にピースを配置する傾向があった。この点は、判断課題においてAやBのGeometricな組合せの方を他の組合せより「使える」と選択する傾向に表れた(図4上段)。こうした作業開始当初の制約は次第に緩和され、作業者は正解配置に含まれる不規則な配置(図2右灰色部分)にピースを置くようになった。このピース操作を反映して、判断課題においても正解配置に近いCやDのIrregularな組合せが選ばれる割合が高くなった(図4上段、下段)。重要な点は、課題を制限時間内に完成させたCompleterほど、割合の上昇が顕著だったことだった。一方、こうした漸近的な洞察の生起とは対照的に、作業者の完成への自信度はCompleterでも完成できなかったNon-completerでも時間とともに低下した。これらの知見から、タングラムの洞察的問題解決には課題解決に寄与する潜在的価値評価と、それとは独立した主観的な見通し評価の2つのシステムが関与することが明らかになった。

○ Completer (n=10) ▲ Non-completer (n=10)

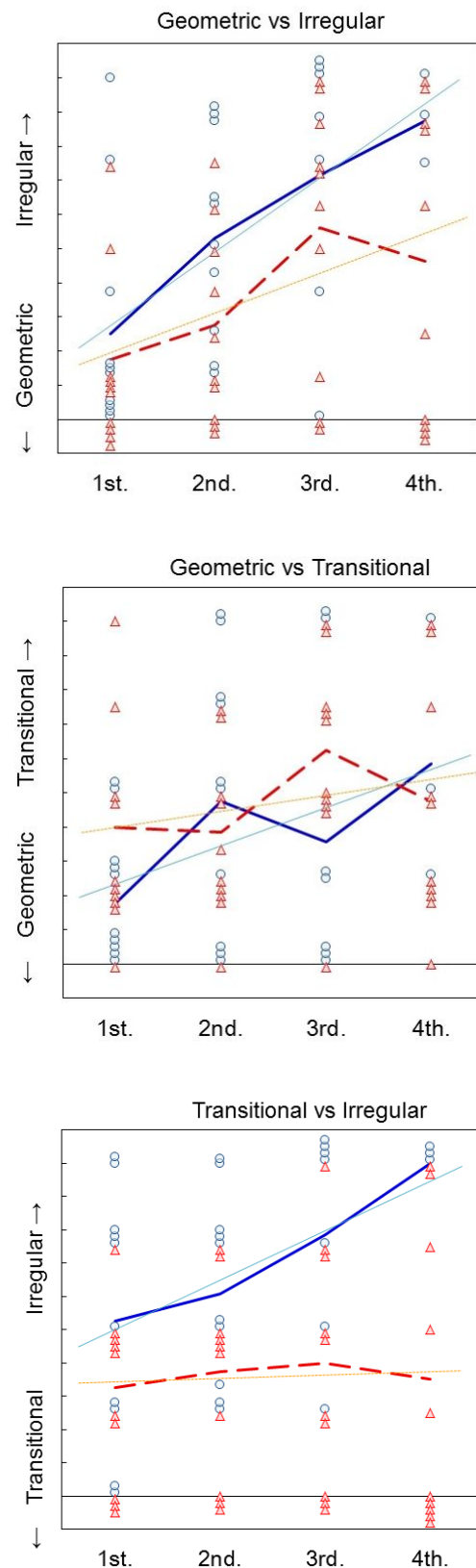


図4 判断課題における選択割合の推移。青いラインおよびマーカーは完成者(Completer)、赤いラインおよびマーカーは非完成者(Non-completer)を表す。

(2) 研究2における協働学習の効果は以下のように要約できる。熟考を求めた2群では個人条件でも協働条件でも、統制条件よりも完成率が高かった(図5)。このことから、熟考の教示が洞察を促進したことが明らかになった。さらに、協働・熟考群では完成率は2つの統制群よりも倍以上高く、個人・熟考群よりもわずかに高かったにもかかわらず、解決に要した時間の平均は他の3群よりも長かった(図6)。さらに、ライオン課題の正解配置の重要な要素である2つの大きな三角形ピースに関して、作業者(もしくは作業ペア)が作ったすべての組合せを抽出し、正解に近い配置の割合を算出した(図7)。その結果、熟考・協働群はずれた配置を作った割合は、非完成者よりは高かったが、4群の中で最も低かった。

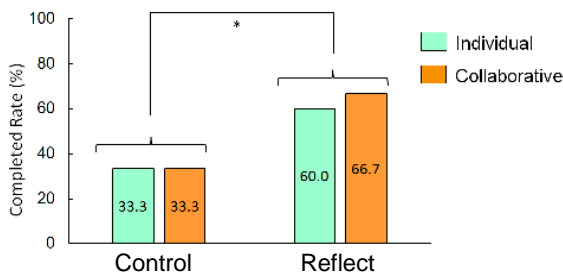


図5 協働条件と熟考条件ごとの4群における課題解決率

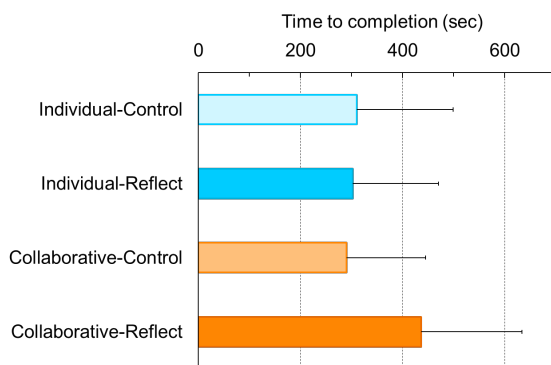


図6 協働条件と熟考条件毎の4群で解決に成功した個人もしくはペアの平均完成時間

上記の結果は、協働作業において熟考を促すと解決までに要した時間は遅延し、解決に有効な配置を検討する回数も減少したことを示す。これらの結果は、問題解決が後退しているかに見えるが、熟考・協働群の完成率自体は熟考・個人群よりもわずかに高かった。この点から本実験の結果は、熟考が厳選され

た選択肢について時間をかけて熟議することを促すことを示唆した。

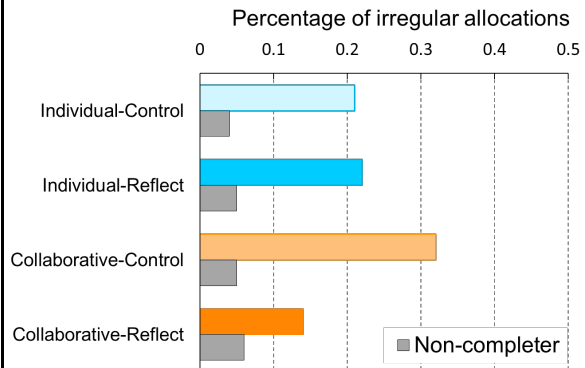


図7 作業者が2つの三角形ピースを不規則な組合せに配置した割合。協働条件と熟考条件毎の4群で完成者(もしくはペア)を比較した。グラフ中の灰色の棒は未完成者(Non-completer)の割合を表す。

(3) 研究3において開発された、タングラム解法の基本アルゴリズムは以下ようになった。

【アルゴリズム 2-Tangram】

入力 ($F_{\text{piece}(1)}\{P_{11}, P_{12}, \dots, P_{1n1}\}$, $F_{\text{piece}(2)}\{P_{21}, P_{22}, \dots, P_{2n2}\}$

$F_{\text{problem}}\{Q_1, Q_2, \dots, Q_{n3}\}$)

//以下{A-X}はアルゴリズムA-Xを呼び出すことを示す

begin

$F_{\text{PNormalize}} := F_{\text{problem}}$ を点 Q_1 で正規化した図形; {A-1}

Solvedflag:=0;

for i:=1 to 2 do

for j:=1 to n_i do

begin

$F_{\text{Pij}} := F_{\text{piece}(i)}$ を点 P_{ij} で正規化した図形; {A-1}

if $F_{\text{Pij}} \subset F_{\text{PNormalize}}$ then {A3-3}

begin

$F_{\text{work}} := F_{\text{PNormalize}} - F_{\text{Pij}}$; {A-4}

if $F_{\text{piece}(3-i)} = F_{\text{work}}$ then {A-2}

begin Solvedflag:=1;

解の情報 ($F_{\text{Pij}}, F_{\text{work}}$) を記憶

end

end

end;

if Solvedflag=1 then

begin

write('Solved'); 解の表示

end

else

write('Not Solved')

end.

このアルゴリズムの時間計算量は $O(\frac{1}{h} \max(n_1, n_2, n_3)^3)$

今後の課題としては次の点があげられた。
(1)本来の 7-ピースタングラムが解けるアルゴリズム開発。(2)アルゴリズム A-3 と同等もしくはよりよいアルゴリズム開発。(3)例えば GA(遺伝的アルゴリズム)等を用いた高速で、高い確率で解が求められるアルゴリズムの開発。(4)一般的な見地での数学モデル(一般的タングラム問題の公理系)の構築。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 2 件)

- (1) 大槻正伸・中野良樹・新井 広 パズルゲーム「タングラム」解法の基本アルゴリズム, 福島工業高等専門学校研究紀要(査読有), 第 56 巻, 19-24, 2016 年.
- (2) 児玉佳一・中野良樹 協働の形態が洞察的問題解決に及ぼす影響 - 数理パズル「タングラム」を用いた検討, 秋田大学教育文化学部教育実践研究紀要(査読有), 第 37 巻, 159-171, 2015 年.

[学会発表](計 2 件)

- (1) Nakano, Y. Overt and covert processes in insightful problem solving in the puzzle game of “Tangram”. The 14th European Congress of Psychology, P67, July, 2015, Milan, Italy.
- (2) Nakano, Y., & Kodama, K. : The effect of collaboration on insightful problem solving in the puzzle game of “Tangram”. The British Psychological Society: Cognitive Psychology Section 32nd Annual Conference. September, 2015, Canterbury, UK.

6. 研究組織

(1) 研究代表者

中野 良樹 (Nakano, Yoshiki)
秋田大学・教育文化学部・准教授
研究者番号: 50310991

(2) 連携研究者

大槻 正伸 (Ohtsuki, Masanobu)
福島工業高等専門学校・電気工学科・教授
研究者番号: 20203846

新井 広 (Arai, Hiroshi)
高知工科大学・共通教育・准教授
研究者番号: 80232023