

令和 4 年 6 月 15 日現在

機関番号：13901

研究種目：新学術領域研究(研究領域提案型)

研究期間：2017～2021

課題番号：17H06466

研究課題名(和文)ナノ極小曲面論による相分離過程の大域解析

研究課題名(英文)Global analysis of phase transition by using nano-minimal surface theory

研究代表者

内藤 久資(Naito, Hisashi)

名古屋大学・多元数理科学研究科・准教授

研究者番号：40211411

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 44,050,000円

研究成果の概要(和文)：炭素構造を代表例とする新奇結晶構造を離散幾何解析を用いて解析した。炭素構造を代表的な例とする結晶構造を離散幾何解析の視点から解析するために、3分岐離散曲面を定義し、そのガウス曲率・平均曲率を定義し、従来「負曲率炭素構造」と言われていた構造の負曲率性を示すなど、離散幾何解析の手法により、物質科学にあらわれる構造の記述ができることを示した。また、グラフのエネルギーを改良することで、曲面的なグラフェン構造の高速計算法を提案し、曲面の曲率と物性との間に強い相関がある例を示した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

従来とは異なる離散幾何解析的なアプローチによって材料物性を解析できる可能性を示した。従来の材料科学では経験的な手法によって望ましい物性を探索することが多く、また近年のデータ駆動型アプローチでも、多くの既存のデータを用いることが多い。一方、我々が行なった離散幾何解析のアプローチは、材料の幾何学的性質を考察することにより、望ましい物性・新奇な物性をもつ材料を探索する可能性を開拓した。

研究成果の概要(英文)：A novel crystal structure represented by a carbon structure was analyzed using discrete geometry analysis.

In order to analyze the crystal structure, which is a typical example of the carbon structure from the viewpoint of discrete geometry analysis, Define a trivalent discrete surface, define its Gaussian curvature and mean curvature, It shows the negative curvature of the structure that was conventionally called "negative curvature carbon structure", etc. It was shown that the structure that appears in material science can be described by the method of discrete geometry analysis. In addition, by improving the energy of the graph, we proposed a high-speed calculation method for the curved graphene structure.

An example is shown in which there is a strong correlation between the curvature of a curved surface and its physical properties.

研究分野：数学・材料科学

キーワード：離散幾何解析 極小曲面 グラフ理論 炭素構造

1. 研究開始当初の背景

(1) 1991年に Mackay と Terrones によって提案された Mackay 結晶は、「負曲率」をもつ 3重周期的 sp^2 炭素結晶構造である。Mackay 結晶は、3重周期的極小曲面である Schwarz P 曲面と同じ対称性を持ち、その曲面上に載ると考えられている。近年は、フラーレン・グラフェン・カーボンナノチューブに代表される sp^2 炭素構造の有用性が確認され、材料としての応用が広く研究されている。これらの炭素構造の特徴の一つとして、それらが sp^2 構造をなし、金属的または半導体としての性質を持ちうるということが知られている。

一方、極小曲面は、局所的に面積が極小である曲面であることから、物理的に実現された極小曲面は、外部からの摂動に対して安定であり、液晶界面・高分子ポリマー構造の自己組織化として得られる共連続構造には、3重周期的極小曲面があらわれることが知られている。このことから、極小曲面上に配置される炭素構造の実現の可能性は高いと考えられ、それらはフラーレンに対して schwarzties と呼ばれ、結晶学の観点から多くの研究がなされている。

(2) このような背景の下、研究代表者は領域代表者らとともに、グラフ理論による分類と領域代表者らによる結晶格子の標準実現の概念を用いて、純粋に数学的に schwarzties の候補を複数提示し、第一原理計算を用いて、それらのマクロ物性（物理的構造安定性と電子状態）を計算することにより、複数の安定な（金属的または半導体の） schwarzties の存在を示した。

これらの schwarzties は、それらが「負曲率曲面上に配置されている」ことから、離散構造として「負曲率」であると考えられているが、一つの炭素原子と結合する3つの炭素原子は同一平面上に配置されている場合があり、その場合には、angle defect による曲率定義（多面体に対する古典的な曲率の定義）では、曲率0であることが示される。そこで、研究代表者・研究分担者：大森・領域代表者は、これらの炭素構造をモデルとする「3分岐離散曲面」に対しての曲率（ガウス曲率および平均曲率）の定義を行い、実際に C_{60} は正の定曲率離散曲面、Mackay 結晶は負曲率離散曲面であることを示した。さらに、この研究で、我々は3分岐離散曲面の「細分」の概念を提示した。従来の離散曲面論は、既存の連続曲面から出発して、その近似と細分を考えることが主流であった。しかし、我々は本質的に離散的なオブジェクトである sp^2 炭素構造をモデルとしているため、その細分は自明ではなく、細分の結果として、何らかの連続曲面に「収束」するかは非自明である。我々は、Mackay 結晶に対して細分を計算した結果、Schwarz P 曲面にハウスドルフ収束する (C^0 収束) ことを確認した。さらに、Mackay 結晶の持つ8角形周辺では「格子欠陥」があらわれることを確認した (図1参照)。一方、離散曲面の細分列が「収束」といえるためには、その法ベクトルの収束 (C^1 収束) のみならず、曲率も収束 (C^2 収束) する必要がある。その意味で、図1で確認できる格子欠陥は C^2 収束をしない部分と考えることができる。

2. 研究の目的

- (1) 離散解析幾何学を用いて、炭素構造のミクロ構造からマクロ物性に対する指針を与える。具体的には、与えられた位相的条件をみたす3分岐離散曲面に対して、実際に得られたマクロ物性（安定性・バンド構造）と離散曲面としての幾何学量（ガウス曲率・平均曲率など）を比較することにより、幾何学量と物理量との関連を導く。
- (2) 3分岐離散曲面の細分列の収束理論を確立することを重要な研究テーマとする。特に、それらの曲率が収束（ C^2 収束）するための条件に関する解析を行う。これまでの研究で、細分列の収束条件が悪い部分（ C^0 収束しかしない部分）は、格子欠陥と考えられたため、数学的な収束理論と物質科学の関連は重要であると考えられ、共連続構造上に炭素構造を構築した場合の物質の安定性の解析を行なう。同時に、物質の内部歪みエネルギーとグラフエネルギーとの関連を調べ、直接的に安定構造を得ることも目標とする。

3. 研究の方法

- (1) 3分岐離散曲面の細分列の収束理論については、5角形・7角形など特異点がある可能性のある構造を中心に解析を行なう。
- (2) 共連続構造に関わる3重周期極小曲面に関して、数値計算を含めて安定性・変形可能性の研究を行なう。
- (3) 材料科学研究者とともに、物質の内部歪みエネルギーとグラフエネルギーとの関連をDFT計算との比較などを行なって研究を行なう。

4. 研究成果

- (1) 炭素構造を代表的な例とする結晶構造を離散幾何解析の視点から解析するために、3分岐離散曲面を定義し、そのガウス曲率・平均曲率を定義し、従来「負曲率炭素構造」と言われていた構造が、3分岐離散曲面として負曲率曲面となることを示した。
- (2) 大きなスケールの曲面的炭素構造をモデルとして、3分岐離散曲面の細分を定義し、細分列に対する収束定理を証明した。
- (3) 3分岐離散曲面の細分を構成する時に用いた抽象的なグラフの細分列に対して、その固有値の漸近挙動を示した。
- (4) 曲がった炭素構造の重要な例である5-7グラフェンを例にとり、通常グラフェンエネルギーに対して、第2隣接頂点間の反発力を導入することにより、曲がったグラフェン構造を従来の密度汎関数理論による計算に比べて極めて高速に再現する手法を与えた。さらに、5-7グラフェンに対して、単一炭素に対する窒素ドーピングエネルギーと5-7グラフェンの各炭素原子でのガウス曲率の間に強い相関があることを示した。
- (5) 異種原子をドーピングした欠陥をもつカーボンナノチューブに対して、その一意性を確かめるための指数を定義した。
- (6) 面積一定という条件下でラプラシアン第1固有値を最大化する閉曲面上の計

量を決定する問題について研究を行った。とくに、種数2の閉曲面に対してこの問題を解決した。

(7) 有限グラフのユークリッド空間への埋め込みに関する最適化問題とラプラシアン第1固有値の最大化問題 (Göring-Helmberg-Wappler によって定式化されたもの) について研究を行なった。アルキメデス多面体を始めとして対称性の高い様々な多面体の1骨格グラフについて、これらの最適化問題を解くことができた。とくに、フラレン C_{60} の第1固有値を最大化する辺ウェイトが一様ウェイトから少しずれることを考察した。また、これらの最適化問題を、距離正則とよばれる性質をもつグラフに対して一般的に解くことができた。

(8) 7) の問題の連続類似について研究を行なった。重み付きリーマン多様体のユークリッド空間への埋め込みに関する最適化問題、およびその双対問題として、ウェイト付きリーマン多様体の Bakry-Émery ラプラシアンの第1固有値の最大化問題を定式化し、Nadirashvili 型定理を証明した。

(9) シャボン膜は「与えられた境界を持つような面積最小(極小)曲面はなにか」というプラトー問題の解として得られる3次元(ユークリッド)空間内の曲面である。そのような曲面は極小曲面と呼ばれ、平均曲率と呼ばれる曲がり具合を表す量が零になるという性質を持つ。類似した問題として「与えられた3次元領域を複数の領域相に分割したとき、各相の境界面の面積が最小(極小)になるような界面はなにか」という等周問題がある。このような等周問題の解は各相の体積に制約条件がなければ極小曲面に、制約条件があれば平均曲率一定曲面になる。新学術領域研究に関連する研究として、極小曲面、平均曲率一定曲面の相分離界面としての構造を解明することや、曲面に対する上記の境界値問題に関連する新たな知見を得ることを主要な目標として研究に取り組んだ。とりわけ報告者の専門とする時空内の曲面論との関係に着目した研究を行い、下記の成果を得た。

- ・ミンコフスキー空間内の極大超曲面に関する Calabi-Bernstein 問題を計量の退化を許容した形での解決した。

- ・極小曲面方程式に関する有界領域上の無限境界値問題と、極大曲面方程式のある種の光的境界値問題の解の間の一対一の対応があることを明らかにし、グラフ表示された極小曲面の無限遠境界の挙動について、単葉調和関数論を用いた詳細な解析をおこなった。

(10) 曲面の非等方的エネルギーの変分問題は、エネルギー密度関数の適切な選択により、液体・方向性のある液晶・結晶(固体)の数値モデルを与える。このような変分問題の解について、以下の研究成果を得た。(i) 非等方的エネルギー密度関数が2階連続的微分可能で凸性を持つ場合について、 $(n+1)$ 次元ユークリッド空間の楔状閉領域あるいは錐状閉領域における同じ体積を囲む超曲面についての自由境界問題のエネルギー極小解の一意性定理を得た。(ii) 非等方的エネルギー密度関数が凸でない場合には、同じ体積を囲む非等方的エネルギーの臨界点について、必ずしも一意性が成り立たないことを具体例を構成することにより示した。

(11) $(n+1)$ 次元ローレンツ・ミンコフスキー空間内の空間的グラフ及び時間的グラフの平均曲率に対する Heinz 型評価を統一的に得た。そして、それらを応用することにより、全超平面上で定義された関数のグラフとなっている空間的 CMC 超曲

面及び時間的 CMC 超曲面が超平面となるための、グラフを定義する関数に対する十分条件を得た。

(12) 螺旋状の小さいステンレス針金が支える微小液滴の数理モデルを与える螺旋運動で不変な CMC 曲面 (CMC 螺旋面) の安定性について研究し、一つの常螺旋と二つの短い曲線弧で張られる凸で安定な CMC 螺旋面のクラスを得た。

(13) 区分的に滑らかな曲面に対し、各点での単位法ベクトル及びガウス曲率を定義した。応用として、区分的に滑らかな曲面が可展面 (平面を伸び縮みさせずに連続的に変形して得られる曲面) であるための必要十分条件は各点でのガウス曲率が零であることを証明した。さらに、区分的に滑らかな可展面について、「ピロー型ボックス」が容積最大となるための必要十分条件は滑らかな各部分での母線が平面弾性曲線であることを見出した (証明した)。

(14) Honeycomb 格子、Diamond 格子、そして K4 格子の 3 格子のみが、幾何学において強等方性と呼ばれる性質を持つことが知られている。そしてこれらの Line Graph が、Spin Frustration 格子としてよく知られている Kagome 格子、Pyrochlore 格子、Hyper-Kagome 格子となる。Kagome 格子の格子点に up と down スピンを交互に置こうとすると Spin Frustration が生じるように、ある条件では Pyrochlore 格子点を 2 色に色分けして周期構造をつくることはできない。Pyrochlore 格子点は Diamond 格子のボンドに対応するので、Diamond 格子においてボンド長を 2 種類にするような構造変化に Frustration が生じて長距離の周期構造を書けない場合が予想される。我々はこれを Bond Frustration と命名し、これが実際に生じる系を探索したところ、Diamond ネットワーク構造を結晶中にもつ有機バイラジカル結晶が見せる「空間的に不均一」かつ「段階的」な 2 量子相転移が、Bond Frustration によって合理的に説明できることを見出した。数学によって先導される物性探索を実現した。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計18件（うち査読付論文 18件 / うち国際共著 0件 / うちオープンアクセス 5件）

1. 著者名 Motoko Kotani, Hisashi Naito, Chen Tao	4. 巻 74
2. 論文標題 Construction of continuum from a discrete surface by its iterated subdivisions	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Tohoku Mathematical Journal	6. 最初と最後の頁 229-252
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2748/tmj.20201225	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Motoko Kotani, Hisashi Naito, Toshiaki Omori	4. 巻 58
2. 論文標題 A discrete surface theory	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Computer Aided Geometric Design	6. 最初と最後の頁 24-54
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.cagd.2017.09.002	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -
1. 著者名 Shin Nayatan	4. 巻 66
2. 論文標題 Fixed-point property for affine actions on a Hilbert space	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 RIMS Kokyuroku Bessatsu	6. 最初と最後の頁 115--131
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Andreas Dechant, Tatsuhiko Ohto, Yoshikazu Ito, Marina V. Makarova, Yusuke Kawabe, Tatsufumi Agari, Hikaru Kumai, Yasufumi Takahashi, Hisashi Naito, and Motoko Kotani	4. 巻 182
2. 論文標題 A nitrogen-doped nanotube molecule with atom vacancy defects	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Carbon	6. 最初と最後の頁 223--232
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.carbon.2021.06.004	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Koki Ikenoto, Seungmin Yang, Hisashi Naito, Motoko Kotani, Sota Sato, and Hiroyuki Isobe	4. 巻 11
2. 論文標題 A nitrogen-doped nanotube molecule with atom vacancy defects	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Nat. Commun	6. 最初と最後の頁 1807
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1038/s41467-020-15662-6	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Toshiaki Omori, Hisashi Naito, Tatsuya Tate	4. 巻 26
2. 論文標題 Eigenvalues of the Laplacian on the Goldberg-Coxeter constructions for 3- and 4-valent graphs	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Electron. J. Combin	6. 最初と最後の頁 3.7
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.37236/8481	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Shin Nayatani	4. 巻 357
2. 論文標題 Metrics on a closed surface of genus two which maximize the first eigenvalue of the Laplacian	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 C.R. Math. Acad. Sci. Paris	6. 最初と最後の頁 84-98
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.crma.2018.11.008	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Shintaro Akamine, Masaaki Umehara and Kotaro Yamada	4. 巻 7
2. 論文標題 Improvement of the Bernstein-type theorem for space-like zero mean curvature graphs in Lorentz-Minkowski space using fluid mechanical duality	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Proc. Amer. Math. Soc. Ser. B	6. 最初と最後の頁 17-27
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1090/bproc/44	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Shintaro Akamine, Atsufumi Honda, Masaaki Umehara and Kotaro Yamada	4. 巻 52
2. 論文標題 Bernstein-type theorem for zero mean curvature hypersurfaces without time-like points in Lorentz-Minkowski space	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Bull. Braz. Math. Soc. (N.S.)	6. 最初と最後の頁 175-181
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00574-020-00196-8	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Shintaro Akamine an Hiroki Fujino	4. 巻 59
2. 論文標題 Reflection principle for ightlike line segments on maximal surfaces	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Ann. Global Anal. Geom.	6. 最初と最後の頁 93-108
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s10455-020-09743-4	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Shintaro Akamine an Hiroki Fujino	4. 巻 -
2. 論文標題 Duality of boundary value problems for minimal and maximal surfaces	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Comm. Anal. Geom.	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Yuki Misumi, Akira Yamaguch, Zhongyue Zhang, Taku Matsushita, Nobuo Wada, Masahisa Tsuchiizu, and Kunio Awaga	4. 巻 142
2. 論文標題 Quantum Spin Liquid State in a Two-Dimensional Semiconductive Metal Organic Framework	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 J. Am. Chem. Soc.	6. 最初と最後の頁 16513-16547
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1021/jacs.0c05472	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Asato Mizuno, Yoshiaki Shuku, and Kunio Awaga	4. 巻 92
2. 論文標題 Recent Developments in Molecular Spin Gyroid Research	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Bull. Chem. Soc. Japan	6. 最初と最後の頁 1068-1093
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1246/bcsj.20190033	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Miyuki Koiso	4. 巻 24
2. 論文標題 Uniqueness of Closed Equilibrium Hypersurfaces for Anisotropic Surface Energy and Application to a Capillary Problem	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Mathematical and Computational Applications	6. 最初と最後の頁 88
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3390/mca24040088	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Miyuki Koiso	4. 巻 85
2. 論文標題 Uniqueness problem for closed non-smooth hypersurfaces with constant anisotropic mean curvature	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 ASPM	6. 最初と最後の頁 239-258
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2969/aspm/08510239	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Yuta Hatakeyama and Miyuki Koiso	4. 巻 12
2. 論文標題 Stability of helicoidal surfaces with constant mean curvature	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 International Journal of Mathematics for Industry	6. 最初と最後の頁 2050007
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1142/S2661335220500070	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Miyuki Koiso	4. 巻 249
2. 論文標題 Uniqueness problem for closed non-smooth hypersurfaces with constant anisotropic mean curvature and self-similar solutions of anisotropic mean curvature flow	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Springer Proceedings in Mathematic and Statistics	6. 最初と最後の頁 169-185
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-030-68541-6	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Miyuki Koiso	4. 巻 5
2. 論文標題 Stable anisotropic capillary hypersurfaces in a wedge	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Mathematics in Engineering	6. 最初と最後の頁 1-2
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3934/mine.2023029	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

〔学会発表〕 計97件 (うち招待講演 75件 / うち国際学会 43件)

1. 発表者名 内藤久資, 小谷元子
2. 発表標題 離散曲面論とその材料科学への応用
3. 学会等名 化学工学会第51回秋季大会, 材料・界面部会シンポジウム: 次世代物質・材料探索のための新たなアプローチ (招待講演)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 内藤久資
2. 発表標題 次世代物質探索のための離散幾何学
3. 学会等名 第14回凝縮系科学領域横断研究会 (招待講演)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 内藤久資
2. 発表標題 離散曲面論とその材料科学への応用
3. 学会等名 日本物理学会第76回年次大会, シンポジウム: 次世代物質探索のための離散幾何学 (招待講演)
4. 発表年 2020年 ~ 2021年

1. 発表者名 内藤久資
2. 発表標題 3分岐離散曲面と炭素構造
3. 学会等名 日本数学会2021年度年会 (招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Hisashi Naito
2. 発表標題 Carbon structures and a discrete surface theory
3. 学会等名 Mathematical Sciences of Visualization and Deeping of Symmetry and Moduli, Osaka City University (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Hisashi NAITO
2. 発表標題 Discrete geometric analysis -- crystal structure, a discrete surface theory and its applications to physics and chemistry - -
3. 学会等名 Introductory workshop on discrete differential geometry (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 内藤久資
2. 発表標題 炭素構造・結晶格子・離散曲面
3. 学会等名 名古屋大学, 物質と幾何セミナー
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Hisashi Naito
2. 発表標題 Analysis of phase transitions using minimal surfaces
3. 学会等名 Discrete Geometric Analysis for Materials Design (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 内藤久資
2. 発表標題 三分岐離散調和曲面の収束
3. 学会等名 多様体上の微分方程式 (招待講演)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 内藤久資
2. 発表標題 炭素構造と離散幾何解析
3. 学会等名 幾何学を指標とする化学構造と機能物性 (招待講演)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Shin Nayatani
2. 発表標題 Metrics on a closed surface of genus two which maximize the first eigenvalue of the Laplacian
3. 学会等名 The 3rd Japan-China Geometry Conference (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 納谷 信
2. 発表標題 Hersch-Yang-Yauの不等式と閉曲面上の第1固有値の最大化について
3. 学会等名 Geometric Analysis in Geometry and Topology 2017 (招待講演)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 納谷 信
2. 発表標題 ラプラシアン第1固有値を最大化する閉曲面上の計量について
3. 学会等名 リーマン幾何と幾何解析 (招待講演)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 納谷 信
2. 発表標題 ラプラシアン第1固有値を最大化する種数2閉曲面上の計量
3. 学会等名 日本数学会2018年度年会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 内藤久資
2. 発表標題 離散幾何解析とその物性科学への応用
3. 学会等名 ワークショップ「物性と離散幾何学（招待講演）」
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Hisashi Naito
2. 発表標題 Carbon structures and Geometry of Trivalent Discrete Surfaces
3. 学会等名 International Conference on Discrete Geometric Analysis for Materials Design（招待講演）（国際学会）
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Hisashi Naito
2. 発表標題 Topological Crystallography
3. 学会等名 MoSI Meeting at Nagoya University（招待講演）
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Toshiaki Omori, Hisashi Naito, and Tatsuya Tate
2. 発表標題 Eigenvalues of the Laplacian on the Goldberg-Coxeter constructions for 3- and 4-valente graphs
3. 学会等名 Materials Research Meeting 2019（招待講演）
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Hisashi Naito, Toshiaki Omori, Chen Tao and Motoko Kotani
2. 発表標題 Carbon structures and a discrete surface theory
3. 学会等名 Materials Research Meeting 2019 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 内藤久資
2. 発表標題 結晶格子の標準実現とその物質科学への応用
3. 学会等名 結晶の界面, 転位, 構造の先進数理解析 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Hisashi Naito
2. 発表標題 Crystal Structure and a Discrete Surface Theory
3. 学会等名 International symposium of Polymers and networks via topology and entanglement (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Hisashi Naito
2. 発表標題 Crystal Structure and a Discrete Surface Theory
3. 学会等名 ICIAM 2019 (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Shin Nayatani
2. 発表標題 Metrics maximizing the first eigenvalue of the Laplacian on a closed surface and extra eigenfunction (Mini-course)
3. 学会等名 UK-Japan Winter School Variational problems in geometry and mathematical physics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Shin Nayatani
2. 発表標題 Riemannian metrics maximizing the first eigenvalue of the Laplacian on a closed surface
3. 学会等名 The first Geometry Conference for Friendship of Japan and Germany (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Shin Nayatani
2. 発表標題 Riemannian metrics maximizing the first eigenvalue of the Laplacian on a closed surface
3. 学会等名 研究集会 Geometry and Analysis (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Shin Nayatani
2. 発表標題 First-eigenvalue maximization and embedding optimization
3. 学会等名 The 3rd Japan-Taiwan Joint Conference on Differential Geometry (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Shin Nayatani
2. 発表標題 First-eigenvalue maximization and embedding optimization
3. 学会等名 第6回日中幾何学研究集会(招待講演)(国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 納谷信
2. 発表標題 ラプシアン第1固有値を最大化する閉曲面上の計量について
3. 学会等名 東京大学複素解析幾何セミナー(招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 納谷信
2. 発表標題 ラプシアン第1固有値を最大化する閉曲面上の計量について
3. 学会等名 福島幾何学研究集会2018(招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 納谷信
2. 発表標題 olza曲面上の三つの計量
3. 学会等名 研究集会「Geometry of Riemann surfaces and related topics」(招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 納谷信
2. 発表標題 高次元多面体と極小曲面
3. 学会等名 高次元多面体勉強会（招待講演）
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 納谷信
2. 発表標題 ラプラシアン第1固有値を最大化する閉曲面上の計量について
3. 学会等名 Workshop on geometry of networks and related topics in Kagoshima（招待講演）
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 納谷信
2. 発表標題 Riemannian metrics maximizing the first eigenvalue of the Laplacian on a closed surface
3. 学会等名 研究集会「リーマン面に関連する位相幾何学」（招待講演）
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 納谷信
2. 発表標題 有限グラフの第1固有値の最大化と埋め込み不変量の最小
3. 学会等名 福岡大学微分幾何研究集会（招待講演）
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 納谷信
2. 発表標題 有限グラフの埋め込み不変量の最小化と第1固有値の最大化
3. 学会等名 日本数学会秋季総合分科会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 hintaro Akamine
2. 発表標題 Improvement of the Bernstein-type theorem for maximal surfaces in spacetime using fluid mechanical duality
3. 学会等名 The 2nd International Conference Geometry of Submanifolds and Integrable Systems (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Shintaro Akamine
2. 発表標題 Fluid Mechanical Duality for Minimal Surfaces in Euclidean Space and Maximal Surfaces in Spacetime
3. 学会等名 MATERIALS RESEARCH MEETING 2019 (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Shintaro Akamine
2. 発表標題 Duality of boundary value problems for minimal and maximal surfaces
3. 学会等名 Workshop and School on Geometric Analysis and Discrete Geometry (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Shintaro Akamine
2. 発表標題 Bernstein-type theorem for zero mean curvature hypersurfaces admitting lightlike points
3. 学会等名 The closing workshop of the project Geometric Shape Generation (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Shintaro Akamine
2. 発表標題 Reflection Principles for Minimal and Maximal Surfaces
3. 学会等名 The 21st International Conference on Discrete Geometric Analysis for Materials Design (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Shintaro Akamine
2. 発表標題 Zero mean curvature surfaces with lightlike point
3. 学会等名 Workshop on Surface Theory (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 赤嶺新太郎
2. 発表標題 ユークリッド空間の極小曲面と時空の極大曲面の流体力学的双対性について
3. 学会等名 数学と諸分野の連携に向けた若手数学者交流会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 赤嶺新太郎, 梅原雅頭, 山田光太郎
2. 発表標題 流体力学的双対性を用いた時空の極大曲面に対するBernstein型の定理の拡張について
3. 学会等名 日本数学会 2019 年度年会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 赤嶺新太郎
2. 発表標題 平均曲率零曲面上の光的点について
3. 学会等名 RIMS共同研究(公開型)「部分多様体論の諸相と 他分野との融合」(招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 赤嶺新太郎
2. 発表標題 平均曲率零曲面上の光的点について
3. 学会等名 第66回幾何学シンポジウム(招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 赤嶺新太郎
2. 発表標題 極小曲面と極大曲面に対する境界値問題の双対性
3. 学会等名 部分多様体論・湯沢 2019(招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 赤嶺新太郎
2. 発表標題 極大曲面に対する光的境界値問題について
3. 学会等名 淡路島幾何学研究集会2020 (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 赤嶺新太郎, 本田淳史, 梅原雅顕, 山田光太郎
2. 発表標題 光的点を許容する平均曲率零超曲面に対するBernstein型定理
3. 学会等名 日本数学会 2020 年度年会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 赤嶺新太郎, 藤野弘基
2. 発表標題 単葉調和関数および極小曲面・極大曲面に対する境界値問題の対応
3. 学会等名 日本数学会 2020 年度秋季総合分科会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 赤嶺新太郎
2. 発表標題 極大曲面の特異点と鏡像の原理について
3. 学会等名 幾何や自然科学に現れる特異点 (招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 赤嶺新太郎, 藤野弘基
2. 発表標題 極大曲面の光的線分に関する鏡像の原理について
3. 学会等名 日本数学会 2021 年度年会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 赤嶺新太郎
2. 発表標題 極大曲面に対する鏡像の原理について
3. 学会等名 第68回幾何学シンポジウム (招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Miyuki Koiso
2. 発表標題 Uniqueness problems for closed non-smooth hypersurfaces with constant anisotropic mean curvature and applications to anisotropic mean curvature flow
3. 学会等名 Department of Mathematics Colloquium (NTNU and NCTS Differential geometry Seminar) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Miyuki Koiso
2. 発表標題 Uniqueness problem for closed non-smooth hypersurfaces with constant anisotropic mean curvature and applications to anisotropic mean curvature flow
3. 学会等名 Conference 'Analysis and Geometry in Minimal Surface Theory' (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Miyuki Koiso
2. 発表標題 Crystalline variational problem and applications to capillary problems
3. 学会等名 Workshop Mathematical Theory of Capillarity (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Miyuki Koiso
2. 発表標題 Uniqueness problem for closed non-smooth hypersurfaces with constant anisotropic mean curvature
3. 学会等名 The 11th Mathematical Society of Japan Seasonal Institute (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Miyuki Koiso
2. 発表標題 Geometry of anisotropic surface energy and crystalline variational problem
3. 学会等名 Mini-Workshop on Geometry and Mathematical Science (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Miyuki Koiso
2. 発表標題 Towards crystalline variational problems from elliptic variational problems
3. 学会等名 Introductory workshop on discrete differential geometry (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Miyuki Koiso
2. 発表標題 Variational problems of anisotropic surface energy for hypersurfaces with singular points
3. 学会等名 Spring Central and Western Joint Sectional Meeting (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Miyuki Koiso
2. 発表標題 Anisotropic surface energy and crystalline variational problems
3. 学会等名 9th International Congress in Industrial and Applied Mathematics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Miyuki Koiso
2. 発表標題 Variational problem for anisotropic surface energy
3. 学会等名 Geometric Analysis and General Relativity (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Miyuki Koiso
2. 発表標題 Stable anisotropic capillary hypersurfaces in a wedge
3. 学会等名 Mini-symposium Nonlinear Geometric Partial Differential Equations (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Miyuki Koiso
2. 発表標題 Stable anisotropic capillary hypersurfaces in a wedge
3. 学会等名 Workshop and School on Geometric Analysis and Discrete Geometry (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 小磯深幸
2. 発表標題 Uniqueness for closed embedded non-smooth hypersurfaces with constant anisotropic mean curvature
3. 学会等名 RIMS共同研究・公開型「偏微分方程式の解の形状解析 (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 小磯深幸
2. 発表標題 曲面の非等方的エネルギーの幾何
3. 学会等名 第2回 岡潔女性数学者セミナー (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 小磯深幸
2. 発表標題 特異点を持つ非等方的平均曲率一定閉超曲面の一意性について
3. 学会等名 淡路島幾何学研究集会2019 (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 小磯深幸
2. 発表標題 特異点を許容する超曲面に対する非等方的エネルギーの変分問題
3. 学会等名 第20回特異点研究会「特異点と時空、および関連する物理」(招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Kento Okuda and Miyuki Koiso
2. 発表標題 Uniqueness of local minimizers for crystalline variational problems
3. 学会等名 The 27th Osaka City University International Academic Symposium (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Miyuki Koiso
2. 発表標題 Uniqueness problems for closed non-smooth hypersurfaces with constant anisotropic mean curvature
3. 学会等名 RIMS Workshop Mathematica methods for the studies of flow, shape, and dynamics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Miyuki Koiso
2. 発表標題 Stable anisotropic capillary hypersurfaces in a wedge and application to partially-crystalline variational problems
3. 学会等名 15th International Conference on Free Boundary Problems (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Miyuki Koiso
2. 発表標題 Geometry of crystalline variational problem
3. 学会等名 The 21st International Conference on Discrete Geometric Analysis for Materials Design (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Miyuki Koiso
2. 発表標題 Variational problems for surfaces
3. 学会等名 Workshop on Differential Geometry and Geometric Analysis (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 川上裕, 本田淳史, 小磯深幸, 通峻祐
2. 発表標題 Lorentz-Minkowski空間におけるHeinz型の平均曲率の評価について
3. 学会等名 日本数学会2020年度秋季総合分科会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 小磯深幸, 奥田健斗
2. 発表標題 クリスタライン変分問題に対するエネルギー極小解の一意性について
3. 学会等名 日本応用数理学会2020年度年会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 軸丸芳揮, 小磯深幸
2. 発表標題 区分的に滑らかな非等方的平均曲率一定超曲面の不安定性について
3. 学会等名 日本応用数理学会2020年度年会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 奥田健斗, 小磯深幸
2. 発表標題 On the bifurcation and stability for surfaces with constant mean curvature bounded by two coaxial circles
3. 学会等名 日本応用数理学会第17回研究部会連合発表会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 小磯深幸, 奥田健斗
2. 発表標題 区分的に連続な曲線と曲面の幾何
3. 学会等名 日本応用数理学会2021年度年会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 小磯深幸, 奥田健斗
2. 発表標題 区分的に滑らかな可展面のガウス曲率
3. 学会等名 日本応用数理学会第18回研究部会連合発表会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 五明工
2. 発表標題 有限グラフの第1固有値の最大化問題と埋め込み最適化問題
3. 学会等名 数学と諸分野の連携にむけた若手数学者交流会2021
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 五明工
2. 発表標題 有限グラフの第1固有値の最大化と埋め込み
3. 学会等名 数学と諸分野の連携にむけた若手数学者交流会2022
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Takumi Gomyou
2. 発表標題 Spectral embeddings of the C60 fullerene and some other Archimedean solids
3. 学会等名 International Conference on Discrete Geometric Analysis for Materials Design (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Kunio Awaga
2. 発表標題 トポロジカル分子スピン系の物質科学
3. 学会等名 日本磁気学会 第80回スピントロニクス専門研究会 (招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Kunio Awaga
2. 発表標題 分子性強等方性構造が生み出すトポロジー物性：数学に後押しされた物質科学
3. 学会等名 第10回分子性固体セミナー（招待講演）
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 阿波賀邦夫
2. 発表標題 Quantum Spin Liquid State in Organic Hyper-Kagome Lattice of Mott Dimers
3. 学会等名 日本化学会第99春季年会（招待講演）
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 張中岳, 阿波賀邦夫
2. 発表標題 特異なトポロジーと電子物性を有すTriptycene-金属有機構造体の開発
3. 学会等名 第12回分子科学討論会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Kunio Awaga
2. 発表標題 Topological Properties Generated by Molecule-Based Strongly Isotropic Structures: Materials Science Driven by Mathematics
3. 学会等名 International Conference on Discrete Geometric Analysis for Materials Design（招待講演）（国際学会）
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Kunio Awaga
2. 発表標題 Developments of molecule-based carbon allotropes
3. 学会等名 Pacifichem2021 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Kunio Awaga
2. 発表標題 Development of Molecular Mimics of Carbon Allotropes
3. 学会等名 The 4th international symposium of RCMS (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Kuino Awaga
2. 発表標題 Development of Molecular Mimics of Carbon Allotropes
3. 学会等名 1st Asian Conference Molecular Magnetism (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Kunio Awaga
2. 発表標題 Molecular Spin Gyroid structures
3. 学会等名 JSPS Core-to-Core Program Topical Meeting Chirality (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Kunio Awaga
2. 発表標題 Developments of Molecular Spin Gyroid
3. 学会等名 Materials Innovation For Sustainable Development Goals (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Kunio Awaga
2. 発表標題 Molecule-Based Mimics of Carbon Allotrope
3. 学会等名 The Toyota Riken International Workshop Organic Semiconductors, Conductors, and Electronics (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Kunio Awaga
2. 発表標題 Spin Liquid States in Spin-Frustrated Systems of Organic Radicals
3. 学会等名 ICM2018 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Kunio Awaga
2. 発表標題 Physics and Chemistry of Molecule-Based Mimics of Carbon Allotropes
3. 学会等名 Colloquium in Freie University, Berlin, Germany (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 梁承民, 池本晃喜, 内藤久資, 小谷元子, 佐藤宗太, 磯部寛之
2. 発表標題 周期孔を有する窒素ドーピング型ナノチューブ分子
3. 学会等名 日本化学会第101春季年会
4. 発表年 2021年

〔図書〕 計1件

1. 著者名 Hisashi Naito	4. 発行年 2022年
2. 出版社 Springer	5. 総ページ数 103
3. 書名 Trivalent Discrete Surfaces and Carbon Structures (出版決定済)	

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究 分担者	納谷 信 (Nagatani Shin) (70222180)	名古屋大学・多元数理科学研究科・教授 (13901)	

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究 協力者	赤嶺 新太郎 (Akamine Shintaro) (50825148)	日本大学・生物資源学部・講師 (32665)	
研究 協力者	松江 要 (Matsue Kaname) (70610046)	九州大学・マス・フォア・インダストリ研究所・准教授 (17102)	

6. 研究組織（つづき）

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究協力者	小磯 深幸 (Koiso Miyuki) (10178189)	九州大学・マス・フォア・インダストリ研究所・名誉教授 (17102)	
研究協力者	阿波賀 邦夫 (Awaga Kunio) (10202772)	名古屋大学・理学研究科・教授 (13901)	
研究協力者	五明 工 (Gomyo Takumi)	名古屋大学・多元数理科学研究科・博士研究員 (13901)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計1件

国際研究集会 International Conference on Discrete Geometric Analysis for Materials Design	開催年 2021年～2021年
--	--------------------

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------