

平成 29 年 6 月 17 日現在

機関番号：34416

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2014～2016

課題番号：26800092

研究課題名（和文）ジャンプ付確率過程のレゾルベントと満期ランダム化への応用

研究課題名（英文）Resolvents of stochastic processes with jumps and applications in maturity randomization

研究代表者

山崎 和俊 (Yamazaki, Kazutoshi)

関西大学・システム理工学部・准教授

研究者番号：50554937

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 2,900,000円

研究成果の概要（和文）：下向きジャンプ付のレヴィー過程およびその他のジャンプ付確率過程のレゾルベントの解析を行った。レゾルベントの満期ランダム化への応用として、refraction timeを含む多数回停止問題の解をphase-typeレヴィー過程のレゾルベントを用いることで近似した。また、(s,S)-戦略下での被制御過程と上側に屈折壁があり下側に反射壁があるレヴィー過程についてのレゾルベントを尺度関数で記述し、最適配当問題と最適在庫問題での最適解を得た。

研究成果の概要（英文）：We analyzed the resolvents of the spectrally negative Levy process and other jump processes. As an application for maturity randomization, we approximated the solution to multiple stopping problems with refraction times using the resolvents and phase-type fitting. We also obtained the resolvents of the controlled process under the (s,S)-policy and the refracted-reflected processes via the scale function, and applied them to solve optimal dividend problems and inventory control problems.

研究分野：確率過程論、数理ファイナンス

キーワード：レヴィー過程 レゾルベント 数理ファイナンス 保険数学 在庫管理

## 1. 研究開始当初の背景

( 1 ) レヴィー過程のレゾルベントの研究は本研究開始当初から盛んに行われており、とりわけ下向きジャンプを持つレヴィー過程 (spectrally negative Levy process) の場合には尺度関数 (scale function) を用いることで表現できることが分かっていた。しかしながら、尺度関数は一部の場合を除き解析的な表現を持たず、また他の確率過程についてもレゾルベントに関する結果は限られていた。

( 2 ) 満期ランダム化 (maturity randomization) を始めとし、レゾルベントにはファイナンス・保険や在庫管理等の分野で様々な応用が存在する。とりわけ最適制御問題においては (最適と予想される) 被制御過程の形が異なり、それぞれについてレゾルベントを求める必要がある。レヴィー過程に限らず、より一般的な確率過程についてのレゾルベントの計算方法の確立が求められていた。

## 2. 研究の目的

本研究課題ではジャンプ付確率過程のレゾルベントの研究を通して、満期ランダム化を始めとする幅広い応用を目標とした。下向きジャンプを持つレヴィー過程と他の確率過程についてレゾルベントの計算方法を確立し、ファイナンス・保険や在庫管理等での実用化を目指した。

## 3. 研究の方法

( 1 ) 下向きジャンプを持つレヴィー過程とその他の確率過程についてレゾルベントを含む様々な期待値を尺度関数で記述した。尺度関数が明示的な表現を持たない場合には phase-type レヴィー過程の尺度関数を用いて近似した。

( 2 ) レゾルベントの最適制御問題への応用においては、まず候補となる最適制御における期待値を尺度関数で表した。Smooth fit/continuous fit 原理を用い候補を絞り、変分不等式 (variational inequality) を示すことで最適性を確かめた。

## 4. 研究成果

( 1 ) 満期ランダム化の応用として、“An analytic recursive method for optimal multiple stopping: Canadization and phase-type fitting” (International Journal of Theoretical and Applied Finance に掲載) を執筆した。最適多数回停止問題において、停止後、次の停止までに一定期間 (refraction time) をおかなくてはならない場合を考えた。この場合の最適解の計算には定数時間後のレヴィー過程の分布が必要となるが、特別な場合を除いて分布は解析的な表現を持たない。そのため、refraction time をアーラン分布で近似し (randomization) , さらにレヴィー

過程を独立同分布の phase-type ジャンプを持つレヴィー過程で近似した。この場合、レゾルベントが (複素) 指数関数の線形結合として表す事が出来る。そのため、レゾルベント測度で繰り返し積分する事により最適価値関数は閉じた形の解で近似ができ、またその媒介変数はアルゴリズムを用いて計算できる。数値実験を行い、この randomization と phase-type fitting による手法の計算的コストが小さく、また近似誤差が微小であることを示した。

( 2 ) “Phase-type approximation of the Gerber-Shiu function” (the Journal of the Operations Research Society of Japan に掲載予定) において、保険数学でのゲルバー・シュー関数の近似を行った。ここで課題となるオーバーシュートとアンダーシュートをレゾルベントとレヴィー測度の畳み込みとして計算した。( 1 ) と同様の方法で、phase-type レヴィー過程の尺度関数を用いて近似が厳密に行えることを示した。

( 3 ) 上側に屈折壁があり下側に反射壁があるレヴィー過程を研究し、レゾルベントを含む変動理論を求めた。下向きジャンプを持つレヴィー過程の場合を “On the refracted-reflected spectrally negative Levy processes” (Stochastic Processes and their Applications に掲載予定) にまとめ、上向きジャンプを持つレヴィー過程の場合について、“Refraction-reflection strategies in the dual model” (Astin Bulletin に掲載) にまとめた。さらにその応用として、“On the joint reflective and refractive dividend strategies in spectrally positive Levy models” (Insurance: Mathematics and Economics に掲載) ではある最適相当問題の拡張問題において、古典的な戦略と絶対連続な戦略の最適な組み合わせを求めた。

( 4 ) “Inventory control for spectrally positive Levy demand processes” (Mathematics of Operations Research に掲載) では、(s,S)-戦略によって制御されるレヴィー過程のレゾルベントを求め、固定コストがあり制御が一方方向のみの場合の最適在庫問題を解いた。その類似の問題として固定コストがなく、制御が両方向の場合の最適制御を求め、“Optimality of doubly reflected Levy processes in singular control,” (Stochastic Processes and their Applications に掲載) で結果をまとめた。

( 5 ) “Optimality of refraction strategies for spectrally negative Levy processes” (SIAM Journal on Control and Optimization に掲載) では、既存の屈折過程のレゾルベントの結果を用いて、制御が絶対連続であるという条件下での最適解を得た。

(6) 両方向に(s,S)-戦略を行う場合において、その被制御過程のレゾルベントを求め、“Cash management and control band policies for spectrally one-sided Levy processes” (Recent Advances in Financial Engineering 2014 に掲載)にて発表した。

(7) “Spectrally negative Levy processes with Parisian reflection below and classical reflection above” (Stochastic Processes and their Applications に掲載予定)では、通常の反射とは違い、反射壁下に一定時間滞在したときに反射する過程を考え、その変動理論の研究を行った。

#### 5. 主な発表論文等

[雑誌論文](計 14 件)

1. F. Avram, J.L. Perez, K. Yamazaki, “Spectrally negative Levy processes with Parisian reflection below and classical reflection above,” Stochastic Processes and their Applications, 査読有, 掲載予定
2. J.L. Perez, K. Yamazaki, “On the refracted-reflected spectrally negative Levy processes,” Stochastic Processes and their Applications, 査読有, 掲載予定
3. K. Yamazaki, “Phase-type approximation of the Gerber-Shiu function,” the Journal of the Operations Research Society of Japan (special issue of the 60th anniversary of the Operations Research Society of Japan), 査読有, 掲載予定
4. B. Avanzi, J.L. Perez, B. Wong, K. Yamazaki, “On the joint reflective and refractive dividend strategies in spectrally positive Levy models,” Insurance: Mathematics and Economics, 査読有, 72, 2017, 148-162
5. J.L. Perez, K. Yamazaki, “Refraction-reflection strategies in the dual model,” ASTIN Bulletin, 査読有, 47(1), 2017, 199-238
6. K. Yamazaki, “Inventory control for spectrally positive Levy demand processes,” Mathematics of Operations Research, 査読有, 42(1), 2017, 212-237
7. D. Hernandez-Hernandez, J.L. Perez, K. Yamazaki, “Optimality of refraction strategies for spectrally negative Levy processes,” SIAM Journal on Control and Optimization, 査読有, 54(3), 2016, 1126-1156
8. K. Yamazaki, “Cash management and control band policies for spectrally one-sided Levy processes,” Recent Advances in Financial Engineering 2014, 査読有, 2016, 199-215
9. T. Leung, K. Yamazaki, H. Zhang, “Optimal multiple stopping with negative discount rate and random refraction times under Levy models,” SIAM Journal on Control and Optimization, 査読有, 53(4), 2015, 2373-2405
10. T. Leung, K. Yamazaki, H. Zhang, “An analytic recursive method for optimal multiple stopping: Canadization and phase-type fitting,” International Journal of Theoretical and Applied Finance, 査読有, 18(5), 2015, 1550032
11. E.J. Baurdoux, K. Yamazaki, “Optimality of doubly reflected Levy processes in singular control,” Stochastic Processes and their Applications, 査読有, 125(7), 2015, 2727-2751
12. E.J. Baurdoux, N. Chen, B. A. Surya, K. Yamazaki, “Optimal double stopping of a Brownian bridge,” Advances in Applied Probability, 査読有, 47(4), 2015, 1212-1234
13. K. Yamazaki, “Contraction options and optimal multiple-stopping in spectrally negative Levy models,” Applied Mathematics and Optimization, 査読有, 72(1), 2015, 147-185
14. D. Hernandez-Hernandez, K. Yamazaki, “Games of singular control and stopping driven by spectrally one-sided Levy processes,” Stochastic Processes and their Applications, 査読有, 125(1), 2015, 1-38

[学会発表](計 29 件)

1. K. Yamazaki, “On optimal joint reflective and refractive dividend strategies in spectrally positive Levy models,” Osaka-UCL Workshop on Stochastics, Numerics and Risk, 2017 年 3 月 29 日, 大阪大学(大阪)
2. 山崎和俊, 「パリジャン反射と保険・信用リスクへの応用」, 金融工学・数理計量ファイナンスの諸問題 2016, 2016 年 12 月 1 日, 大阪大学・中之島センター(大阪)
3. K. Yamazaki, “Parisian reflection and applications in insurance and credit risk,” International Conference on Financial Risks and Uncertainties, 2016 年 8 月 27 日, ホテルオアシティ共和(沖縄)
4. K. Yamazaki, “On the refracted-reflected spectrally one-sided Levy processes,” Levy 2016, 2016 年 7 月 26 日, アンジェ(フランス)
5. K. Yamazaki, “Optimality of doubly

- reflected Levy processes in singular control,” Workshop on Analysis and Applications of Stochastic Systems, 2016年3月31日, リオデジャネイロ(ブラジル)
6. 山崎和俊, 「屈折反射レヴィー過程(特別講演)」, 日本数学会, 2016年3月16日, 筑波大学(茨城)
  7. K. Yamazaki, “An analytic recursive method for optimal multiple stopping: Canadization and phase-type fitting,” Winter Workshop on Operations Research, Finance and Mathematics, 2016年2月15日, サホロリゾート(北海道)
  8. 山崎和俊, “Refracted-reflected Levy processes in M/G/1 queues,” 待ち行列シンポジウム, 2016年1月21日, 多摩永山情報教育センター(東京)
  9. K. Yamazaki, “Optimality of two-parameter strategies in stochastic control,” Simposio de Probabilidad y Procesos Estocasticos, 2015年11月20日, メリダ(メキシコ)
  10. K. Yamazaki, “Refracted-reflected spectrally negative Levy processes,” Workshop on Stochastic Analysis and Related Topics, 2015年11月5日, ドレスデン(ドイツ)
  11. K. Yamazaki, “Continuous-state branching processes,” Summer School on Dirichlet Forms and Stochastic Analysis, 2015年8月24日~2015年8月28日, 関西大学(大阪)
  12. K. Yamazaki, “Optimality of refraction strategies for spectrally negative Levy processes,” Stochastic Processes and Applications Mongolia, 2015年8月7日, ウランバートル(モンゴル)
  13. K. Yamazaki, “Optimality of refraction strategies for spectrally negative Levy processes,” Asian Quantitative Finance Conference 2015, 2015年7月6日, 香港(中国)
  14. 山崎和俊, 「レヴィー過程の確率制御」, 大規模複雑システムの最適モデリング手法の構築, 2015年6月2日, 東京大学(東京)
  15. 山崎和俊, “Optimality of refraction strategies for spectrally negative Levy processes,” 金融市場におけるシステミックリスクの学際的分析, 2015年5月29日, 京都大学(京都)
  16. K. Yamazaki, “Optimality of refraction strategies for spectrally negative Levy processes,” Insurance: Mathematics and Economics 2015, 2015年5月25日, リバプール(イギリス)
  17. K. Yamazaki, “Optimality of doubly reflected Levy processes in singular Control,” Math Finance Seminar, 2015年3月26日, ニューヨーク(アメリカ)
  18. K. Yamazaki, “Optimality of doubly reflected Levy processes in singular control,” ORFE Department Colloquium, 2015年3月24日, プリンストン(アメリカ)
  19. K. Yamazaki, “Optimality of doubly reflected Levy processes in singular control,” Workshop on Mathematical Finance and Related Issues, 2015年3月19日, 大阪大学中之島センター(大阪)
  20. 山崎和俊, “Optimal capital structure with scale effects under spectrally negative Levy models,” 日本応用数理学会 2015年 研究部会連合発表会, 2015年3月7日, 明治大学(東京)
  21. K. Yamazaki, “Optimal capital structure with scale effects under spectrally negative Levy models,” SIAM Conference on Financial Mathematics and Engineering, 2014年11月13日, シカゴ(アメリカ)
  22. K. Yamazaki, “Inventory control for spectrally positive Levy demand processes,” INFORMS 2014, 2014年11月12日, サンフランシスコ(アメリカ)
  23. 山崎和俊, “An analytic recursive methods for optimal multiple stopping: Canadization and phase-type fitting,” 第4回数理ファイナンス合宿型セミナー, 2014年11月8日, 慶応大学(神奈川)
  24. K. Yamazaki, “Cash management and control band policies for spectrally one-sided Levy processes,” TMU Finance Workshop 2014, 2014年11月7日, 首都大学東京(東京)
  25. 山崎和俊, “Phase-type approximation of the Gerber-Shiu function,” 日本保険・年金リスク学会 第12回大会, 2014年11月1日, 東京大学(東京)
  26. 山崎和俊, 「在庫管理問題の上向きジャンプ付レヴィー過程モデルへの一般化」, 日本応用数理学会 2014年度年会, 2014年9月5日, 政策研究大学院大学(東京)
  27. K. Yamazaki, “Games of singular control and stopping driven by spectrally one-sided Levy processes,” The 37th Conference on Stochastic Processes and their Applications, 2014年7月28日, ブエノスアイレス(アルゼンチン)
  28. K. Yamazaki, “Optimal dividends in the dual model under fixed transaction costs,” The 5th International Gerber-Shiu Workshop, 2014年7月8日, 香港(中国)
  29. K. Yamazaki, “Optimal dividends in the dual model under fixed transaction

costs,” The 8th Samos Conference in  
Actuarial Science and Finance, 2014 年  
5 月 31 日, サモス (ギリシャ)

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕

出願状況 (計 0 件)

取得状況 (計 0 件)

〔その他〕

ホームページ等

<https://sites.google.com/site/kyamazak/>

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

山崎 和俊 (YAMAZAKI, KAZUTOSHI )

関西大学・システム理工学部・准教授

研究者番号 : 50554937

### (2) 研究分担者

( )

研究者番号 :

### (3) 連携研究者

( )

研究者番号 :

### (4) 研究協力者

( )