

**科学研究費助成事業 研究成果報告書**

平成 29 年 6 月 23 日現在

機関番号：14301

研究種目：挑戦的萌芽研究

研究期間：2014～2016

課題番号：26600153

研究課題名(和文) マルチフィジクス効果を利用した流体デバイスの最適構造創成設計法の開発

研究課題名(英文) Development of an optimum structural design method for a fluid device using multiphysics effects

研究代表者

西脇 眞二 (Nishiwaki, Shinji)

京都大学・工学研究科・教授

研究者番号：10346041

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,000,000円

研究成果の概要(和文)：本研究では、流体の流速ならびに圧力に応じて最適な形状へと自動的に変化する潜在的機能を持ったスマート翼構造の創成設計法を開発する一環として、流体領域と構造領域の物理的変化とその連成関係を同時に考慮できるトポロジー最適化の方法の基礎理論をMoving Particle Semi-implicit (MPS)法に基づき構築した。なお、構造問題については、本研究の開始以前にはほぼ基礎理論の検討を終了していたので、流体問題に焦点を置き、トポロジー最適化の理論とその実装法について構築した。また、粒子法による流体解析手法と比較検討を実施するために、オイラー法に基づく手法についても検討を行った。

研究成果の概要(英文)：In this research, the basic theory of a topology optimization method that can consider physical changes and the coupled relation between fluid and structural domains based on the Moving Particle Semi-implicit (MPS) method was constructed as part of the development of an optimum design method for a smart blade structure that has a potential function to automatically change the blade shape to an optimum form depending on the flow velocity and fluid pressure. Since construction of the basic theory for the structural problem was essentially complete before this research project was started, we focused on the fluid mechanics problem when constructing the topology optimization theory and implementation method. Furthermore, the numerical results obtained by the MPS method were compared with topology optimization results based on the Euler method.

研究分野：構造最適化

キーワード：構造最適化 トポロジー最適化 流体解析 粒子法

### 1. 研究開始当初の背景

自然エネルギーを利用した発電システムへの注目が急速に高まっている。それらの多くは、流体の流れを回転運動に変換することによって、電気エネルギーを得るものであるため、流体現象を最適に制御することにより、効率よく電気エネルギーに変換することが可能になる。流体発電システムにおける発電効率の抜本的改善をする方法の一つとして、流速に応じた最適な形状へと自動的に変化する潜在的機能を持ったスマート翼構造の利用が考えられた。

### 2. 研究の目的

本研究では、流体の流速ならびに圧力に応じて最適な形状へと自動的に変化する潜在的機能を持ったスマート翼構造の創成設計法を開発する一環として、流体領域と構造領域の物理的変化とその連成関係を同時に考慮できるトポロジー最適化の方法の基礎理論を Moving Particle Semi-implicit (MPS) 法に基づき構築することを目的とした。なお、構造問題については、本研究の開始以前にほぼ基礎理論の検討を終了していたので、流体問題に関するトポロジー最適化の理論とその実装法の開発に焦点を置いた。また、粒子法による流体解析手法と比較検討を実施するために、オイラー法に基づく手法についても検討を行うことも目的とした。

### 3. 研究の方法

本研究では、上述の目的を達成するために、以下の方法論の構築を行った。

#### ① MPS 法に基づくトポロジー最適化問題の定式化

MPS 法では、粒子法の一つで、状態場を幾つかの仮想粒子の状態で表現していく。すなわち、十分な数の粒子を用意し、 $i$  番目の粒子に対して、次式に示す粒子数密度関数  $n_i$  を用いて、状態場を求める。

$$n_i = \sum_{j \neq i} w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{r}_i$  は  $i$  番目の粒子の位置ベクトル、 $w$  は次式に示す重み関数である。

$$w(r) = \begin{cases} 1 - 6\left(\frac{r}{r_c}\right)^2 + 8\left(\frac{r}{r_c}\right)^3 - 3\left(\frac{r}{r_c}\right)^4 & (0 \leq r < r_c) \\ 0 & (r \leq r_c) \end{cases} \quad (2)$$

上式から、下の演算子を導き、それにより非定常の非圧縮性流体の支配方程式であるナビエ・ストークス方程式を解く。

$$\langle \nabla \phi \rangle_i = \frac{d}{n^0} \sum_{j \neq i} \left[ \frac{\phi_j - \phi_i}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|^2} (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i) w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \right] \quad (3)$$

$$\langle \nabla^2 \phi \rangle_i = \frac{2d}{\lambda^0 n^0} \sum_{j \neq i} (\phi_j - \phi_i) w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|)$$

今、図 1 に示す簡単な流体場を対象に、最適化問題を定式化する。図のように、固定設

計領域を  $\Omega$  とする。また、固定設計領域  $\Omega$  のうち、固体領域を  $\Omega_s$ 、流体領域を  $\Omega_f$  とする。固体領域  $\Omega_s$  と流体領域  $\Omega_f$  は後述のレベルセット関数を用いて区別される。

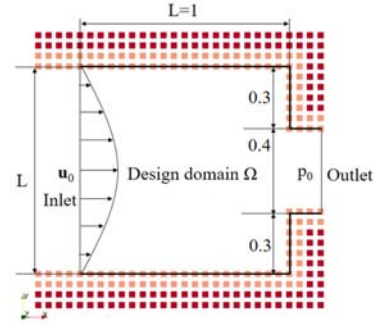


図 1 設計領域

ここでは、設計領域全体における流れのエネルギー損失最小化を目的関数として最適化問題を定式化すると次式となる。

$$\underset{\phi}{\text{minimize}} F(\mathbf{u}, p; \phi) = \int_0^T \int_{\Omega} H(-\phi) A(\mathbf{u}, \nabla \mathbf{u}, p) d\Omega dt \quad (4)$$

制約条件

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} - \mu \nabla^2 \mathbf{u} + \nabla p = 0 \text{ in } \Omega \quad (5)$$

$$-\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \text{ in } \Omega \quad (6)$$

$$H(\phi) \mathbf{u} = \mathbf{0} \text{ in } \Omega \quad (7)$$

$$\mathbf{u}(0, \mathbf{x}) = \mathbf{u}_0(\mathbf{x}) \text{ in } \Omega \quad (8)$$

$$\mathbf{u}(t, \mathbf{x}) = \mathbf{u}_D(t, \mathbf{x}) \text{ on } \Gamma_D \quad (9)$$

$$(-p\mathbf{I} + \mu \nabla \mathbf{u}) \mathbf{n} = \mathbf{0} \text{ on } \Gamma_N \quad (10)$$

$$\int_{\Omega} H(-\phi) d\Omega = V^* V_0 \quad (11)$$

ここで、 $\mathbf{u}$  と  $p$  は、それぞれ流体の速度と圧力、 $V_0$  は固定設計領域  $\Omega$  の体積、 $\Gamma_D$  と  $\Gamma_N$  はそれぞれディリクレ境界条件とノイマン境界条件が課される境界で、 $H$  はヘビサイド関数を示す。式(4)の  $A$  は次式となる。

$$A(\mathbf{u}, \nabla \mathbf{u}, p) = \frac{\mu}{2} [\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T] : [\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T] \quad (12)$$

また、トポロジー最適化の方法には、研究代表者のグループが開発してきた、レベルセット法による形状表現と、フェーズフィールド法に基づく方法を用いた。この方法では、固定設計領域を  $D$ 、求めたい最適構造を  $\Omega$  とし、次式に示すレベルセット関数により形状表現する。

$$\begin{cases} 0 < \phi(\mathbf{x}) \leq 1 & \text{if } \mathbf{x} \in \Omega \setminus \partial\Omega \\ \phi(\mathbf{x}) = 0 & \text{if } \mathbf{x} \in \partial\Omega \\ -1 \leq \phi(\mathbf{x}) < 0 & \text{if } \mathbf{x} \in D \setminus \Omega \end{cases} \quad (13)$$

このレベルセット関数を次式に示す反応拡散方程式により更新することにより形状変更を行い、最終的に最適構造を得る。

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = -K(\phi)(\bar{f}(\mathbf{x})H(\phi) - \tau \nabla^2 \phi) \quad (14)$$

ここで、 $\bar{f}(\mathbf{x})$ は設計感度である。次に、図2に示したようにレベルセット関数による形状表現結果に基づき、粒子の配置を行い、解析を行う。

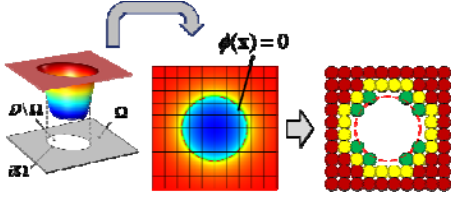


図2 レベルセット関数による形状表現結果による粒子の配置

## ② 非定常流における設計感度の導出

上に示した最適化問題について、式(14)による設計変数の更新に必要な設計感度を、随伴変数法により導出すると次式となる。

$$\begin{aligned} \bar{f}(\mathbf{x}) = & -\int_0^T \left( \frac{\mu}{2} [\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T] : [\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T] - \mathbf{u} \cdot \mathbf{v} \right) dt \\ & + \lambda + \Lambda \left( \int_{\Omega} H(-\phi) d\Omega - V^* V_0 \right) \end{aligned} \quad (15)$$

ここで、 $\lambda$ 、 $\Lambda$ は体積制約に関するそれぞれラグランジュ乗数、ペナルティパラメータで、 $\mathbf{v}$ は $\mathbf{u}$ の随伴変数で、次式に示す随伴問題を解くことにより得られる。

$$-\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} - \mu \nabla^2 \mathbf{v} + \nabla q = - \left( \frac{\partial A}{\partial \mathbf{u}} + \nabla \cdot \frac{\partial A}{\partial \nabla \mathbf{u}} \right) \text{ in } \Omega \quad (16)$$

$$-\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \text{ in } \Omega \quad (17)$$

$$\mathbf{v}(T, \mathbf{x}) = \mathbf{0} \text{ in } \Omega \quad (18)$$

$$(-p\mathbf{I} + \mu \nabla \mathbf{u}) \mathbf{n} = - \frac{\partial A}{\partial \nabla \mathbf{u}} \mathbf{n} \text{ on } \Gamma_N \quad (19)$$

## ③ オイラー法に基づくトポロジー最適化問題の定式化

オイラー法に基づく方法では、次式で示す乱流流体場を有限体積法で求める。

$$(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} + \nabla p - \nabla \cdot (2(\nu + \nu_t) \mathbf{C}(\mathbf{u})) = \mathbf{0} \text{ in } \Omega \quad (20)$$

$$-\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \text{ in } \Omega \quad (21)$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_0 \text{ on } \Gamma_D \quad (22)$$

$$(-p\mathbf{I} + 2(\nu + \nu_t) \mathbf{C}(\mathbf{u})) \mathbf{n} = \mathbf{0} \text{ on } \Gamma_N \quad (23)$$

ここで、 $\mathbf{C}(\mathbf{u})$ はひずみ速度テンソル、 $\nu$ は動粘性係数、 $\nu_t$ は渦粘性係数で、ここでは代表的な乱流モデルである  $k$ - $\epsilon$ モデルを用いて、次式で表す。

$$\nu_t = C_\nu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (24)$$

ここで、 $k$ は乱流エネルギー、 $\epsilon$ はエネルギー散逸率で、次式より計算する。

$$(\mathbf{u} \cdot \nabla) k - P + \epsilon - \nabla \cdot \left[ \left( \frac{\nu_t}{\sigma_k} + \nu \right) \nabla k \right] = 0 \quad (25)$$

$$(\mathbf{u} \cdot \nabla) \epsilon - (C_{\epsilon 1} P - C_{\epsilon 2} \epsilon) \frac{\epsilon}{k} - \nabla \cdot \left[ \left( \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} + \nu \right) \nabla \epsilon \right] = 0 \quad (26)$$

ここで  $P$  はレイノルズ応力  $\boldsymbol{\tau}$  を用いて  $P = \boldsymbol{\tau} : \nabla \mathbf{u}$  と定義される。

上式で示した流体の状態場において、体積制約のもと、設計領域全体における流れのエネルギー損失の最小化を図った。なお、トポロジー最適化の方法は、前述のレベルセット法による形状表現法を用いた。また、流体と構造の境界表現には、埋め込み境界法による方法を新しく開発した。

## 4. 研究成果

### ① MPS法における境界設定法の開発

前述した状態場や随伴場の解析をMPS法で行う際には、適切に境界条件を設定する必要がある。しかしながら、MPS法はラグランジュ記述のため、境界条件の設定がオイラー記述による有限要素法などに比べ難しいという問題がある。ここでは、それらを整理し、以下のように設定法としてまとめた。

#### 自由表面に関する境界条件

MPS法では、自由表面粒子の判定には粒子数密度を用いる。粒子  $i$  の粒子数密度  $n_i$  が次式の条件を満たせばその粒子は自由表面上にあると判定する。

$$n_i < \beta n^0 \quad (27)$$

ここで  $\beta$  は特定の定数である。

#### 圧力のポアソン方程式に関する境界条件

圧力のポアソン方程式を解く際には、圧力についての境界条件を付加する必要がある。粒子法の計算では通常、自由表面粒子の圧力を基準値として  $0[\text{Pa}]$  に固定する。ナビエ・ストークス方程式の圧力勾配項の計算では圧力は相対的な量として扱うことができるので、圧力の基準値として大気圧ではなく  $0[\text{Pa}]$  の境界条件を用いても問題ない。

#### 壁に関する境界条件

粒子法の壁面境界条件は流体粒子を通過させないために、図3に示すように、壁が存在する位置に4層粒子を配置する。その内、流体に接する内側の2層は圧力値をもつ壁粒子であり、流体に接しない外側の2層はダミー壁粒子である。このダミー壁粒子は、壁粒子が自由表面粒子と判定されないために、粒子数密度の計算にだけ用いられる粒子であり圧力値はもたない。ここで、壁面において圧力に関するノイマン境界条件を与えるために、以下のように設定する。

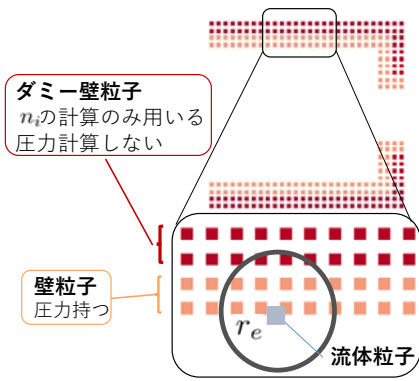


図3 壁に関する境界条件

流体粒子が壁近傍に存在するとき影響半径内にダミー壁粒子を含むように勾配モデルの影響半径を初期粒子間距離  $l_0$  の 2.1 倍とする。これにより、圧力勾配の計算の際、壁近傍に存在する流体粒子  $i$  の近傍粒子  $j$  がダミー粒子であればその粒子間の計算は行わない。この除外する操作は、粒子  $i$  と  $j$  の圧力が同じ場合に相当し、圧力勾配 0 のノイマン境界条件を表していることになる。この除外する操作は、粒子  $i$  と  $j$  の圧力が同じ場合に相当し、圧力勾配 0 のノイマン境界条件を表していることになる。また、壁面において滑りなし(no-slip)境界条件を付加するために、壁面粒子の速度を 0 に固定する近似的な方法を用いる。

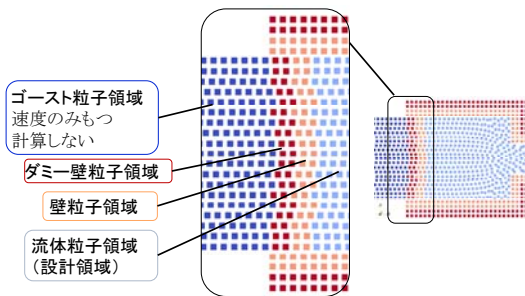


図4 流入口に関する境界条件

### 流入口に関する境界条件

粒子法はラグランジュ記述であるので、流入口においては、実際に粒子の流入が必要となる。ここでは、初期粒子配置として流入口から左側部分に観測時間が終了した時点で流入口に流体粒子が十分に存在するように粒子を配置し、それぞれの粒子にディリクレ境界条件として初期速度を与える。次に、圧力に関するノイマン境界条件を与えるために、図4に示すように、流入口左側の初期粒子間距離  $l_0$  の 2 倍分の領域を壁粒子領域、さらに左側の初期粒子間距離  $l_0$  の 2 倍分の領域をダミー壁粒子領域、さらに左側の領域をゴースト粒子領域とした。ここで、ゴースト粒子とは計算に全く関与しない粒子である。これにより、壁境界と同様に流入口においても圧力勾配 0 のノイマン境界条件を近似的に付加したことになる。また、流入口の端に存在

する流体粒子にもこの境界条件が付加されるように、壁を左側に 4 層分追加する。

### 流出口に関する境界条件

流出口において速度に関するノイマン境界条件を与えるために、以下のように設定する。まず、図5に示すように、流出口から外側に出た流体粒子をゴースト粒子に変換する。そして流体粒子が流出口に存在するとき影響半径内にゴースト粒子を含むようにラプラシアンモデルの影響半径を初期粒子間距離  $l_0$  の 3.1 倍とする。これにより、粘性項の計算の際、流出口に存在する流体粒子  $i$  の近傍粒子  $j$  がゴースト粒子であれば、その粒子間の計算は行わない。この除外する操作は、粒子  $i$  と  $j$  の速度が同じ場合に相当し、速度勾配 0 のノイマン境界条件を表していることになる。

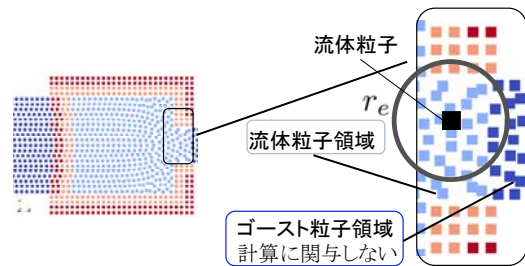


図5 流出口に関する境界条件

また、同様に流出口から外側に出た流体粒子をゴースト粒子に変換することで、流出口付近の流体粒子は粒子数密度が小さくなる。すなわち、流出口の流体粒子は自由表面粒子と判定され、圧力が 0 となる。これにより、流出口に静圧規定  $p_0=0[\text{Pa}]$  のディリクレ境界条件を付加したことになる

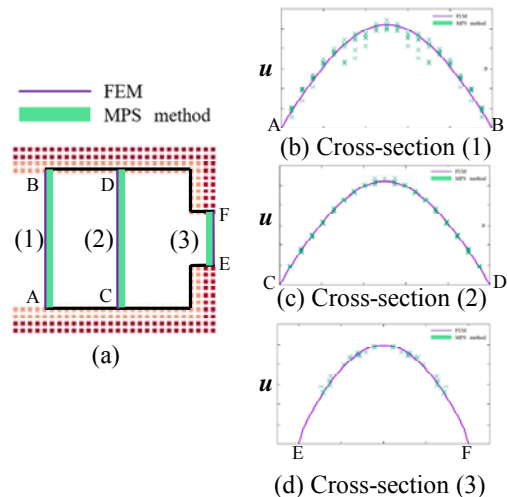


図6 MPS法と有限要素法の比較

次に、境界条件の妥当性を検証するため、図5(a)に示した3つの箇所、すなわち(1)流入口(図5(a)), (2)設計領域中央部(図5(b)), (3)流出口(図5(c))の3箇所の断面における速度分布を通常の有限要素法による解析結果と比較した。これより、速度分布のプロファ

イルは概ね一致しており、開発した境界設定法の妥当性を検証できた。

## ② MPSにおける感度解析の実装法の開発 随伴場の解析方法

非定常な流体場を対象にした場合、図 7(a)に示したように、通常、時刻 0 から観測時間  $T$  まで  $\Delta t$  毎に  $+t$  方向に順解析を行った後、 $T$  から 0 まで  $-t$  方向に随伴場の解析を行う。しかしながら、粒子法はあるまとまった流体場を 1 個の粒子として表現するため、この方法を用いると、随伴場において、ある  $k$  回目で流体粒子が存在していた位置に、同じ  $k$  回目での状態場において流体粒子が存在しているとは限らない問題点をもつ。この問題を解決するため、図 7(b)に示すように、状態場の解析において、ある時刻  $k$  から  $\Delta t$  だけ  $+t$  方向に順解析を行った後、その移動後の粒子の状態場を用いて  $\Delta t$  だけ  $-t$  方向に随伴場の解析を行う方法を開発した。

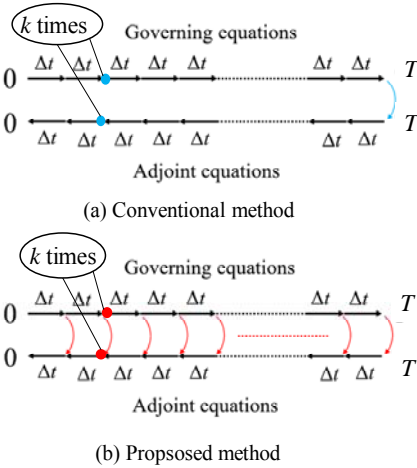


図 7 随伴場の解析方法

## 感度の導出方法

本方法では、図 8 に示すように、設計領域  $\Omega$  の各格子点上にレベルセット関数を設定している。式(15)の感度導出に必要な状態場の速度  $\mathbf{u}$  と随伴場の速度  $\mathbf{v}$  は、レベルセット関数を設置した各格子点上のそれぞれの速度を用いる必要がある。しかしながら、粒子法は前述した通り、ある領域の流体場を 1 個の粒子とみなしているため、その格子点上に粒子が存在するとは限らない可能性があり、その際には速度を補間して、格子点上のそれぞれの速度を求める必要がある。ここでは、式(2)の重み関数を用いて状態場と随伴場における各格子点上の速度  $\mathbf{u}'_k, \mathbf{v}'_k$  を次式により求める方法を開発した。

$$\mathbf{u}'_k = \frac{\sum_j \mathbf{u}_j w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}'_k|)}{\sum_j w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}'_k|)} \quad (28)$$

$$\mathbf{v}'_k = \frac{\sum_j \mathbf{v}_j w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}'_k|)}{\sum_j w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}'_k|)} \quad (29)$$

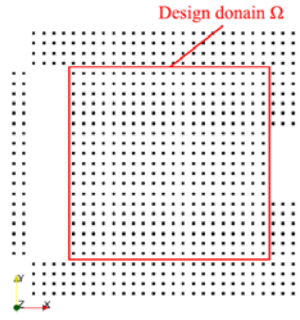


図 8 レベルセット関数の配置位置

## ③ オイラー法に基づくトポロジー最適化結果

乱流流体場を対象に、埋め込み境界法による流体と構造の境界表現を行ったトポロジー最適化の方法により得られた最適構造例を示す。図 9 に数値例として U 字型の曲がり管の設計領域を示す。図 10 に、レイノルズ数が 2000 で、体積制約を設計領域の 80% とした場合の最適構造を示す。これより、従来法の問題であった構造が設計境界を逸脱することなく、明瞭な最適構造が得られていることがわかる。

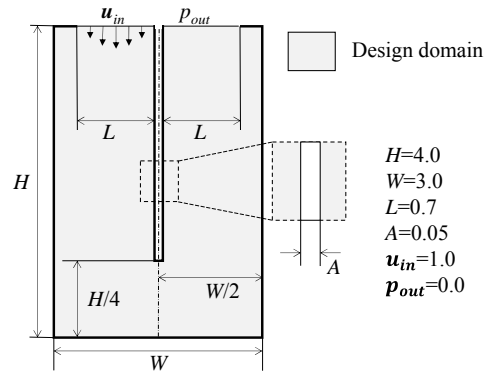


図 9 U 字型間曲がり管の設計領域



図 10 U 字型間曲がり管の最適構造

## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計1件)

- ① 古口睦士, 矢地謙太郎, 山田崇恭, 泉井一浩, 西脇眞二, 有限体積法を用いたレベルセット法に基づく非圧縮性粘性流れのトポロジー最適化, 日本計算工学会論文集, 査読有, 2015, No. 20150002  
<http://doi.org/10.11421/jscs.2015.20150002>

[学会発表] (計5件)

- ① 古口睦士, 久保世志, 矢地謙太郎, 山田崇恭, 泉井一浩, 西脇眞二, 乱流モデルを考慮したレベルセット法に基づく非圧縮性流れのトポロジー最適化, 日本機械学会 関西支部 第90期定時総会講演会, 2015年03月16日, 京都大学, 京都, 京都
- ② 古口睦士, 久保世志, 矢地謙太郎, 山田崇恭, 泉井一浩, 西脇眞二, 日本機械学会 第28回計算力学講演会 (CMD2015), 2015年10月10日~2015年10月12日, 横浜国立大学, 横浜, 神奈川県
- ③ Kubo, S., Koguchi, A., Yaji, K., Yamada, T., Izui, K., and Nishiwaki, S., Level set-based Topology Optimization Method for Fluid Problem Incorporating with an Immersed Boundary Method, 1st Asian Congress of Structural and Multidisciplinary Optimization (ACSMO2016), 2016年05月22日~2016年05月26日, Brick Hall, Nagasaki, Japan
- ④ 古口睦士, 久保世志, 矢地謙太郎, 山田崇恭, 泉井一浩, 西脇眞二, 壁面の取り扱いに埋め込み境界法を用いた定常の非圧縮性粘性流れのトポロジー最適化, 第26回設計工学・システム部門講演会, 日本機械学会, 2016年10月08日~2016年10月10日, 慶応大学, 横浜, 神奈川県
- ⑤ 古口睦士, 久保世志, 矢地謙太郎, 山田崇恭, 泉井一浩, 西脇眞二, 埋め込み境界で壁法則を適用した定常の非圧縮性粘性流れのトポロジー最適化, 第12回最適化シンポジウム, 日本機械学会, 2016年12月06日~2016年12月07日, 北海道大学, 札幌, 北海道

[図書] (計0件)

[産業財産権]

- 出願状況 (計0件)  
○取得状況 (計0件)

[その他]

ホームページ等

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

西脇 眞二 (NISHIWAKI, Shinji)  
京都大学・大学院工学研究科・教授  
研究者番号: 10346041

### (2) 研究分担者

山田 崇恭 (YAMADA, Takayuki)  
京都大学・大学院工学研究科・助教  
研究者番号: 30598222

泉井 一浩 (IZUI, Kazuhiro)  
京都大学・大学院工学研究科・准教授  
研究者番号: 90314228

### (3) 連携研究者

無し

### (4) 研究協力者

古口 睦士 (KOGUCHI, Atsushi)