

平成 30 年 5 月 31 日現在

機関番号：12601

研究種目：若手研究(A)

研究期間：2014～2017

課題番号：26707003

研究課題名(和文)局所 Langlands 対応への幾何学的アプローチ

研究課題名(英文)Geometric approach to the local Langlands correspondence

研究代表者

今井 直毅 (Imai, Naoki)

東京大学・大学院数理科学研究科・准教授

研究者番号：90597775

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 7,500,000円

研究成果の概要(和文)：局所 Langlands 対応の幾何学的実現について研究した。具体的には、Lubin-Tate 空間の極限空間である Lubin-Tate パーフェクトイド空間の中に CM 点を用いてアフィノイドを構成し、そのアフィノイドの形式モデルの還元のエタールコホモロジーが、simple supercuspidal 表現に対する局所 Langlands 対応および局所 Jacquet-Langlands 対応を実現していることを証明した。

研究成果の概要(英文)：We studied a geometric realization of the local Langlands correspondence. More concretely, we constructed affinoids in the Lubin-Tate perfectoid space, which is a limit space of Lubin-Tate spaces, using CM points and showed that the étale cohomology of the reductions of formal models of the affinoids realizes the local Langlands correspondence and the local Jacquet-Langlands correspondence for simple supercuspidal representations.

研究分野：数論

キーワード：Langlands 対応

1. 研究開始当初の背景

GL(n) に対する局所 Langlands 対応は Harris-Taylor によって、保型表現の議論を用いて証明されたが、Lubin-Tate 空間の幾何と局所 Langlands 対応の関係は十分に理解されているとは言えない状況であった。

2. 研究の目的

本研究の目的は、Lubin-Tate 空間の幾何を調べ局所 Langlands 対応の幾何学的実現を調べることである。

3. 研究の方法

Lubin-Tate 空間そのものではなく、Lubin-Tate 空間の極限空間である Lubin-Tate パーフェクトイド空間を調べる。これは、Lubin-Tate パーフェクトイド空間は Lubin-Tate 空間の情報を含んでいる一方で、Lubin-Tate パーフェクトイド空間において、群作用を記述するのに適した座標が存在するためである。また Lubin-Tate パーフェクトイド空間の中にアフィノイドを構成する際に CM 点を用いる。

4. 研究成果

局所 Langlands 対応の幾何学的実現について研究した。
具体的には、Lubin-Tate 空間の極限空間である Lubin-Tate パーフェクトイド空間の中に CM 点を用いてアフィノイドを構成し、そのアフィノイドの形式モデルの還元のエタールコホモロジーが、simple supercuspidal 表現に対する局所 Langlands 対応および局所 Jacquet-Langlands 対応を実現していることを証明した。考えている形式モデルの還元には、自己同型群の非常に大きな Artin-Schreier 多様体が現れることが分かった。simple supercuspidal 表現に対する局所 Langlands 対応および局所 Jacquet-Langlands 対応の実現を証明するために、simple supercuspidal 表現に対するこれらの対応の具体的記述を与えた。

また、局所 Langlands 対応の幾何化に関する Fargues の予想についても研究を行った。Fargues の予想に現れる局所 Langlands 対応を実現する幾何学的対象である Hecke スタックの非安定部分について調べ、その被覆として現れる無限レベルの Rapoport-Zink 空間について Harris-Viehmann の予想が成り立っていることを HN 可約性の条件の下で証明し、応用として、Fargues の予想の Hecke 固有層性質が GL(2) の尖点的 Langlands パラメータに対しては成り立っていることを証明した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 8 件)

Naoki Imai and Takahiro Tsushima, Local Jacquet-Langlands correspondences for simple supercuspidal representations, to appear in Kyoto J. Math.

Naoki Imai and Takahiro Tsushima, Affinoids in Lubin-Tate surfaces with exponential full level two, to appear in Around Langlands Correspondences, Contemp. Math. 691 (2017), 157-180.

Naoki Imai and Takahiro Tsushima, Stable models of Lubin-Tate curves with level three, Nagoya Math. J. 225 (2017), 100-151.

Naoki Imai and Kęstutis Česnavičius, The remaining cases of the Kramer-Tunnell conjecture, Compos. Math. 152 (2016), no. 11, 2255-2268.

Naoki Imai, Local root numbers of elliptic curves over dyadic fields, Kodaira centennial issue of J. Math. Sci. Univ. Tokyo 22 (2015), 247-260.

Naoki Imai and Takahiro Tsushima, Cohomology of rigid curves with semi-stable coverings, Asian J. Math. 19 (2015), no. 4, 637-650.

今井 直毅, 完備コホモロジーと p 進局所 Langlands 対応, RIMS Kokyuroku Bessatsu B53 (2015), 423-442.

Naoki Imai and Takahiro Tsushima, Explicit construction of semi-stable models of Lubin-Tate curves with low level, RIMS Kokyuroku Bessatsu B51 (2014), 15-31.

[学会発表](計 19 件)

今井 直毅, Geometric realization of Heisenberg-Weil representations for finite unitary groups, Tokyo-Lyon Satellite Conference in Number Theory, 東京大学大学院数理科学研究科, 2018 年 2 月 21 日.

今井 直毅, Non-semi-stable loci in Hecke stacks and Fargues' conjecture, UK-Japan Winter School 2018 on Number Theory, King's College London, 2018年1月8日.

今井 直毅, Non-semi-stable loci in Hecke stacks and Fargues' conjecture, Master Lectures - The Legacy of Carl Friedrich Gauss, Tsinghua Sanya International Mathematics Forum, 2017年12月19日.

今井 直毅, Gan-Gross-Prasad 予想, 倉敷整数論集会, 倉敷シーサイドホテル, 2017年7月24日, 25日.

今井 直毅, 局所 Langlands 対応の幾何化に関する Fargues の予想, 談話会, 京都大学数学教室, 2017年1月18日.

今井 直毅, Hecke スタックの非半安定部分と Fargues の予想, 整数論&保型形式セミナー, 大阪大学, 2016年12月16日.

Naoki Imai, Deligne-Lusztig construction for a pair of forms, Morningside Seminar on Number Theory, Chinese Academy of Sciences, 2016年6月8日.

Naoki Imai, Deligne-Lusztig construction for a pair of forms, MIT Lie Group Seminar, MIT, 2016年4月13日.

Naoki Imai, Simple epipelagic local Galois representations, New Developments in Representation Theory, Institute for Mathematical Sciences, National University of Singapore, 2016年3月14日.

Naoki Imai, Potentially good reduction loci of Shimura varieties, Boston University Number Theory Seminar, Boston University, 2016年2月22日.

Naoki Imai, Affinoids in the Lubin-Tate perfectoid space and simple epipelagic representations, SCMS seminar, 復旦大学, 2015年11月5日.

Naoki Imai, Affinoids in the Lubin-Tate perfectoid space and simple epipelagic representations, Reductions of Shimura Varieties, Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach, 2015年8月26日.

今井 直毅, 志村多様体の正準モデルの構成, 第23回整数論サマースクール「志村多様体とその応用」, ホテルアップルランド, 2015年8月18日.

Naoki Imai, Affinoids in the Lubin-Tate perfectoid space and simple epipelagic representations, Séminaire Groupes Réductifs et Formes Automorphes, Institut de Mathématiques de Jussieu - Paris Rive Gauche, 2015年7月6日.

Naoki Imai, Affinoids in the Lubin-Tate perfectoid space and simple epipelagic representations, Arithmetic geometry, representation theory and applications, Centre International de Rencontres Mathématiques, 2015年6月26日.

Naoki Imai, Good reduction of affinoids for epipelagic representations in the Lubin-Tate perfectoid space, MIT Number Theory Seminar, MIT, 2015年2月3日.

Naoki Imai, The p -adic and mod p local Langlands correspondence for $GL(2, \mathbb{Q}_p)$, Winter school on p -adic Hodge theory, Korea Institute for Advanced Study, 2015年1月12日, 13日, 14日.

Naoki Imai, Good reduction of affinoids for epipelagic representations in the Lubin-Tate perfectoid space, Berkeley Number Theory Seminar, University of California, Berkeley, 2014年11月19日.

今井 直毅, 定跡公式, 倉敷整数論集会, 倉敷シーサイドホテル, 2014年7月27日.

{図書}(計 1 件)

今井 直毅, 第7講 整数論 ラングラ

ンズ対応に向かって，数学の現在 i 齋
藤毅・河東泰之・小林俊行編

〔その他〕

ホームページ等

<http://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~naoki/>

6．研究組織

(1)研究代表者

今井 直毅 (IMAI Naoki)

東京大学・大学院数理科学研究科・准教授

研究者番号：90597775