

**科学研究費助成事業 研究成果報告書**

平成 29 年 6 月 23 日現在

機関番号：14301

研究種目：挑戦的萌芽研究

研究期間：2014～2016

課題番号：26610006

研究課題名(和文) 頂点代数における幾何学的手法

研究課題名(英文) Geometric methods in vertex algebras

研究代表者

荒川 知幸 (Arakawa, Tomoyuki)

京都大学・数理解析研究所・准教授

研究者番号：40377974

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,100,000円

研究成果の概要(和文)：Asymptoticカイラル微分作用素の概念を導入し、臨界レベルの単純アフィンW代数を、Slodowy多様体のジェットスキーム上のasymptoticカイラル微分作用素の層の大域切断として実現した(F. Malikov, 桑原俊郎との共同研究)。また、正標数でのアフィンリー環の表現論を脇本加群を用いて研究した(W. Wangとの共同研究)。

研究成果の概要(英文)：We introduced the notion of the asymptotic algebra of the chiral differential operators and realized the simple affine W-algebras at the critical level as the global section of the asymptotic algebra of the chiral differential operators on the jet scheme of Slodowy varieties (joint work with T. Kuwabara and F. Malikov). Also, we studied the modular representation theory of affine Kac-Moody algebras via Wakimoto modules (joint work with W. Wang).

研究分野：表現論

キーワード：群の表現 頂点作用素代数

### 1. 研究開始当初の背景

Borcherds によって導入された頂点代数は理論物理学の 2 次元の共形場理論の研究に起源を持つある種の代数系であり、有限群論、モジュラー関数、代数幾何学、トポロジー、可積分系、組合せ論など、さまざまな分野に応用を持つ事が知られている。一方、その代数系としての構造は一般には極めて複雑であり、ネーター性も成立しない為頂点代数の構造・表現論の解析の為に使用できる手法が非常に少なかった。

### 2. 研究の目的

超局所解析などの表現論における幾何学的手法のうち可能なものを頂点代数の理論へ取り込むことを目的とする。

### 3. 研究の方法

本研究は、頂点(作用素)代数、アフィンリー環の表現論、保型形式論、群論、特異点論、シンプレクティック幾何、素粒子論と広範囲な分野にまたがっているため、研究遂行には多数の海外共同研究者を含めた研究協力者との共同研究と、物理学を含めた各分野の研究者との交流による情報収集が必要不可欠である。またより良いアイデアを得るため、必ずしも専門家とは限らない多くの若手研究者を招聘し議論を交わすことも大切である。そのため、国内外の専門家や若手研究者の招聘、国内および国際研究集会への参加・講演を行う。

### 4. 研究成果

Asymptotic カイラル微分作用素の概念を導入し、臨界レベルの単純アフィン W 代数を Slodowy 多様体のジェットスキーム上に Asymptotic カイラル微分作用素の層の大域切断として実現した (F. Malikov, 桑原俊郎との共同研究、論文)。また、正標数でのアフィンリー環の表現論を脇本加群を用いて研究した (W. Wang との共同研究、論文)。

### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 7 件)

Tomoyuki Arakawa, Two-sided BGG resolutions of admissible representations, Represent. Theory 18 (2014), 183-222. <http://dx.doi.org/10.1090/S1088-4165-2014-00454-0>

T. Arakawa, T. Kuwabara and F. Malikov, Localization of affine W-algebras, Comm. Math. Phys, April 2015, Volume 335, Issue 1, pp 143-182. <http://dx.doi.org/10.1007/s00220-014-2183-x>

Tomoyuki Arakawa, Associated varieties

of modules over Kac-Moody algebras and C2-cofiniteness of W-algebras, Int. Math. Res. Notices (2015) Vol.2015 11605--11666. <http://dx.doi.org/10.1093/imrn/rnu277>.

Tomoyuki Arakawa, Rationality of W-algebras: principal nilpotent cases, Ann. Math. 182 (2015), 565-604. <http://dx.doi.org/10.4007/annals.2015.182.2.4>.

Tomoyuki Arakawa, Rationality of admissible affine vertex algebras in the category 0, Duke Math. J, Volume 165, Number 1 (2016), 67-93, <http://dx.doi.org/10.1215/00127094-3165113>

Tomoyuki Arakawa and Weiqiang Wang, Modular affine vertex algebras and baby Wakimoto modules, Proc. Symp. Pure Math., Volume: 92 (2016), 14-29. <http://bookstore.ams.org/pspum-92/>

Tomoyuki Arakawa and Alexander Molev, Explicit generators in rectangular affine W-algebras of type A, Lett. Math. Phys. 107(1), 47-59, 2017. <http://dx.doi.org/10.1007/s11005-016-0890-2>

[学会発表](計 40 件)

Tomoyuki Arakawa, Feigin-Frenkel, Adamovic-Milas, and Frenkel-Kac-Wakimoto, Workshop "Lie theory and mathematical physics", Centre de recherches mathématiques, Université de Montréal, Canada, May 22, 2014.

Tomoyuki Arakawa, Minimal models of W-algebras, Algebraic Lie theory and representation theory, The International Centre for Mathematical Sciences (ICMS), Edinburgh, UK, September 1, 2014.

荒川 知幸, 霧零軌道と W 代数, 第 59 回代数学シンポジウム, 東京大学大学院数理学研究科, 2014 年 9 月 11 日.

Tomoyuki Arakawa, Localization of affine W-algebras at the critical level, Algebra Seminar, Université de Poitiers, France, October 2, 2014.

Tomoyuki Arakawa, Nilpotent orbits and affine W-algebras, Séminaire "Groupes de Lie et espaces des modules", Université de Genève, Genève, Switzerland, October 7, 2014.

Tomoyuki Arakawa, Orbites nilpotentes et W-algèbres affines, Séminaire d'algèbre de Lyon, Lyon, France, October 9, 2014.

Tomoyuki Arakawa, Nilpotent orbits, affine Kac-Moody algebras, and affine W-algebra, Séminaire Caen Cergy Clermont Paris - Théorie des Représentations,

Université Paris Diderot-Paris 7, Paris, France, October 17, 2014.

Tomoyuki Arakawa, Localization of affine W-algebras at the critical level, Algebra Seminar, Technische Universität Darmstadt, Darmstadt, Germany, October 21, 2014.

Tomoyuki Arakawa, Introduction to W-algebras and their representation theory (12 hours lectures), Minicourse of the session "Vertex algebras, W-algebras, and applications", The Centro di Ricerca Matematica Ennio De Giorgi, Pisa, Italy, December 2014 and January 2015.

Tomoyuki Arakawa, Trace functions of Kac-Wakimoto admissible representations, Taitung Workshop on finite groups, VOA and algebraic combinatorics, March 8, 2015.

Tomoyuki Arakawa, W-algebras and Frenkel-Kac-Wakimoto conjecture, Colloquium, Academia Sinica, Taiwan, March 12, 2015.

Tomoyuki Arakawa, Admissible representations and minimal models of W-algebras I, Representation Theory XIV IUC, Dubrovnik, Croatia, June 22, 2015.

Tomoyuki Arakawa, Admissible representations and minimal models of W-algebras I, Representation Theory XIV IUC, Dubrovnik, Croatia, June 25, 2015.

Tomoyuki Arakawa, Joseph ideals and lisse minimal W-algebras, Summer School and Workshop on Lie Theory and Representation Theory IV, East China Normal University, Shanghai, China, July 2, 2015.

Tomoyuki Arakawa, Sheets and affine vertex algebras, Vertex operator algebra and Related Topics, Sichuan University, Chengdu, China, September 10, 2015.

Tomoyuki Arakawa, Associated varieties of vertex algebras, Algebra seminar, Sao Paulo University, November 19, 2015.

Tomoyuki Arakawa, Associated varieties and chiral algebras of class S, JC String Seminar, Theoretical Physics Institute ICTP-SAIFR, Sao Paulo, Brazil, December 11, 2015.

Tomoyuki Arakawa, Modular invariance of trace functions of Kac-Wakimoto admissible representations, Lie and Jordan Algebras, their Representations and Applications VI dedicated to Efim Zelmanov's 60th birthday, Bento Gonçalves, Brazil, December 13, 2015.

Tomoyuki Arakawa, Associated varieties of vertex algebras, MIT Infinite Dimensional Algebra Seminar, MIT, USA, February 5, 2016.

Tomoyuki Arakawa, Deligne exceptional series, Feigin-Frenkel conjecture, and W-algebras, Boston University Geometry and Physics Seminar, March 16, 2016.

⑲ Tomoyuki Arakawa, Deligne exceptional series, Feigin-Frenkel conjecture, and W-algebras, Representation theory and symplectic singularities in honour of Sasha Premet's 60th birthday, April 4, 2016.

⑳ Tomoyuki Arakawa, Pentagonal number theorem and representation theory, Colloquium, University of Virginia, April 21, 2016.

㉑ Tomoyuki Arakawa, Vertex algebras and symplectic varieties, Algebra Seminar, University of Virginia, April 22, 2016.

㉒ Tomoyuki Arakawa, Vertex algebras and symplectic varieties, CMSA Special Mathematical Physics Seminar, Harvard University, May 13, 2016.

㉓ Tomoyuki Arakawa, The Adamovic-Milas conjecture and application, Colloquium, University of Zagreb, Croatia, June 1, 2016.

㉔ Tomoyuki Arakawa, Beyond C2-cofiniteness, Seminar on Algebra, University of Zagreb, Croatia, June 7, 2016.

㉕ Tomoyuki Arakawa, Equivariant affine W-algebras, Nilpotent Orbits and Representation Theory, Centro di Ricerca Matematica Ennio De Giorgi (CRM), Pisa, Italy, June 16, 2016.

㉖ Tomoyuki Arakawa, On the 2d TQFT associated with vertex algebras, Conference in Finite Groups and Vertex Algebras dedicated to Robert L. Griess on the occasion of his 71st birthday, August 26, 2016.

㉗ Tomoyuki Arakawa, On the 2d TQFT associated with vertex algebras, MIT Infinite Dimensional Algebra Seminar, MIT, USA, September 9, 2016.

㉘ Tomoyuki Arakawa, Vertex algebras and symplectic varieties, Colloquium, University of Texas at Arlington, September 30, 2016.

㉙ Tomoyuki Arakawa, Vertex algebras and symplectic varieties, Colloquium, the University of Poitiers, France, November 2, 2016.

㉚ Tomoyuki Arakawa, Moore-Tachikawa conjecture and chiral algebras of class S, Sydney-UNSW Joint Colloquium, the University of Sydney, November 25, 2016.

㉛ Tomoyuki Arakawa, Moore-Tachikawa conjecture and chiral algebras of class S, 60th Annual Meeting of the Australian Mathematical Society, Australian National

University, Canberra, December 5, 2016.

③④ Tomoyuki Arakawa, Associated varieties of vertex algebras, Exact operator algebras in superconformal field theories, Perimeter Institute, Waterloo, Canada, December 14, 2016.

③⑤ Tomoyuki Arakawa, Construction of genus zero chiral algebras of class S, Exact operator algebras in superconformal field theories, Perimeter Institute, Waterloo, Canada, December 14, 2016.

③⑥ Tomoyuki Arakawa, Moore-Tachikawa conjecture and chiral algebras of class S, Seminaire Geometrie Algebrique, Laboratoire Paul Painleve, Universite de Lille, France, January 31, 2017.

③⑦ Tomoyuki Arakawa, Moore-Tachikawa conjecture and chiral algebras of class S, Technische Universitat Darmstadt, 7th Seminar on Conformal Field Theory, February 3, 2017.

③⑧ Tomoyuki Arakawa, GKO construction of minimal series W-algebras, MIT Infinite Dimensional Algebra Seminar, February 17, 2017.

③⑨ Tomoyuki Arakawa, Vertex operator algebras and symplectic varieties, Colloquium, UC Santa Cruz, USA, March 7, 2017.

④⑩ Tomoyuki Arakawa, Coset Construction of W-algebras, Algebra and Number Theory Seminar, UC Santa Cruz, March 10, 2017.

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕

出願状況(計 0 件)

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
出願年月日：  
国内外の別：

取得状況(計 0 件)

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
取得年月日：  
国内外の別：

〔その他〕  
ホームページ等

<http://www.kurims.kyoto-u.ac.jp/~arakawa/>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

荒川 知幸 (ARAKAWA, Tomoyuki)  
京都大学・数理解析研究所・准教授  
研究者番号: 40377974