

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

令和元年5月29日現在

機関番号：17701

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2014～2018

課題番号：26730019

研究課題名(和文)スプライン回帰分析法の統計理論とその応用

研究課題名(英文)Statistical theory and application of spline regression

研究代表者

吉田 拓真(Yoshida, Takuma)

鹿児島大学・理工学域理学系・准教授

研究者番号：80707141

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,800,000円

研究成果の概要(和文)：様々なモデルにおけるスプライン推定量の漸近理論を構築した。また、高次元データ解析のための新しい回帰手法の構築に取り組んだ。取り組んだ漸近理論研究は4本の論文にまとめられ、国際ジャーナルから出版された。回帰手法構築研究成果を4本の論文にまとめ、国際ジャーナルから出版された。研究期間内に、関連した研究を国際会議で6回、国内会議で7回講演報告した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

社会的意義：様々な実用科学で統計学的知見を与えることは重要であり、統計手法の発展と数学理論構築が求められている。推進した研究テーマとその成果は主に非線形構造を持つデータ分析を行い、解析結果の妥当性を保証するものである。

学術的意義：スプライン法は高次元スパース分析で有用であり、関連性成果を得たのは高次元データ分析法の発展に大きく寄与したと考えている。様々なモデルで総合的な理論構築が達成できたことも体系整理に役に立つと考えている。

研究成果の概要(英文)：We have developed the statistical theory of spline estimator in various regression models. We have also provided the statistical tools to analyze the high-dimensional data. The theoretical results of our studies have been published as four articles. Furthermore, four articles related to the results of new spline based regression methods have been published by international journals. Related works have been reported and discussed by 6 international conferences and 7 domestic conferences in the 2014-2018 period.

研究分野：ノンパラメトリック統計

キーワード：スプライン 高次元回帰分析 ノンパラメトリック法

## 1. 研究開始当初の背景

スプライン回帰は実データ解析ではよく用いられるが、統計理論研究は近年解明され始めた。説明変数が1次元の最も基本的な結果が得られたのが2009年で、それ以降、様々な統計モデルへの拡張がなされた。しかし、未だに未発達な分野も多く、特に高次元回帰の場合はほとんど結果が得られていなかった。スプライン回帰の理論研究の発展は応用研究への足がかりとなるため、様々なモデルでの理論構築が求められた。

## 2. 研究の目的

説明変数が多次元の場合のスプライン回帰の漸近理論を構築し、新たなスプライン回帰手法を構築することが目的である。想定するモデルとしては加法モデルや一般の曲面回帰モデルである。また、加法モデルのさらなる拡張としてのスパースモデルがある。広いモデルの枠組みでスプライン回帰の漸近的性質を調べる。

## 3. 研究の方法

加法モデルでは回帰推定量の構成法によって理論導出が大きく異なることが知られている。中心極限定理を用いた漸近分布導出を行う場合は2段階推定法を用いると効率良く理論解析ができる。よって、2段階スプライン推定量の漸近分布の導出を目指す。

一般の曲面推定モデルでは高次元データをなんらかの形で低次元に圧縮する必要がある。そこで、層別逆回帰を利用した次元圧縮法を導入し、圧縮された低次元データを用いたスプライン推定量を構築する。この方法では、次元圧縮の収束レートと圧縮されたデータから得られたスプライン推定量の収束レートの2種類の理論を構築する。

高次元データ解析ではAdaptive Lasso型の推定量を構築することで収束レートとスパース性を同時に保証する。また、残差解析への応用も考えており、スパース型スプライン推定量を用いた新しい回帰手法を提案する。

## 4. 研究成果

2014年度の成果として、一般化加法モデルと呼ばれる離散応用を含む様々なタイプのデータに適用可能な広いクラスのモデルでスプライン推定量の漸近分布を導出した。この成果は論文にまとめられ、国際ジャーナルから出版された。また、平均回帰だけでなく、分位点回帰やロバスト回帰を含むM-推定の枠組みでスプライン推定量を構築し、その漸近理論を構築した。また、得られた理論に基づく調整パラメータの決定法を提案した。この成果は論文にまとめられ、国際ジャーナルから出版された。

2015年度の成果として、層別逆回帰を用いた曲面回帰推定量を構築した。一般の曲面回帰だけでなく、代表的なセミパラメトリックモデルである部分線形モデルに拡張できることも示した。それぞれのモデルで推定量の収束レートを導出し、理論保証を与えた。関連する論文は2本の論文にまとめられ、それぞれ国際ジャーナルから出版された。

2016年度の成果として、高次元スパースモデルにおいて、特にデータに欠測がある場合のスプライン推定量の収束レートを導出した。欠測データの補完としては選択バイアス補正法を用いた。得られた成果は論文にまとめられ、国際ジャーナルから出版された。

2017年度の成果として、高次元スパースモデルにおいて、パラメトリックモデルとスプラインモデルを融合させたセミパラメトリック推定量を考案した。これはまずパラメトリックモデルでデータ構造を予測し、スプライン推定量をスパース法で構築することでそのパラメトリック構造がデータに適合しているかを判断できる。提案した手法は論文にまとめられ、国際ジャーナルから出版された。

2018年度の成果として、スプラインを凸結合させることで曲面推定を行う方法を考案した。提案した推定量の非漸近的誤差バウンドを導出した。ここでの理論は非漸近理論であるため、サンプルサイズが小さい場合でも成り立つ強い性質である。また、高次元データにおいても有効であり、広い問題設定で成立する結果となった。提案した手法は論文にまとめられ、国際ジャーナルから出版された。

## 5. 主な発表論文等

[雑誌論文](計 7 件)

Takuma Yoshida and Kanta Naito. (2019). Regression with stagewise minimization on risk function. Computational Statistics & Data Analysis. 134. 123—143. 査読有。

Takuma Yoshida. (2018). Semiparametric method for model structure discovery in

additive regression models. *Econometrics and Statistics*. 5. 124—136. 査読有.

Takuma Yoshida. (2018). Two stage smoothing in additive models with missing covariates. *Statistical Papers*. In Press. DOI: 10.1007/s00362-017-0896-6. 査読有.

Takuma Yoshida. (2017). Nonlinear surface regression with dimension reduction method. *Advances in Statistical Analysis*. 101. 29—50. 査読有.

Takuma Yoshida. (2016). Partially linear estimation using sufficient dimension reduction. *ESAIM Probability and Statistics*. 20. 1—17. 査読有.

Takuma Yoshida. (2016). Asymptotics and smoothing parameter selection for penalized spline regression with various loss functions. *Statistica Neerlandica*. 70. 278—303. 査読有.

Takuma Yoshida and Kanta Naito. (2014). Asymptotics for penalized splines in generalized additive models. *Journal of Nonparametric Statistics*. 26. 269—289. 査読有.

〔学会発表〕(計 13 件)

吉田拓真. Extreme Value Inference for Nonparametric Quantile Regression. シンポジウム「統計・機械学習の交わりと拡がり」. 2018年8月. 日本大学経済学部(東京).

Takuma Yoshida. Extreme Inference for Nonparametric Quantile Regression with Heavy Tailed Data. Joint Statistical Meeting 2018. 2018年8月. バンクーバーコンベンションセンター (カナダ).

吉田拓真. Regression with stagewise minimization on risk function. 慶応義塾大学理工学部談話会. 2017年12月. 慶応義塾大学理工学部 (神奈川).

吉田拓真. Nonparametric smoothing for extremal quantile regression with heavy tailed data. 科研費シンポジウム「多様な分野における統計科学の総合的研究」. 2017年11月. コープシティ花園. (新潟).

吉田拓真, 内藤貫太. Regression with stagewise minimization on risk function. 2017年度統計関連学会連合大会. 2017年9月. 南山大学. (愛知).

Takuma Yoshida. Nonparametric smoothing for extremal quantile regression. Australian Statistical Conference 2016. 2016年12月. Hotel Realm, Canberra. (オーストラリア).

吉田拓真. Nonparametric smoothing for extremal quantile regression. 2016年度統計関連学会連合大会. 2016年9月. 金沢大学. (石川).

Takuma Yoshida. Semiparametric estimation for model structure discovery. *CMStatistics* 2015. 2015年12月. ロンドン大学. (イギリス).

吉田拓真. Structure discovery and semiparametric regression. 2015年度統計関連学会連合大会. 2015年9月. 岡山大学. (岡山).

Takuma Yoshida. Variable selection and flexible smoothing in semiparametric regression. 9<sup>th</sup> Annual International Conference in Mathematics & Statistics. 2015年6

月. Titania Hotel. (ギリシャ).

吉田拓真. セミパラメトリック分位回帰における計算効率の良い推定量の構成. 第 16 回ノンパラメトリック統計解析とベイズ統計. 2015 年 3 月. 慶応義塾大学. (神奈川).

Takuma Yoshida. Nonlinear surface regression with sufficient dimension reduction. International Conference on Mathematics, Statistics and Financial Mathematics. 2014 年 11 月. Petaling Jaya. (マレーシア).

Takuma Yoshida. Smoothing parameter selection for robust spline regression. The 3<sup>rd</sup> Institute of Mathematical Statistics Asia Pacific Rim Meeting 2014. 2014 年 7 月. Howard Civil Service International House Taipei City. (台湾).

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕  
出願状況(計 0 件)

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
出願年：  
国内外の別：

取得状況(計 0 件)

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
取得年：  
国内外の別：

〔その他〕  
ホームページ等

## 6. 研究組織

(1)研究分担者  
研究分担者なし

(2)研究協力者  
研究協力者なし

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。