

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 30 年 6 月 7 日現在

機関番号：12612

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2014～2017

課題番号：26730018

研究課題名(和文) 制御変数法を用いた金融時系列の推定とその最適ポートフォリオへの応用

研究課題名(英文) Control variate method for financial time series models and optimal portfolio

研究代表者

天野 友之 (Amano, Tomoyuki)

電気通信大学・大学院情報理工学研究科・准教授

研究者番号：40514451

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,700,000円

研究成果の概要(和文)：制御変数法を用いた統計推測はLavenberg等によって広く研究され種々の統計モデル推定の精度改善によく用いられてきた。しかしながら主に、制御変数法は独立標本にしか用いられてこなかったため、私はこの手法を従属標本(定常過程)に使い、その漸近的性質を導いた。しかしながら私が行ってきた研究は1次元定常過程に対するものであり、世の中には多くの多次元金融データがある。そのため本研究において私は制御変数法を多次元定常過程に適用し制御変数法を提案し、さらにその漸近的性質を導いた。さらに制御変数法を最適ポートフォリオ推定に適用しその漸近的性質を導いた。

研究成果の概要(英文)：Control variate method was investigated by Lavenberg etc. and widely used to improve estimators. However this method has been developed mainly in i.i.d. cases. We proposed control variate estimator for stationary processes and derived the asymptotics. However this proposed estimator is constructed for scalar-valued processes and many data are vector-valued stationary processes. Hence in this research, we proposed control variate estimator for vector-valued stationary processes and derived the asymptotics. Furthermore we applied control variate method to optimal portfolio and derived asymptotics.

研究分野：統計科学

キーワード：制御変数法 時系列 最適ポートフォリオ

## 1. 研究開始当初の背景

### (1) 制御変数法について：

興味のある観測系列が従う統計モデルの推定を行うとき、多くの場合はその観測系列のみを用いて推定量を構成する。しかし、この観測系列に相関のある他の変数(制御変数)があるとき制御変数の情報を用いることにより、この推定量の精度改善を行うことができる。このような手法を制御変数法と言う。この総合文献としては[1]が詳しく、[2]は観測系列の多次元化、[3]は一般化した確率構造のもとでの議論に拡張し中心極限定理を示した研究である。長年、この制御変数法は種々の統計モデルの推定の精度改善に用いられてきたが、そのほとんどが観測系列と制御変数が独立標本のセッティングのもとで行われてきた。一方、金融資産データ等は独立標本でなく非正規従属標本(定常過程)である事が知られているので、私は[4]において、制御変数法を定常過程の母数の推定量に用いる制御変数推定量を提案した。更にその漸近分布等の漸近的性質を導出し、制御変数推定量が元の推定量を平均2乗誤差の意味で精度改善する事を示した。また数値解析により観測系列と制御変数の相関が強いほど、つまり制御変数が観測系列の情報を多く持つほど、制御変数推定量が元の推定量を精度改善する事を示した。更に制御変数法を回帰モデルの最小2乗推定量に用いる制御変数推定量を提案し、制御変数推定量が最小2乗推定量を平均2乗誤差の意味で精度改善することを示し、その漸近的性質を導いた。多くの金融資産データは非正規従属標本(定常過程)であるので、独立標本の仮定のもとで用いられてきた制御変数法を定常過程に用いた私の結果は、制御変数法を用いた金融時系列の推測に大きく貢献した。

### (2) 金融時系列について：

Black & Sholesに見られるように金融工学の分野においては、金融時系列は独立標本かつ正規性を持つことが仮定されていた。しかし、実証分析の結果、金融時系列は非正規従属標本(定常過程)であることが分かった。そのため私は独立標本のもとで用いられてきた制御変数法を上述のように定常過程に用いた。しかし、私が構成した定常過程の下での制御変数推定量は興味のある確率変数列と制御変数列の次元が1次元であり世の中には多くの多次元金融データがみられる。よって、1次元従属標本の下での制御変数推定量の結果を多次元従属標本に拡張しその精度に関する研究を行うことによりこの制御変数推定量を広く応用できる。

### (3) 最適ポートフォリオについて：

年金等の問題により、最適ポートフォリオ構成に対する社会的な関心は、かつてないほどの高まりを見せている。本研究では制御変数

法を金融時系列に適用した結果を、更に最適ポートフォリオ構成にも応用した。ここで最適ポートフォリオとは最適な金融資産の保有比率であり、これは多くの研究者によって金融資産の収益率が従う金融時系列の母数の関数とされ、この母数を推定することにより推定された。従来は金融時系列が独立標本の仮定のもとでポートフォリオ推定が行われたが、[5]によって金融時系列が非正規従属標本(定常過程)のもとでポートフォリオ推定が行われた。しかし制御変数法を用いてポートフォリオ推定を行った研究はなく、本研究ではこれを行った。具体的には、制御変数法を金融時系列の推定量に用いて構成した制御変数推定量の関数として、制御変数ポートフォリオ推定量を提案した。制御変数推定量は元の推定量の精度改善を行うので、制御変数推定量の関数である制御変数ポートフォリオ推定量は、元の推定量の関数であるポートフォリオ推定量の精度改善を行うと予想できる。さらに、本研究では提案した制御変数ポートフォリオ推定量の漸近的性質の研究を行った。最適ポートフォリオは年金等の問題において、その推定の精度が求められており、本研究のポートフォリオ推定量の精度改善に関する研究は社会的にも非常に重要な意味を持っていると考える。

## 2. 研究の目的

### (1) 多次元定常過程の下での制御変数推定量について：

私が構成した定常過程の下での制御変数推定量は興味のある確率変数列と制御変数列の次元が1次元であり世の中には多くの多次元データがみられる。よって、制御変数法を多次元定常過程に適用し、制御変数推定量を提案するとともにその漸近的性質を明らかにする。更に、元の推定量を制御変数推定量がどの程度精度改善するかを漸近分散比較等を通し検証する。

### (2) 制御変数最適ポートフォリオ推定量について：

上の多次元定常過程に対し制御変数法を適用して構成した制御変数推定量を用いて制御変数ポートフォリオ推定量を構成し、その漸近的性質を導く。

## 3. 研究の方法

### (1) 多次元定常過程の下での制御変数推定量について：

まず1次元定常過程の下での制御変数推定量に関する研究を整備した。そして私の制御変数推定量に関する過去の研究においてはスペクトル密度関数を用いているのでその文献を整理し、興味のある確率変数列と制御変数列が共に多次元定常過程である、制御変数推

定量を提案した。そして次に提案した制御変数推定量の精度に関する研究を行った。具体的には、私が構成した多次元定常過程の下での制御変数推定量はその構成の中で興味のある確率変数列と制御変数列のスペクトル密度関数の推定量を用いているので、多次元定常過程の下での制御変数推定量の漸近的性質の導出の中でこのスペクトル密度関数の収束などに関する漸近的性質が必要である。そのため、これに関する文献を調べ、整理を行うと共に、行列に関する文献などを調べ整理を行った。そして制御変数推定量の共分散行列（これが小さいほど精度の高い推定量）に標本数をかけた極限（標本数を大きくしたときの）を導き出した。そしてこれが元の母数の推定量のものより小さいことを示した。

#### （２）制御変数最適ポートフォリオ推定量について：

次に多次元定常過程の下で提案した制御変数推定量とその漸近的性質の結果を最適ポートフォリオ推定に応用した。具体的にはまず最適ポートフォリオ推定に関する文献の整理を行い、制御変数法を最適ポートフォリオ推定に応用するための基礎固めを行った。そして、これらの文献より多次元非正規定常過程の下での最適ポートフォリオ推定量が漸近正規性を持つ等の知見を得た。更に、多くの文献では最適ポートフォリオは金融資産の収益率が従う金融時系列の母数の関数とされているので、収益率の期待値に多次元制御変数推定法を適用し、制御変数最適ポートフォリオ推定量を構成し、その漸近分散を得た。しかし、期待値だけでなく共分散行列にも制御変数法を用いたほうが最適ポートフォリオ推定量を改善できると予想されるので次に資産の収益率の共分散行列の推定量に制御変数法を適用した共分散行列の制御変数推定量を構成した。そしてこの期待値が標本数を大きくしたとき真の共分散行列に収束することまで示した。そしてこの推定量の漸近分散の研究を行った。この共分散行列の制御変数推定量の漸近分散の導出ができれば新たな制御変数最適ポートフォリオ推定量の漸近分散の導出ができるのでこの共分散行列の制御変数推定量の漸近分散について研究を継続する。

#### ４．研究成果

##### （１）多次元定常過程の下での制御変数推定量について：

興味のある確率変数列と制御変数列が共に多次元定常過程である、制御変数推定量を提案した。

次にこの提案した制御変数推定量の漸近的性質を導いた。

\*具体的には、制御変数推定量の共分散行列

（これが小さいほど精度の高い推定量）に標本数をかけた極限（標本数を大きくしたときの）を導き出した。

制御変数推定量の共分散行列（これが小さいほど精度の高い推定量）に標本数をかけた極限が元の母数の推定量のものより小さいことを示した。

\*つまり、多次元定常過程の下での制御変数推定量の方が元の推定量より精度の高い推定量であることを理論的に示した。

##### （２）制御変数最適ポートフォリオ推定量について：

最適ポートフォリオを構成する金融資産の収益率の期待値に制御変数法を適用し、制御変数最適ポートフォリオ推定量を構成した。

次に構成した制御変数最適ポートフォリオ推定量の漸近分散を導出した。

しかし、期待値だけでなく共分散行列にも制御変数法を用いたほうが最適ポートフォリオ推定量を改善できると予想されるので次に資産の共分散行列の推定量に制御変数法を適用した共分散行列の制御変数推定量を構成した。

そしてこの期待値が標本数を大きくしたとき真の共分散行列に収束することまで示した。

そしてこの推定量の漸近分散の研究を行った。この共分散行列の制御変数推定量の漸近分散については研究中なのでさらに研究を継続する。

##### <引用文献>

[1] Lavenberg, S. S. & Welch, P. D. (1981) A perspective on the use of control variables to increase the efficiency of Monte Carlo simulations. *Management Sci.* 27, 322-335.

[2] Rubinstein, R. Y. & Marcus, R. (1985) Efficiency of multivariate control variates in Monte Carlo simulation. *Oper. Res.* 33, 661-677.

[3] Nelson, B. L. (1990) Control variate remedies. *Oper. Res.* 38, 974-992.

[4] Amano, T. & Taniguchi, M. (2011) Control variate method for stationary processes. *Journal of Econometrics.* 165, 20-29.

[5] Basak, G. & Jagannathan, R. & Sun, G. (2002) A direct test for the mean variance efficiency of a portfolio. J. Econom. Dynam. Control. 26, 1195-1215.

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計 0件)

〔学会発表〕(計 3件)

Tomoyuki Amano, Analysis of CL and Estimating Function Estimators for Financial Time Series Models, Miura Statistical Seminar, Hotel Maholova, Miura Peninsula, 2015年3月7日.

Tomoyuki Amano, Masanobu Taniguchi, Control variate method for time series, Waseda International Symposium, 早稲田大学, 2015年3月4日.

Tomoyuki Amano, Masanobu Taniguchi, Control variate method for time series, ims-APRM2014, Howard International House, (Taiwan), 2014年6月30日.

〔図書〕(計 1件)

Masanobu Taniguchi, Tomoyuki Amano, Hiroaki Ogata, Hiroyuki, Tani, Statistical Inference for Financial Engineering, SpringerBriefs in Statistics, Springer, 118 pages, Apr 2014.

〔産業財産権〕

出願状況(計 0件)

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
出願年月日：  
国内外の別：

取得状況(計 0件)

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
取得年月日：  
国内外の別：

〔その他〕

ホームページ等

#### 6. 研究組織

(1)研究代表者

天野 友之 (AMANO, Tomoyuki)  
電気通信大学・大学院情報理工学研究科・  
准教授  
研究者番号：40514451