

令和元年6月5日現在

機関番号：12604

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2014～2018

課題番号：26800063

研究課題名(和文) 自己相似性に注目した劣拡散的なランダム媒質中の多次元拡散過程の漸近挙動の解析

研究課題名(英文) Study of asymptotic behavior multi-dimensional diffusion processes in random environments from viewpoints of self-similarity

研究代表者

高橋 弘 (TAKAHASHI, Hiroshi)

東京学芸大学・教育学部・准教授

研究者番号：30413826

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,100,000円

研究成果の概要(和文)：多次元ランダム媒質中の拡散過程の漸近挙動について研究した。扱ったモデルは、大きく分けて次の2つである：(i) 独立な1次元拡散過程の直積で構成される多次元拡散過程；(ii) ガウス分布から定まるランダムな確率場の中を動く多次元ブラウン運動。どちらのモデルについても多次元ランダム媒質中の拡散過程の特異性を示す結果を得た。前者のモデルについては、拡散過程の再帰性・非再帰性について、ランダム媒質から条件を与えることができた点に新規性が見られる。後者のモデルについては、Malliavin解析による、今までとは異なるアプローチによって強い再帰性を示せた点に新規性が見られる。

研究成果の学術的意義や社会的意義

ランダム媒質中の確率過程は、物理現象の解析という動機がある。その一方で、確率解析による手法を用いることで問題の解決を図るということから、マルコフ過程論・自己相似確率過程など、確率過程に関する一般論にも新たな視点を与え得る研究といえる。

本研究における問題について、その解決に繋がる手法を模索すると同時に、先行研究で用いた手法や評価によって上記の確率過程に関して興味深い性質を発見できるか、という観点からの多面的な研究を進め、成果を得ることができた。また、これらの成果を国際的な評価を得ている論文・学会等で発表することができた。

研究成果の概要(英文)：In this study period, I study limiting behavior of multi-dimensional diffusion processes in random environments. The following two models are considered; (i) multi-dimensional diffusion processes consisting of independent one-dimensional diffusion processes in random environments, and (ii) Brownian Motion in multi-dimensional Gaussian fields. For both models, limiting behavior is quite different from that of a d-dimensional standard Brownian motion. For the model (i), some conditions of the random environments which imply the dichotomy of recurrence and transience are given. For the model (ii), some sufficient conditions for the recurrence of the Brownian motion in a general environment are given.

研究分野：確率論

キーワード：確率解析 レヴィ過程 ランダム媒質 自己相似確率過程

1. 研究開始当初の背景

複雑な構造を持つ媒質の中で粒子はどのように伝播するか、という疑問に関する研究は、数理論理学・物理化学などの分野で 1960 年代半ばから進められ、現在でも、解析学や確率論などにおいて重要なテーマの一つである。媒質の中を動く粒子を確率論の枠組みでモデル化し、長時間の振る舞いを考察する場合、問題の本質は、媒質のモデルのランダムネスが粒子の動きが持つランダムネスに対して、どの程度の影響を与えるか、という二重のランダムネスの取り扱いにある。このような複雑な問題において、自己相似性を持つランダム媒質を研究対象とすることは、問題設定として自然であり、また確率論、特に確率過程論の中で蓄積された研究結果を利用できることから、複雑な問題を解決する中での技術的な利点も多い、と考えた。

2. 研究の目的

劣拡散的なランダム媒質中の一次元拡散過程は、漸近挙動の性質や局在化に関して、自己相似性を持つ媒質に対し多くの結果が得られている。一方、多次元の場合はガウス系の特別な媒質で局在化を示す結果があるが、未解決の問題も多い。本研究は自己相似性を持つ媒質に対し、多次元拡散過程の漸近挙動の様子を明確にすることを目的とする。

3. 研究の方法

上記の劣拡散的なランダム媒質中の拡散過程は、確率過程の形式的な微分をドリフトに伴う確率微分方程式で表される。多次元拡散過程の挙動を調べるためには Dirichlet 形式の理論を用いることになるが、未解決課題を解くには難所がある。まずは 1 次元拡散過程の直積で構成される拡散過程について、その漸近挙動の様相・極限分布の存在を自己相似確率過程の一般論などを用いて考察する。それに続き、ランダム媒質が自己相似性を持つ確率場と与えられる場合について考察する。

4. 研究成果

- (1) 研究代表者らは、ランダム媒質中の多次元拡散過程を一次元拡散過程の直積で構成し、自己相似性を持つレヴィ過程が媒質の場合を考察した。この場合については、多次元拡散過程が再帰的・非再帰的となる条件をランダム媒質の条件として明確に与えることに成功した。また、ガウス場のようなランダムな確率場の中の多次元ブラウン運動についても、ランダム媒質から再帰的になる条件を与えることができた。この成果は、論文として発表し、また国内・国外の研究集会でも発表した。
- (2) ランダム媒質が従属性を持つ場合についても考察した。この方向性は、実際の現象を抽象化する点で重要だが、取り扱いに難しい点もある。現段階で得られた成果は、弱い従属性を持つ確率変数の極限として得られる確率過程をランダム媒質としたときに、拡散過程の極限分布の特徴づけをいくつか与えることができた点である。この成果に関する論文は、現在、投稿中である。
- (3) (2)の問題を考える際には、従属確率変数の一般論を整理し、ランダム媒質中の拡散過程の問題へと適応する必要があったが、その副産物として確率微分方程式の近似解の研究について、一定の成果を得た。これらについても論文として発表することができた。また、(1)とは異なるランダム媒質中の拡散過程のモデルについて、遅れを持つ確率微分方程式を用いて考察することで、研究開始当初とは異なる形で研究を進展することができた。

5. 主な発表論文等

[雑誌論文](計 10 件)

1. Hiroshi Takahashi and Ken-ichi Yoshihara: Approximation of solutions of multi-dimensional linear stochastic differential equations defined by weakly dependent random variables, AIMS Mathematics (査読有) 2, 377-384 (2017). doi: 10.3934/Math.2017.3.377
2. Seiichiro Kusuoka, Hiroshi Takahashi and Yozo Tamura: Recurrence and transience properties of multi-dimensional diffusion processes in selfsimilar and semi-selfsimilar random environments, Electronic Communications in Probability (査読有) 22, paper no.

- 4, (11 pages)(2017).
doi: 10.1214/16-ECP36
3. Hiroshi Takahashi and Ken-ichi Yoshihara: Parameter estimated standardized U-statistics by absolutely regular sequences, Dynamics of Continuous, Discrete and Impulsive Systems Series A: Mathematical Analysis (査読有) 23, 217-230 (2016).
http://online.watsci.org/abstract_pdf/2016v23/v23n3a-pdf/5.pdf
 4. Tatsuhiko Saigo, Hiroshi Takahashi and Ken-ichi Yoshihara: Approximation of optimal prices when basic data are weakly dependent, Dynamics of Continuous, Discrete and Impulsive Systems Series B: Applications & Algorithms (査読有) 23, 217-230 (2016).
http://online.watsci.org/abstract_pdf/2016v23/v23n3b-pdf/4.pdf
 5. Seiichiro Kusuoka, Hiroshi Takahashi and Yozo Tamura: Topics on multi-dimensional Brox's diffusions, RIMS K^{oky}uroku Bessatsu (査読有) 59, 31-44 (2016).
<http://www.kurims.kyoto-u.ac.jp/~kenkyubu/bessatsu/B59-preface.pdf>
 6. Seiichiro Kusuoka, Hiroshi Takahashi and Yozo Tamura: Recurrence of the Brownian motion in multidimensional semi-selfsimilar environments and Gaussian environments, Potential Analysis (査読有) 43, 695-705 (2015).
doi: 10.1007/s11118-015-9492-3
 7. Hiroshi Takahashi and Yozo Tamura: Recurrence of multi-dimensional diffusion processes in Brownian environments, Dynamical Systems and Differential Equations, Proceedings of the 10th AIMS International Conference (Madrid, Spain) (査読有), 1034-1040 (2015).
doi: 10.3934/proc.2015.1034
 8. Hiroshi Takahashi, Shuya Kanagawa and Ken-ichi Yoshihara: Asymptotic behavior of solutions of some difference equations defined by weakly dependent random vectors, Stochastic Analysis and Applications (査読有) 33, 740-755 (2015).
doi: 10.1080/07362994.2015.1038840
 9. Hiroshi Takahashi, Tatsuhiko Saigo, Shuya Kanagawa and Ken-ichi Yoshihara: Optimal portfolios based on weakly dependent data, Dynamical Systems and Differential Equations, Proceedings of the 10th AIMS International Conference (Madrid, Spain) (査読有), 1041-1049 (2015).
doi: 10.3934/proc.2015.1041
 10. Hiroshi Takahashi: Confidence intervals for Euler-Maruyama approximate solutions of stochastic delay equations, Theoretical and Applied Mechanics Japan (査読有) 63, 127-132 (2015).
doi: 10.11345/nctam.63.127

[学会発表](計15件)

1. Hiroshi Takahashi: Random processes on the Cantor set, The 12th AIMS Conference, National Taiwan University, Taiwan (招待講演), 2018.
2. Hiroshi Takahashi: Parameter estimated standardized U-statistics for some dependent sequence Qualitative and quantitative techniques for differential equations arising in economics, finance and natural sciences, National Taiwan University, Taiwan (招待講演), 2018.
3. Hiroshi Takahashi: Topics on multi-dimensional Brox-type diffusion processes, Workshop on Applied Analysis and Probability, National Taiwan University, Taiwan (招待講演), 2017.
4. 高橋 弘: Brox-type diffusion を含む多次元拡散過程について, 無限分解可能過程に関連する諸問題 2016, 統計数理研究所, 2016.
5. 高橋 弘: ランダム媒質中の多次元拡散過程の再帰性・非再帰性について, 東京確率論セミナー, 東京大学, 2015.
6. 高橋 弘, 吉原健一: M-dependent 確率変数列に対する Bahadur 表現について, 日本数学会 2015 年度秋季総合分科会, 京都産業大学, 2015.
7. Hiroshi Takahashi: Limiting behaviors of multi-dimensional Brox-type diffusions, Dynamics of Continuous, Discrete and Impulsive Systems, Texas A&M University, USA (招待講演), 2015.
8. Hiroshi Takahashi: Recurrence and transience of multi-dimensional Brox-type diffusion processes, 14th Stochastic Analysis on Large Scale Interacting Systems, 京都大学, 日本 (招待講演), 2015.
9. Hiroshi Takahashi: Approximations of stochastic differential equations by difference equations based on weakly dependent random vectors, The 10th AIMS Conference, The Instituto de Ciencias Matematicas, Spain (招待講演), 2014.
10. Hiroshi Takahashi: Limiting behavior of multi-dimensional diffusion processes in random environments, Mathematical Science Seminar in Tokyo City University, 東京都市大学, (招待講演), 2014.
11. 楠岡誠一郎, 高橋 弘, 田村要造: 半自己相似性を持つランダム媒質中の多次元拡散過程の

- 再帰性と非再帰性，日本数学会 2014 年度秋季総合分科会，広島大学，2014.
12. 楠岡誠一郎，高橋 弘，田村要造: Recurrence and transience of some diffusion processes in multi-dimensional random environments, 確率論シンポジウム，京都大学，2014.
 13. 高橋 弘，ランダムな遅れのある確率微分方程式の解の近似について，第 6 3 回理論応用力学講演会，東京工業大学（招待講演・基調講演），2014.
 14. 高橋 弘，多次元ランダム媒質中の拡散過程の再帰性・非再帰性について，東北確率論セミナー，東北大学（招待講演），2014.
 15. Hiroshi Takahashi: The dichotomy of recurrence and transience of multi-dimensional Brox-type diffusion processes in semi-stable Levy environments, 無限分解可能過程に関連する諸問題 2014，統計数理研究所，2014.

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕

出願状況 (計 0 件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年：
国内外の別：

取得状況 (計 0 件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
取得年：
国内外の別：

〔その他〕

ホームページ等

6 . 研究組織

(1)研究分担者

研究分担者氏名：

ローマ字氏名：

所属研究機関名：

部局名：

職名：

研究者番号 (8 桁)：

(2)研究協力者

研究協力者氏名：

ローマ字氏名：

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。