

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 28 年 6 月 3 日現在

機関番号：33917

研究種目：挑戦的萌芽研究

研究期間：2014～2015

課題番号：26630197

研究課題名(和文)主成分分析と無限次元安定多様体理論による非線形分布定数系の最適制御

研究課題名(英文)Optimal control for distributed parameter system via Stable Manifold Method and Proper Orthogonal Decomposition Method

研究代表者

坂本 登 (SAKAMOTO, Noboru)

南山大学・理工学部・教授

研究者番号：00283416

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,000,000円

研究成果の概要(和文)：主成分分析法から発展したPOD Galerkin法というモデル縮約の理論を最適制御設計への展開に適した形態で改良した。本手法では、応答データの主要な成分を適切に抽出することで、従来法と比較して著しい低次元化が可能であり、これに基づき、安定多様体法を適用する理論的枠組みを開発した。検証対象として(粘性)バーガース方程式を取り上げ、従来法と比較して有意義な制御性能向上が見られ、提案手法の可能性の高さを示すことができた。

研究成果の概要(英文)：We modified the Proper Orthogonal Galerkin Method, which is a sort of Principal Component Analysis Method, in order to apply Stable Manifold Method by Sakamoto for distributed parameter systems. The Stable Manifold Method is applied for reduced order model of viscous Burgers equation and the effectiveness of the combined method is confirmed.

研究分野：非線形制御

キーワード：分布定数系 非線形制御 安定多様体法 最適制御

1. 研究開始当初の背景

流体，熱，構造物など分布定数系で表される工学対象は多く存在するが，その無限次元性のため，制御系の設計論は十分な開発が行われているとは言えない．特に，現実には非線形性を有するため，既存の線形設計理論では制御性能が不十分であり，より高性能な設計法とその計算理論が望まれている．

2. 研究の目的

本研究では，非線形分布定数系に対する最適制御系の設計理論の開発とその計算法の確立を目指す．

3. 研究の方法

研究代表者は，有限次元非線形系に対する最適制御の計算理論の開発を行ってきた．これは，ハミルトン・ヤコビ方程式（以下，HJ方程式と略する）という偏微分方程式の解法理論が核となっている．この手法は，安定多様体法とよばれ，多くの実験検証がなされている．

4. 研究成果

本研究の成果は以下の三段階に分類される．  
 (1)非線形分布定数系に対する低次元化の理論  
 (2)最適制御則の計算理論開発  
 (3)具体例による検証

これらについて，詳細を報告する．

(1)低次元化理論：

線形分布定数系と異なり，非線形系ではモード展開という便利な手法が使えない．そこで，主成分分析法から発展した POD ガラーキン法というモデル縮約の理論を最適制御設計への展開に適した形態で改良した．この手法の利点は，シミュレーションや実験データから低次元モデルを導けることである．有限要素法による近似では，一般に得られるモデルは高次元になってしまうが，本手法では，応答データの主要な成分を適切に抽出することで，従来法と比較して著しい低次元化が可能であることがわかった．

(2)最適制御計算：

前記のモデル縮約によって，安定多様体法の利用が可能となる．安定多様体法は，HJ方程式の解法として現在最も有望な手法の一つであるが，システムの次元の増加に対する計算量の増加に課題が残っている．しかし，本研究の POD ガラーキン法は，応答の主要情報を落とすことなく大幅な低次元化が可能であり，安定多様体法との連携が行いやすいという特徴をもっている．

(3)具体例による検証：

本研究では，検証対象として（粘性）バーガース方程式（図 1）を取り上げた．これは，非線形偏微分方程式としては比較的簡潔で

あるが，交通流，音響伝達，航空機の翼まわりの流れなど，数多くの現象を記述することができるテストモデルとして有用である．本

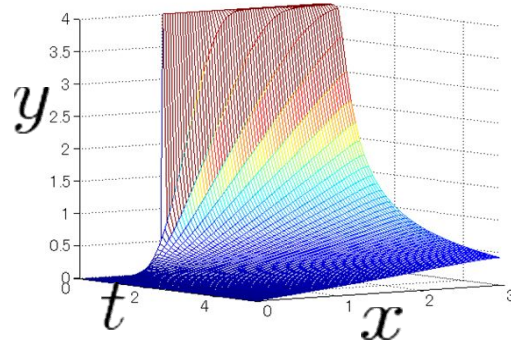


図 1：バーガース方程式の自由応答

研究では，このモデルに対して，有限要素法によって自由応答を計算し，そのデータに対して POD ガラーキン法を適用することで，2次元モデルを構成した．さらに，この2次元モデルを安定多様体法によって最適制御の計算に用い，安定化制御のシミュレーションを行った．得られた制御性能には，従来法と比較して有意義な向上が見られ，提案手法の可能性の高さを示すことができた．図 2 に本

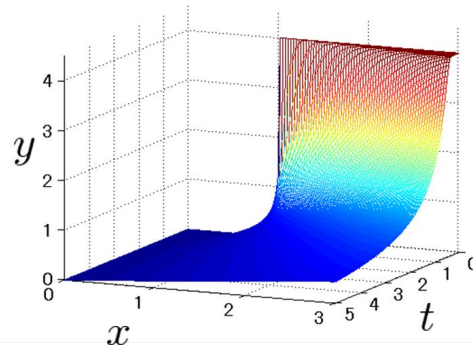


図 2：バーガース方程式の閉ループ応答

手法によって制御されたバーガース方程式の時間応答を示す．図 1 の自由応答と比べ， $y$  成分が抑えられていることがわかる．従来法である線形制御による評価関数値が  $J=18.0$  であったのに対し，提案手法による評価関数値は， $J=13.8$  となった．

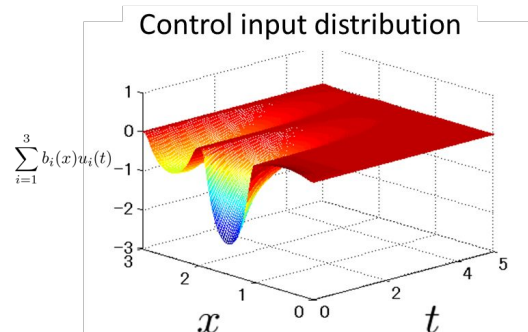


図 3：入力応答

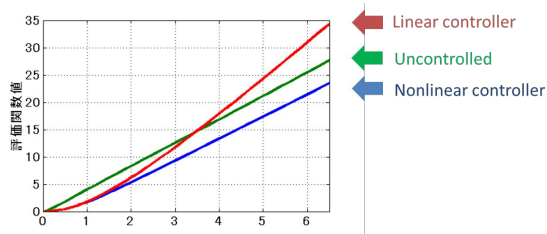


図 4：制御なし，線形制御，非線形制御による評価関数の比較

図 4 は，制御なし，線形制御（従来法），提案手法（非線形制御）による評価関数の値を初期条件を横軸にとって比較したものである．非線形制御では，より大域的に評価関数値を下げる効果が表れている．

今後の課題：

- 1) 不安定システムへの展開：現在は対象システムの安定性に依存した理論となっている．不安定性を有するシステムや衝撃波が現れるシステムなどが扱えるような枠組みが必要である．
- 2) データ取得法の改善：有限要素法によるシミュレーションだけでなく，実験結果に基づく設計が望まれる．また，市販の PDE シミュレーションソフトを利用することも研究の進展速度を上げることに役立つと思われる．
- 3) 工夫など計算法の新しい課題を解決する必要がある．また，より複雑な非線形分布定数系の制御に取り組むなど，実例を増やしていく必要がある．
- 4) 熱（拡散方程式）の制御：産業応用が多い型の分布定数系であり，今後の重要な課題である．
- 5) 反応拡散系：ネットワークやマルチエージェントシステムとも関連する型の分布定数系であり，応用が期待できる．

5．主な発表論文等

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕(計 5 件)

Y.Abe, G.Nishida, N.Sakamoto, Y. Yamamoto, Robust nonlinear H-infinity control design via stable manifold method, Mathematical Problems in Engineering, Vol. 2015, Article ID 198380, 2015

G.Nishida, Y.Abe, N.Sakamoto, Y.Yamamoto, Robustness analysis of optimal regulator for vehicle model with nonlinear friction, International Journal of Emerging Technology and Advanced Engineering, Vol. 5, Issue 6, pp. 25-30, 2015

Y.Abe, G.Nishida, N.Sakamoto, Y. Yamamoto, Symplectic numerical approach for nonlinear optimal control of systems with inequality constraints, International Journal of Modern Nonlinear Theory and Application Vol. 4, No. 4, pp. 234-248, 2015

濱口謙一, 西田豪, 坂本登, 山本裕, モデル縮約に基づく非線形偏微分方程式の最適フィードバック制御, 計測自動制御学会論文集, 第 51 巻第 3 号, pp. 181-188, 2015

濱口謙一, 西田豪, 坂本登, 山本裕, 安定多様体法における Hamilton-Jacobi 方程式の高速数値解法, システム・制御・情報学会論文集, 第 28 巻 1 号, pp. 32-39, 2015

〔学会発表〕(計 8 件)

N.Sakamoto, G.Nishida, Nonlinear optimal control: Stable manifold approach, Half-Day Workshop at the 54th IEEE Conference on Decision and Control, 大阪, 2015 年 12 月 14 日

G.Nishida, N.Sakamoto, Robustness of Nonlinear Optimal Regulator for Reduced Distributed Parameter System, SIAM Conference on Control and Its Applications, パリ, 2015 年 7 月 8 日

K.Hamaguchi, G.Nishida, N.Sakamoto, Y.Yamamoto, Nonlinear optimal control in catalytic process via stable manifold method, Proceedings of the 5th IFAC Workshop on Lagrangian and Hamiltonian Methods for Non Linear Control, リヨン, 2015 年 7 月 4 日

Y.Abe, G.Nishida, N.Sakamoto, Y. Yamamoto, Nonlinear H-infinity control of vehicle model via stable manifold method, Proceedings of the SICE International Symposium on Control Systems, 東京, 2015 年 3 月 4 日

西田豪, 坂本登, 非線形分布定数系に対する最適制御の外乱に対するロバスト性について, 第 57 回自動制御連合講演会, 群馬, 2014 年 11 月 10 日

K. Hamaguchi, G. Nishida, N. Sakamoto, Suboptimal feedback control of nonlinear distributed parameter systems by stable manifold method, Proceedings of the 19th IFAC World Congress, ケープタウン, 2014 年 8 月 24 日

西田豪, 分布定数系の制御系設計における数値解法, 第 1 回計測自動制御学会制御部門マルチシンポジウム, 東京, 2014 年 3 月 4 日

濱口謙一，西田豪，山本裕，縮約モデル  
に基づく非線形偏微分方程式系の最適  
制御設計，第1回計測自動制御学会制御  
部門マルチシンポジウム，東京，2014  
年3月4日

6．研究組織

(1)研究代表者

坂本登 (SAKAMOTO, Noboru )  
南山大学・理工学部・教授  
研究者番号：00283416

(2)研究分担者

西田豪 (NISHIDA, Gou )  
東京工業大学・情報理工学研究科・研究員  
研究者番号：80435669