

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 29 年 6 月 19 日現在

機関番号：12701

研究種目：挑戦的萌芽研究

研究期間：2014～2016

課題番号：26630451

研究課題名(和文) 微分方程式の数値解析における不確定性評価手法の研究

研究課題名(英文) Development of uncertainty analysis methods for numerical analysis of partial differential equations

研究代表者

川村 恭己 (Kawamura, Yasumi)

横浜国立大学・大学院工学研究院・教授

研究者番号：50262407

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,000,000円

研究成果の概要(和文)：一般に、系固有の不確定性を有する問題において、応答の不確定性を評価するためには、モンテカルロ法等を用いて入力値を変化させて多数の解析を行う必要がある。しかしながら、問題が複雑になるとその実施は困難となる。近年、多項式カオス展開による応答曲面を用いて不確定性解析を行う手法が提案されてきた。本研究では、この考え方を構造及び流体解析における微分方程式に直接的に適用して不確定性を考慮した方程式を導出し解析することにより、応答の不確定性を合理的に評価する手法を検討した。具体的には、構造分野においては静弾性問題及び固有値問題の不確定性解析手法を、流体分野においては、不連続流れの不確定性解析手法を検討した。

研究成果の概要(英文)：In order to evaluate the uncertainty of response for the problem with inherent uncertainties, Monte Carlo simulation (MCS) is usually used in which many deterministic analyses should be carried out by changing the inherent uncertainty parameters. However, as the problem becomes more complicated, the cost of the analysis becomes high so that application of MCS for the uncertainty analysis becomes difficult. In this study, by applying response surface methodology with polynomial chaos expansion (PCE) to the partial differential equations directly, the stochastic analysis formulation is developed which is a natural extension of the deterministic problem to the space of random variables. The effectiveness and validity of the stochastic formulation is investigated for the structural problems (elastostatics and eigenvalue problem) and the fluid problems (compressible quasi-1D flow).

研究分野：船舶海洋工学、構造力学、CAE

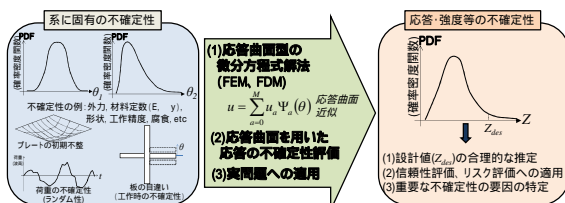
キーワード：不確定性解析 材料・構造力学 流体力学 応答曲面 多項式カオス展開

1. 研究開始当初の背景

船体構造には様々な不確定性が存在する。従来から、材料(降伏応力・ヤング係数等)・形状(板厚や寸法)、溶接変形、腐食衰耗、さらには荷重に関する統計的性質の調査・検討が行われてきた。このような様々な「入力(系固有の)不確定性」を有する構造物の「応答の不確定性」を評価するためには、入力値を様々な変化させて多数の解析を行う必要があるが(モンテカルロ法等)、非線形問題等のように問題が複雑になるとその実施は困難である場合が多い。また、複数の解析結果を用いて応答曲面を生成する方法があるが、その場合は推定精度を定量的に評価するのが困難である。このような中、近年、確率論の分野においては、不確定性の伝播(Uncertainty Propagation)の解析のために、特殊な応答曲面(多項式カオス展開(PCE=Polynomial Chaos Expansion))を用いる手法が提案されてきた。この手法では、確率変数の性質に応じて選択された基底関数の重ね合わせで応答を表現するとともに、確率密度関数に関する多項式の基底関数の直交性の性質を利用して、効率的に応答の不確定性を推定するものである。現状では、この方法は主として既存の解析コードを用いて応答曲面を生成するという(non-intrusive な)手順の中で使われているが、この考え方を微分方程式の数値解法に直接的に(intrusive に)応用すれば、不確定性を考慮した複雑な方程式の効率的かつ合理的な解析が可能になると考えられる。

2. 研究の目的

以上のような背景から、本研究では、まず第一に、不確定性を有する微分方程式の体系的な解析法(解の不確定性の解析法)の検討を行う。具体的には、(1)応答曲面を用いた解の近似表現を用いた応答曲面型微分方程式の解析法を構造・流体分野でそれぞれ定式化するとともに、(2)それを用いた応答の不確定性の評価手法を検討する(図 1)。さらに第二の目的として、(3)この考え方を実際の構造解析(FEM 解析)や流体解析(CFD 解析)に応用し、その有効性を検討する。これらの検討により、不確定性評価手法の基礎を築くとともに、将来的な構造・流体の連成解析における不確定性評価に応用できるような手法を開発することを目標とする。



3. 研究の方法

研究の初年度は、単純な問題を用いて PCE

による応答曲面を用いた微分方程式数値解法の定式化とその有効性について検討した。応答曲面としては、PCE による多項式近似を検討するとともに、近似次数の影響や非正規分布への対応を検討した。2 年目以降は、上記の定式化と解析で得られた知見を基に、実際的な問題へと適用する。具体的な問題としては、構造分野においては有限要素法による静弾性解析における形状の不確定性を有する問題や、構造に関係する固有値問題(振動問題や座屈解析)への適用を試みた。流体分野では翼形状など実用解析への適用を目指して、まず準一次元の圧縮性流体方程式に対する intrusive PCE の解析手法を開発した。特に、衝撃波を含む流れにおける multi-element (ME) PCE の有効性を示した。

これらの適用例においては、提案手法によって得られた応答の統計的性質を、単純なモンテカルロ法と比較することにより、精度や計算効率を検討し、本提案手法の有効性を検証した。

4. 研究成果

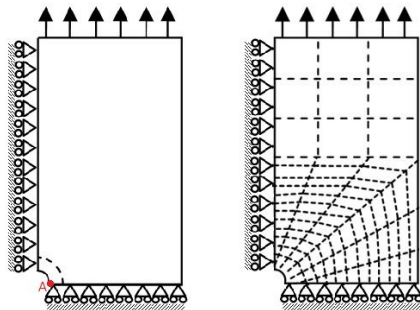
本研究では、構造分野と流体分野において不確定性解析手法を検討した。以下にそれぞれ分野における研究成果を示す。

(1) 構造解析分野

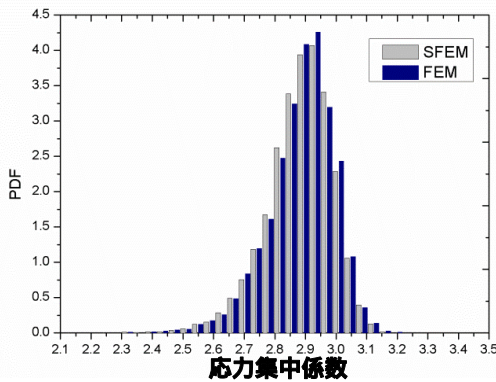
一般に構造物を製造する際には、設計段階で構造寸法や材料を定め、それを基に製造する。また、設計時に実施される構造解析においては、構造寸法や材料特性が与えられたとして確定的な有限要素解析等が実施されることになる。しかしながら、現実の構造物には多くの不確定性要因が存在する。例えば、工作精度の問題や構造部材寸法のバラつき、構造物の経年変化等により、実際の構造物の寸法は設計時の寸法からの差異が生じることになるため、構造には形状不確定性が存在する。また、材料特性についてもその剛性や強度に関してバラつきが存在することが知られている。このような系に固有の不確定性が存在した場合、その応答(変位、応力、強度)にも不確定性が存在することになる。よって、構造に不確定性を有する場合には、それに対する構造応答の不確定性を適切に評価することが重要となってくる。本研究では、構造物に固有の不確定性に対する応答の不確定性を評価する確率有限要素法について検討する。従来の構造に関する不確定性解析においては、汎用の有限要素解析プログラムを用いたモンテカルロ法等が用いられてきた。しかしながら、モンテカルロ法では系固有の不確定性に基づいて設定した多数回の条件による多数の計算が必要となり、計算時間がかかるという問題がある。そのため、不確定性を原理的に包含した構造解析手法を開発する必要があると考えられる。以上のような背景から、本研究では、以下のように、不確定性を考慮した確率有限要素法による

構造解析手法の開発を行った。

まず第一に2次元静弾性問題を対象として、構造の形状不確定性に対する応答(変位, ひずみ, 応力)の不確定性を評価するための確率有限要素法を開発した。具体的には、系の固有不確定性(形状と相関する節点座標)と応答を多項式カオス展開法で表すことにより、確率有限要素法の定式化を行った。図2に、円孔を有する長方形板が引張荷重を受ける問題において、円孔サイズの不確定性が応力集中の不確定性に対する影響を評価した例を示す。図のように提案した確率有限要素法(SFEM)による評価と、モンテカルロ法(FEM)を用いた評価結果がほぼ一致することがわかる。本提案手法を用いることによりモンテカルロ法のような多数回の解析が不要となり、主要な剛性方程式をただ1回解くことにより節点の変位, ひずみ, 応力応答の不確定性を推定することが可能となった。



(a)円孔サイズに不確定性を有する問題



(b)推定された応力集中係数の分布

図2 応力集中係数の不確定性評価結果

また本研究では第2に、固有値問題における不確定性解析手法の開発を行った。具体的には、系に固有の不確定性が固有値・固有ベクトルの不確定性に与える影響を評価するために、以下のような2種類の確率固有値問題の解析手法の開発を行った。(i)改良型確率逆べき乗法の開発では、最小固有値とそれに対応する固有ベクトルの不確定性を評価することが可能となった。本手法では、系に固有の不確定性と固有値・固有ベクトルを多項式カオス展開で表現することにより、改良型確率逆べき乗法の定式化を行っている。(ii)確率減次元法の開発においては、前記の改良型確率逆べき乗法を合わせて用いるこ

とにより、最小固有値以外の固有値・固有ベクトルの不確定性の評価が可能となった。本手法の開発においても、多項式カオス展開法に基づいた確率減次元法の定式化を行った。また、開発した確率固有値問題の解析手法を、振動解析における固有振動数と固有振動モードの評価、および線形座屈解析での座屈荷重と座屈モードの不確定性評価に適用することにより、提案手法の妥当性と適用性を検証した。

(2)流体解析分野

数値流体力学(CFD)においても、入力やモデル定数の不確かさが出力に及ぼす影響を定量的に評価する不確定性解析の研究が、数値解析の信頼性を向上させる手段として注目を集めている。CFDは計算負荷が非常に高いため、モンテカルロ法(MCS)に代表されるように多数回の解析結果から出力の統計量を得る non-intrusive な方法は現実的でない。そこで、不確かさの影響を受ける従属変数やモデル定数をすべて確率変数の関数として表現し、その関数を決定するために拡張された支配方程式を解く intrusive な方法を開発した。圧縮性流れにおける intrusive 法の難しさの一因は、確率変数の基底関数で展開しようとする変数の選択により、それら変数の逆数や平方根をも展開する必要が生じ、定式化が複雑で、任意性があることによる。本研究では、圧縮性流れ方程式の確率空間への拡張に、Pettersson らによって提案された Roe 変数による変換を用いる。これにより、未知数と流れベクトルがすべて Roe 変数の二次形式で表され、intrusive 問題の定式が明確になる。

本研究では、準一次元 Euler 方程式を用いたノズル流れ解析における、境界条件の不確かさの影響を定量化した。ノズル流入マッハ数は0.2とし、出口静圧が正規分布の不確かさを持つとする。想定する出口静圧の平均値と標準偏差は、それぞれ、入り口全圧の0.758倍、0.0275倍とした。これらは、平均から標準偏差の5倍だけ出口静圧が変化しても、ノズル・スロート下流の拡大部途中に衝撃波が留まる条件である。PCEにより拡張された流体方程式の離散化において重要な役割を果たす近似リーマン解法として、RoeのFlux Difference Splitting(FDS)を用いた。FDSにより流れの不連続を高解像度に捉えられるが、一方で、確率変数は多項式基底関数で展開されており、不連続の扱いが難しい。そこで、確率空間を複数に分割し、それぞれの区間で新たな基底関数を再定義する Multi-Element (ME)-PCEを開発した。

図3に解析結果を示す。ノミナル条件の衝撃波位置($x=0.84$)における、確率変数 ξ の変化に対する流れの諸量(密度、速度、圧力)の応答である。密度と圧力はそれぞれノズル入り口の値で無次元化され、速度はノズル入り口の音速で無次元化されている。図3(a)

～(d)はそれぞれ MCS, PCE (多項式次数 $P=2$), PCE ($P=3$), ME-PCE ($P=2$)の結果である。背圧の増減により衝撃波が $x=0.84$ の前後で移動するため、MCS は階段状に変化する。図 3 (b), (c)ではこの分布 (応答曲面) を再現できず、 $\xi=0$ の平均付近の応答のみ近似するような二次曲線と三次曲線となっている。一方、 ξ 方向に 7 区間分割した ME-PCE (図 3 (d)) では、MCS 同様に階段状の応答を再現している。

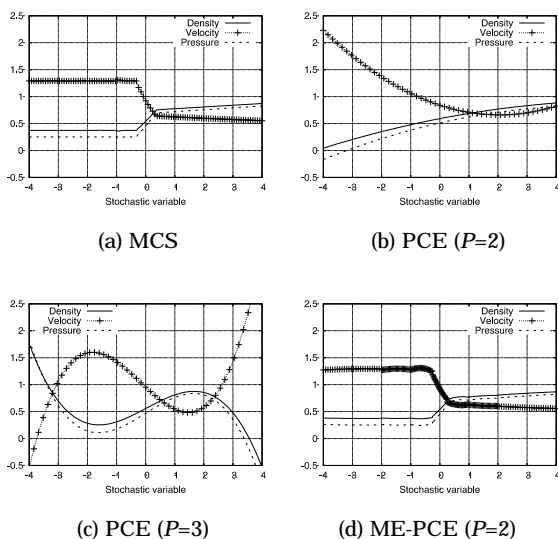


図 3 衝撃波ノミナル位置での ξ 変化に対する応答

以上より、流れの不連続を高解像度で捉え、MCS に対して本質的に低い計算コストで同等の精度の不確定性評価を行うためには、PCE 拡張方程式に対する Roe 法と ME-PCE を併せ用いることが非常に有効であると示された。

5. 主な発表論文等

(研究代表者, 研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 3 件)

宮路幸二, 上野藤太, 川村恭己, 多項式カオス展開を用いた遷音速ノズル流れの不確定性解析の研究, 日本航空宇宙学会論文集, Vol. 65, 2017. (掲載予定) (査読有)

陳曦, 川村恭己, 岡田哲男, 非正規分布の形状不確定性を考慮した確率有限要素法による構造解析手法の開発, 日本計算工学会論文集, Paper No. 20160019 (12pages), 2016. (査読有)

<http://doi.org/10.11421/jscs.2016.20160019>

陳曦, 川村恭己, 岡田哲男, 確率有限要素法による形状不確定性を考慮した構造解析手法について, 日本船舶海洋工学会論文集, 第 22 号, pp189-197, 2015. (査読有)

<http://doi.org/10.2534/jjasnaoe.22.187>

[学会発表] (計 9 件)

陳曦, 川村恭己, 岡田哲男, 固有値問題に

おける不確定性解析手法について, 日本船舶海洋工学会第 45 回東部構造研究会, 2017 年 5 月 17 日, 日本海事協会管理センター.

Xi Chen, Yasumi Kawamura, Tetsuo Okada, Stochastic finite element method based on response surface methodology considering uncertainty in shape of structures, Proceedings of The 13th International Symposium on Practical Design of Ships and Other Floating Structures (PRADS2016), 4-8 September, 2016, Copenhagen, Denmark (8 pages). (査読有)

安東如水, 宮路幸二, 川村恭己, 応答曲面を用いたフラッタ予測の不確定性解析, 日本航空宇宙学会第 48 回流体力学講演会 / 第 34 回航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム, 7pages, 2016.7.6-8, 金沢歌劇座.

上野藤太, 宮路幸二, 川村恭己, 多項式カオス展開を用いた準一次元流れの不確定性解析, 日本航空宇宙学会第 48 回流体力学講演会 / 第 34 回航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム, 5pages, 2016.7.6-8, 金沢歌劇座.

Kao Ito, Koji Miyaji, Yasumi Kawamura, Yusuke Maru, Kazuhisa Fujita, Shujiro Sawai, Study on Numerical Analysis of the Aerodynamic Characteristics and the Flight Trajectory of Balloon-based Operation Vehicle, Proc. of 7th Asia-Pacific International Symposium on Aerospace Technology (APISAT-2015), 25-27 November 2015, Hilton Cairns, Queensland, Australia, 8 pages(USB).

上野藤太, 川村恭己, 宮路幸二, バーガーズ方程式の多項式カオス展開による不確定性解析, 計算工学講演会論文集, Vol. 20, 論文番号 F-9-1 (6 pages), 2015 年 6 月 8 日 ~ 10 日, つくば国際会議場.

川村恭己, 不確定性解析手法について (確率有限要素法による形状不確定性を考慮した構造解析手法について), 日本船舶海洋工学会第 39 回東部構造研究会, 2015 年 5 月 20 日, 横浜国立大学教育文化ホール中集會室.

Riddhideep Mandal and Yasumi Kawamura, Elastic large deflection analysis of steel plates with random initial distortion subject to compressive loading, Proceedings of ASRANet2014 (Safety & Reliability of Ships, Offshore & Subsea Structures), Glasgow, Scotland, UK, 18th-20th August 2014, Paper# 12-2, 10 pages.

陳曦, 川村恭己, 確率有限要素法による形状不確定性を考慮した構造解析手法について, 日本船舶海洋工学会講演会論文集, 第 19 号, 2014, pp245-248, 2014.11.20, 21 長崎ブリックホール.

6. 研究組織

(1) 研究代表者

川村 恭己 (KAWAMURA, Yasumi)

横浜国立大学・大学院工学研究院・教授
研究者番号：50262407

(2)研究分担者

宮路 幸二 (MIYAJI, Koji)
横浜国立大学・大学院工学研究院・准教授
研究者番号：60313467

(3)連携研究者

日野 孝則 (HINO, Takanori)
横浜国立大学・大学院工学研究院・教授
研究者番号：60373429