

平成 30 年 5 月 5 日現在

機関番号：24402

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2014～2017

課題番号：26870500

研究課題名(和文)多成分超流体における新奇な秩序化現象とその相転移動力学の確立

研究課題名(英文) Establishing phase transition dynamics of novel phase ordering phenomena in multi-component superfluids

研究代表者

竹内 宏光 (Takeuchi, Hiromitsu)

大阪市立大学・大学院理学研究科・講師

研究者番号：10587760

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,100,000円

研究成果の概要(和文)：2成分ボース・アインシュタイン凝縮体と超流動 ^3He の二つの多成分超流体で起こる、自発的対称性の破れによって引き起こされる新奇な物理現象を理論的に調査した。この研究では、Lancaster大学で実施されたブレン対消滅の模擬実験を理論的に解明することを目指している。その理論構築の過程で、「射影された対称性の破れ」という新しい物理概念を提唱した。また、水と油の相分離のような構造形成を生む系で離散的な対称性の自発的破れを伴うダイナミクスが、浸透理論と結びつく直接的な証拠を初めて示し、2成分超流体の相分離では、量子論と浸透理論のそれぞれが支配的な二つの長さスケール領域が共存することを明らかにした。

研究成果の概要(英文)：Novel physical phenomena induced by spontaneous symmetry breaking in multi-component superfluids of binary Bose-Einstein condensates and superfluid ^3He are studied theoretically. The research goal is to reveal theoretically the experiment of simulating 'brane' annihilation done by Lancaster University. In the process of establishing the theory, a new physical concept, Projected Symmetry Breaking, is proposed. Additionally, in domain-coarsening dynamics with spontaneous breaking of a discrete symmetry, like phase separation of oil and water, the direct evidence of a relation to percolation theory is produced. In the case of phase separation of binary condensates, two length-scale regimes can co-exist; a regime is described by percolation theory and the other is done by quantum theory.

研究分野：低温物理

キーワード：超流動 ボース・アインシュタイン凝縮 自発的対称性の破れ 秩序化動力学 浸透理論 量子渦 ドメイン壁 量子流体力学

1. 研究開始当初の背景

超弦理論またはそれから派生した高次元宇宙論のある仮説によると、高次元空間における膜状ソリトン (ブレン) の対消滅によって、低次元部分空間中で自発的対称性の破れ(SSB: Spontaneous Symmetry Breaking)を伴う相転移が発現する (下図参照)。また、この現象は初期宇宙で起こる SSB とそれに伴う位相欠陥の生成を再現すると考えられている。

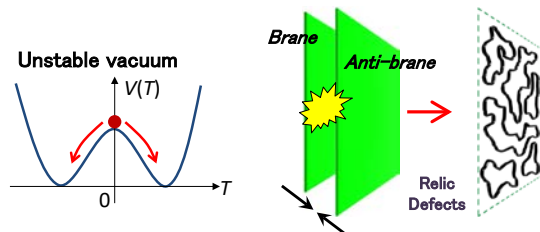


図1:タキオン場 T の有効ポテンシャル(左)とブレン対消滅による位相欠陥の生成(右)の概略図

ところが、このような奇抜な相転移現象は、実際の物理系でこれまで検証されることはなかった。この事実は、SSB による通常の位相欠陥生成機構 (KZM: Kibble-Zurek Mechanism) が物性系で数多く検証され、高い注目を集め続けていることと対照的である。唯一の例外が英国 Lancaster 大学の実験グループによる超流動 ^3He を用いたブレン対消滅の模擬実験である。この実験では超流動 ^3He の A 相と B 相の界面をブレンに見立て、界面を対消滅させた後、何らかの空間構造が残存することを確認した。しかし、実験的困難からこの現象の詳細はほとんど解明されていない。

一方、私はこの実験結果を受けて、2 成分 Bose-Einstein 凝縮体(BEC)間の界面の対消滅過程が、同様の現象を引き起こすことと理論的に予想した。つまり、3 次元空間中の界面の対消滅過程が、2 次元部分空間中で KZM を引き起こすのである。この理論的予想は数値計算により確かめられた。

この研究で、KZM 以降の非平衡時間発展において、秩序化動力学 (または相転移動力学) の動的スケール側が検証されたことは注目に値する。なぜなら、私が知る限り、これが、多成分超流体あるいは多成分 BEC において秩序化動力学が本格的に検証された初めての研究だったからである。多成分超流体ではその多自由度性と量子効果に起因して、新奇かつ多彩な秩序化過程が起こり得る。

2. 研究の目的

研究開始当初の目的は以下の 4 課題を達成することである。

- [1] 多成分 BEC 中の射影低次元空間における秩序化過程の動力学と実験的検証: 多成分 BEC 中の界面对消滅の大規模数値計算を実施することで、射影低次元空

間の秩序化過程と余剰次元効果を詳細に調べる。さらに、実験グループと共同で実験的検証を目指す。

- [2] 超流動 ^3He への理論の適用とブレン対消滅実験の理論的説明:

2 成分 BEC の界面对消滅を説明する理論を超流動 ^3He の系にも応用できるように拡張し、ランカスター大学による界面对消滅の実験を理論的に検証する。

- [3] 2 成分 BEC における秩序化動力学の基礎理論の確立:

2 成分 BEC における秩序化動力学の基礎理論を確立し、この系におけるドメイン形成のダイナミクスを解明する。

- [4] 他の系への理論の拡張:

[1] ~ [3] で得られた新たな知見を他の秩序化現象に適用する。

3. 研究の方法

本課題では上記研究目的を達成するために、理論的な研究を行った。以下では項目別に研究の方法について述べる。

- I. BEC の秩序変数の記述:

超低温下の多成分 BEC の秩序変数は、Gross-Pitaevskii(GP) 模型によって定量的に説明される。本研究では、秩序変数の振る舞いを記述する非線形連立偏微分方程式 (GP 方程式) を、ワークステーションを用いて数値的に解くことでその振る舞いを求めた。システムサイズが大きな系の数値計算は、大容量メモリを備えた分散メモリ型並列計算機を利用した。

- II. BEC の線形安定性解析:

BEC の定常状態に対する線形安定性は、Bogoliubov-de Gennes(BdG) 模型によって記述される。この線形安定性は、定常状態に妥当な対称性を課すことで求められる空間 1 次元の線型偏微分方程式 (BdG 方程式) の固有値によって決定される。固有値は BdG 方程式を数値的に対角化して求められた。

- III. 秩序化過程の解析

2 成分 BEC の秩序化過程で現れる秩序変数の空間構造 (ドメイン構造) は、浸透理論を応用した構造解析方法を用いて調べられた。パーコレーション転移点の決定には、2 次元系の臨界指数を用いた有限サイズスケール解析の方法を採用した。ドメインの面積分布を数値的に求めるために利用するアルゴリズムは、画像処理技術のラベリング処理法に似た手法を物理系に応用して独自に開発されたものである。

- IV. 超流動 ^3He の解析:

超流動 ^3He の系は、秩序変数の空間勾配が小さいときによく成り立つ London 極限近似に基づいて理論的に記述した。射影低次元空間の位相幾何学的分類は、秩序変数を低次元へ射影する方法にホモトピーを適用することで行われた。

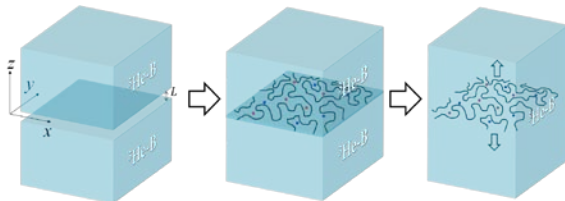
4. 研究成果

以下では、得られた研究成果の中で特に重要な項目を、関連性の高いものを上から順番に列挙する。また、本課題は4年目から基盤研究(C)に引き継がれおり、その点についても述べる。

(a) 「射影された対称性の破れ」の提案

(関連する業績：[雑誌論文] ④)

超流動 ^3He の B 相において双極子相互作用が支配的な場合に、超流体界面の対消滅過程で起こり得る位相欠陥の種類、および、生成機構を理論的に明らかにした。界面对消滅が起こる3次元空間では量子渦とヘッジホッグ(モノポール)が下図のように形成されるが、この現象を対消滅面に平行な2次元空間に射影させると、ドメイン壁と点渦が自発的対称性の破れによって形成されたものと見なすことができる。先行研究との類推から、これらの位相欠陥形成後のダイナミクスは、2次元空間における秩序化動力学に従う事が予想される。この考察に基づいて、位相欠陥密度が特徴的なスケーリング則に従うことを理論的に予言した。



^3He 超流体($^3\text{He-B}$)中の射影された対称性の破れの模式図

この理論的手法は、超流体だけでなく、連続的な対称性が自発的に破れた任意の系に対して普遍的に適用できる概念である。この物理概念を「射影された対称性の破れ (PSB: Projected Symmetry Breaking)」と名付けた。

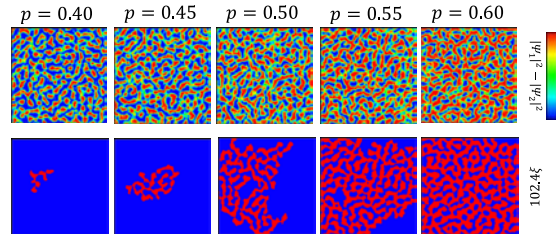
PSB の概念は、ランカスター大学の実験を解明する過程で提案されたものであるが、その適用範囲は超流体のみならず幅広い系におよぶ。この点で、当初の計画を上回る成果が得られたと言える。

また、一般の系に適用される PSB の概念を発展させる上で、ランカスター大学の複雑な実験に特化した解析を行うよりも、一般的な視点に立って理論を展開する方が重要である。とりわけ、最近実現した箱型ポテンシャル中のフェルミ原子気体の量子凝縮の系では、PSB を実現する条件が比較的整っている。そのため、今後は、冷却原子のフェルミ超流体を想定した理論解析を足掛かりにすることが望ましい。そのため、

上記課題【1】と【2】の計画は変更され、両者を【4】と融合した形で基盤研究(C)へと引き継がれた。

(b) ドメイン形成の秩序化過程に対する浸透理論の適用とパーコレーション臨界点

(関連する業績：[雑誌論文] ⑤⑧)



図：(上) 2成分BECにおける相分離過程初期のドメインパターン。(下) 成分1の最大ドメインのみを(上)の画像から抽出したもの。初期状態の成分比(p)が半々($p=0.5$)になる付近で、突如系を縦断するドメインが出現し、パーコレーション転移が起こる。

2成分 BEC の相分離過程に、浸透理論を適用し、動的なドメイン形成の統計的性質を理論的に明らかにした。2成分の粒子数比を変化させて、現れるドメインの構造を調べると、粒子数が等しいときに系を縦断(あるいは横断)するドメインが突然出現する(上図参照)。粒子数が等しいときの相分離過程は、系の成分を入れ替える対称性の自発的破れを伴う秩序化過程に相当する。

これは秩序化動力学に浸透理論が適用できることを直接立証した初めての研究である。このことは、秩序化過程における秩序変数の非平衡時間発展に対する予言可能性が向上することを意味する。なぜなら、浸透理論によって特徴づけられる時間発展の初期の空間構造は、動的スケーリング則にしたがってその特徴を保持したまま相似手的に時間発展するからである。

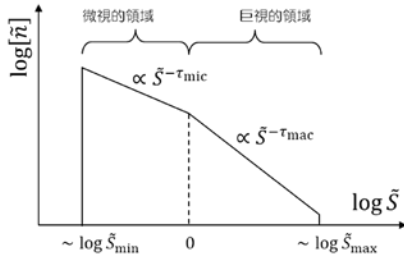
当初のこの研究の目的は、上記【3】に記載した通り、この系の秩序化動力学の基礎を確立することであった。本研究はこの目的を既にほとんど達成していると言えるが、秩序化動力学に関しても重要な内容を含むため、SSB と関連して一般的な視点から発展させることが重要である。実際、この研究をきっかけに、海外の複数の理論グループによって別の系での秩序化過程と浸透理論を結び付けた論文が相次いで発表され始めている。

加えて、この問題はランカスター大学の実験で残存したとされる何らかの空間構造の正体を解明するヒントを与えることがわかってきた。この実験で PSB が起こったと仮定すると、射影2次元空間において実スカラー場の秩序変数で記述されるドメイン形成の秩序化過程が起こる。一方、上記2成分 BEC の相分離過程は複素スカラー場で記述される。したがって、本研究の成果を PSB と結び付けて発展させることを念頭に置けば、秩序変数の詳細によらない普遍的な理論を構築することが望まれる。

本研究のこのような重要性は当初予想できなかったものである。当初の計画を変更し、この研究を進展させることを優先して下記(c)の研究を実施した。

(c) 相分離する2成分BECにおける階層性と量子効果

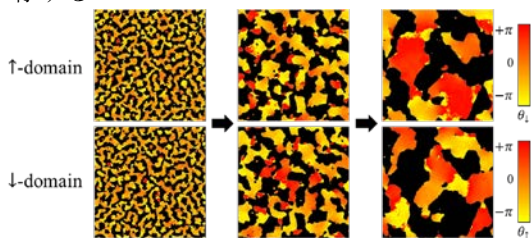
(関連する業績：[雑誌論文] ①③)



図：相分離する2成分超流体におけるドメイン構造のドメインサイズ分布 (\bar{n}) の漸近的振舞い。 \bar{S} は平均ドメイン壁間距離でスケールされたドメイン壁の面積、 τ_{mic} および τ_{mac} はそれぞれミクロおよびマクロ領域における臨界指数を表す。

この研究では、相分離する2成分超流体におけるドメイン壁のサイズ分布の一部の領域が、浸透理論のFischer則が予言するある冪則に従うを明らかにした。この冪則は、平均的なドメインに比べてそのサイズが十分大きなドメインに対して適用され、離散的な対称性の破れが起こる様々な系に普遍的に適用できる法則であると考えられる。一方、比較的小さなドメインに対しては、浸透理論では記述できない異なる振る舞いを示すことが予想されていた。そこで、一般的な離散的対称性の破れの非平衡時間発展に対して、上図に示すようなスケールリング仮説を打ち立てた。

ドメイン形成の非平衡時間発展において、ある時間での平均ドメインサイズによってドメインのサイズ分布を動的にスケール変換すれば、動的スケールリング仮説が成り立つすべての時間において、サイズ分布はある普遍的な関数によって記述される。図にはその関数形の漸近的な振る舞いを示した。ドメインの平均的な面積よりも大きいドメイン領域（巨視的領域）だけでなく、小さいドメイン領域（微視的領域）に対しても異なる冪則が成立し、その冪の値は系に依存する。



図：相分離する2成分超流体中のドメイン形成の時間発展の様子。上列と下列は2種類のドメイン（↑-domainと↓-domain）の空間分布を表しており、黒い領域がそれぞれのドメインが存在する領域である。グラデーションは他方のドメインが占有する領域における超流動を特徴づける秩序変数の位相 ($\theta_{1,2}$) を表している。

この仮説は大規模な数値計算により確かめられ、2成分BECでは、冪の値が理論上の上限値に漸近していることを明らかにした。これは、古典系の秩序化過程では見られない異常な振舞いである。この振舞いは、小さいドメインに量子渦が束縛されて渦シートを形成する（上図参照）ことが原因である。つまり、この系の量子効果が微視的領域の振る舞いを決定しているのである。

(d) 「巻き数2の量子渦の安定性」の解明

(関連する業績：[雑誌論文] ②)

一様な超流体における巻き数2の量子渦の動的安定性を理論的に検証した。一様な超流体中では巻き数1の量子渦のみが安定であることを前提にして、これまでに莫大な数の研究が実施されている。もし、巻き数2以上の渦の存在が許されるならば、それらの研究が土台から崩れ去ることになる。しかし、絶対零度において巻き数が2以上の渦が不安定であることを示した研究はそれまで存在せず、この問題は理論・数値的困難から長年の未解決問題であった。

本研究は、絶対零度の一様なBECにおいて、巻き数2の量子渦が動的に不安定であることを初めて示した。この研究のきっかけは、下記(e)の教科書([図書] ①)の執筆を通じて、この未解決問題を知ったことである。この問題は、超流体中の流体力学的な現象を理解する上で極めて重要であるため、この問題に気づいた時点で研究計画を変更して優先して取り組んだ。

(e) ラビ結合した2成分BECにおける対向超流動とソリトンの安定性相図

(関連する業績：[雑誌論文] ⑥⑦)

2成分BECの対向超流動状態に、成分間のコヒーレント結合効果を生むラビ結合を作用させたとき、2成分の密度に同時に溝を形成する特徴的なソリトン構造が実現することを理論的に明らかにした。また、このようなソリトン構造はこの系で未だ確認されておらず、今後の理論・実験的発展が期待される。

5. 主な発表論文等

[雑誌論文] (計8件)

① [Kaleidoscope] Hiromitsu Takeuchi
Domain-area distribution anomaly in segregating multi-component superfluids
Phys. Rev. A **97**, 013617(2018) (査読有)
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevA.97.013617>

② Hiromitsu Takeuchi, Michikazu Kobayashi, and Kenichi Kasamatsu
Is a Doubly Quantized Vortex Dynamically Unstable in Uniform Superfluids?
J. Phys. Soc. Jpn. **87**, 023601(2018) (査読有)
<http://dx.doi.org/10.7566/JPSJ.87.023601>

- ③ Hiromitsu Takeuchi
Domain Size Distribution in Segregating Binary Superfluids
 J. Low Temp. Phys. **183**,169(2016) (査読有)
<http://dx.doi.org/10.1007/s10909-016-1543-7>
 Erratum:
<http://dx.doi.org/10.1007/s10909-017-1780-4>
- ④ Hiromitsu Takeuchi, and Shingo Kobayashi
Projected Symmetry Breaking in Dipole-Locked $^3\text{He-B}$
 J. Low Temp. Phys. **183**,78(2016) (査読有)
<http://dx.doi.org/10.1007/s10909-016-1510-3>
- ⑤ Hiromitsu Takeuchi, Yumiko Mizuno, and Kentaro Dehara
Phase ordering percolation and an infinite domain wall in segregating binary Bose-Einstein condensates
 Phys. Rev. A **92**, 043608 (2015) (査読有)
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevA.92.043608>
- ⑥ Ayaka Usui and Hiromitsu Takeuchi
Rabi-coupled Countersuperflow in Binary Bose-Einstein Condensates
 Phys. Rev. A **91**, 063635 (2015) (査読有)
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevA.91.063635>
- ⑦ Ayaka Usui and Hiromitsu Takeuchi
Stability of a Soliton in Counter-propagating Two-component Bose-Einstein Condensates with Rabi Coupling
 Conference Paper, Frontiers in Optics 2014, Tucson, Arizona United States (査読無)
<http://dx.doi.org/10.1364/FIO.2014.JTu3A.18>
- ⑧ Yumiko Mizuno, Kentaro Dehara, and Hiromitsu Takeuchi
Percolation in Segregated Binary Bose-Einstein Condensates
 Conference Paper, Frontiers in Optics 2014, Tucson, Arizona United States (査読無)
<http://dx.doi.org/10.1364/FIO.2014.JTu3A.16>
- [学会発表] (計 33 件)
- ① **[Hot Topic Speakers]** Hiromitsu Takeuchi
 Application of percolation theory to coarsening dynamics of domains in segregating binary superfluids
 FINES2018-Finite Temperature Non-equilibrium Superfluid Systems, Wanaka, NewZealand, 2. 19-23 (2018)
- ② **[Invited]** Hiromitsu Takeuchi
 Percolation during symmetry breaking phase transition in segregating binary superfluids
 Quantum Science Symposium-2016, University of Cambridge, Cambridge, UK, 11. 1-2 (2016)

- ③ **[Invited]** Hiromitsu Takeuchi
 Superfluid ^3He as an exotic example of projected symmetry breaking
 Quantum Science Symposium-2015, Cambridge, MA, USA, 9. 21-22 (2015)
- ④ **[Invited]** 竹内宏光
 多自由度超流体における界面对消滅と射影された自発的対称性の破れ
 日本物理学会, 秋季大会, 関西大学, 9. 16-19 (2015)
- ⑤ **[Invited]** Hiromitsu Takeuchi
 Countersuperflow turbulence in binary Bose-Einstein condensates
 ULT2014-Frontiers of Low Temperature Physics, San Carlos de Bariloche, Argentina, 8. 6-13 (2014)
- ⑥ **[Invited]** Hiromitsu Takeuchi
 Topological possibility of defect formation from interface annihilation in superfluid ^3He
 ULT2014-Frontiers of Low Temperature Physics, San Carlos de Bariloche, Argentina, 8. 6-13 (2014)
- [図書] (計 1 件)
- ① 坪田 誠, 笠松 健一, 小林 未知数, 竹内 宏光
 「量子流体力学」
 丸善出版 (2018/1/27) 338 ページ
- [その他]
- 【ホームページ情報】
- ① 研究者個人のホームページ
Hiromitsu Takeuchi 竹内 宏光
<http://hiromitsu-takeuchi.appspot.com>
- ② 研究者の所属先の研究者総覧
 研究者詳細 - 竹内 宏光
https://research-soran17.osaka-cu.ac.jp/html/10000504_ja.html
- 【アウトリーチ活動情報】
- ③ 市大授業「自発的対称性の破れと量子流体」
 対象：高校生, 予備校生
 担当年度：2016
- ④ 進路講演会「超低温の世界で起こる不思議な自然現象: 超伝導と自発的対称性の破れ」
 対象：大阪府立高津高等学校 1 年生
 担当年度：2013-2014
- 6. 研究組織**
- (1) 研究代表者
 竹内 宏光 (TAKEUCHI Hiromitsu)
 大阪市立大学・大学院理学研究科・講師
 研究者番号：10587760