

平成 29 年 6 月 21 日現在

機関番号：62615

研究種目：新学術領域研究(研究領域提案型)

研究期間：2012～2016

課題番号：24106003

研究課題名(和文)情報理論・符号理論からの計算限界研究

研究課題名(英文)Studies on Limits of Computation via Information and Coding Theory

研究代表者

河原林 健一(Kawarabayashi, Kenichi)

国立情報学研究所・情報学プリンシプル研究系・教授

研究者番号：40361159

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 47,800,000円

研究成果の概要(和文)：情報理論・符号理論など離散数学における最先端の解析手法を使いこなし発展させることで、計算限界解明の研究を進展させた。具体的には(1) 劣線形時間計算における定数時間検査可能性の特徴付けや論理回路クラスの分離等、種々のP対NP問題の類似の解決、(2) 3彩色問題に対する多項式時間近似アルゴリズムの世界記録更新等、グラフや制約充足問題に関する基本的な計算問題の計算複雑性の精微な解析、(3) (1)(2)の成果に基づいた、劣線形時間計算やグラフアルゴリズムの機械学習や大規模データ処理等の分野への応用、が挙げられる。

研究成果の概要(英文)：We make progress in the study on limits of computation by exploiting and developing state of the art techniques in discrete mathematics such as information and coding theory. More concretely, we obtain the following results: (1) resolution of various analogous problems to the P vs. NP problem, including a characterization of constant time testability of properties in sub-linear time computation and separations of Boolean circuit classes, (2) fine-grained complexity analysis of fundamental computational problems concerning graphs and constraint satisfaction problems, including a world record polynomial time approximation algorithm for the 3 coloring problem, and (3) Applications of sub-linear time computation and graph algorithms to the areas such as machine learning and big data processing, based on the results of (1)(2).

研究分野：計算機理論

キーワード：計算理論

1. 研究開始当初の背景

本研究では、情報欠損を仮定した計算問題を扱う代表的な枠組みのひとつ(特定の計算技法)である、劣線形時間計算を研究する。劣線形時間計算とは、入力データ長を n とした場合に、 n より遥かに短い時間(ステップ数)で行う計算のことである。そのような超効率的計算は、大規模データを扱うことが多い今日の情報処理において、多大な威力を発揮する。また、計算限界を証明するための重要な構成要素ともなっている。

2. 研究の目的

本研究では、劣線形時間計算の解析と相性の良い情報理論・符号理論を主とする最先端の解析手法を使いこなし発展させることで、研究目的の達成を目指す。また、従来関連の薄かった数理論理・最適化などの分野と連携することにより、革新的な解析技法を開発することも目的とする。具体的な目標として以下の3項目を挙げる。

- (1) 劣線形時間計算の可能性と限界の詳細を解明。
- (2) 劣線形時間計算と一般の計算限界の関係のさらなる追求。
- (3) 情報理論・符号理論による解析手法の限界解明と打破。

3. 研究の方法

本研究は理論研究であり、個人での研究、班員同士の討論、他の研究班や外部の研究者との共同研究により計画を進める。理論解析に必要な知見を得るために、計算機実験を適宜行う。具体的な研究テーマの候補として、重要な未解決問題や現状の解析の困難点の調査を済ませており、各年度においてそれぞれのテーマに取り組む。得られた研究成果は、領域内や国内外で開催される会議、学術誌、専門書やウェブページ等を利用して積極的に公表する。

4. 研究成果

- (1) 「関数の性質の定数時間検査可能性の特徴づけ」[学会発表]

有限体上で定義された関数は、論理関数や符号を含む一般的な数学対象として盛んに研究されている。そのような関数がある「性質」を満たしているかどうかを、変数の個数 n に関係しない定数の計算時間で判定できるかどうか、という問題は、劣線形時間計算の研究の中心的な課題であり続けてきた。本研究では、自然な性質のクラスであるアフィン変換に関して閉じた性質が定数時間判定可

能か不可能かを完全に特徴づけた(吉田, STOC '14, SODA '16)。重要な未解決問題を解いたのみならず、主な解析技法である高階フーリエ解析(通常のフーリエ解析の拡張)は目標3を達成する手段としても期待されている。

- (2) 「基本的なグラフ問題に対する劣線形時間および劣線形領域アルゴリズム」[雑誌論文, 学会発表]

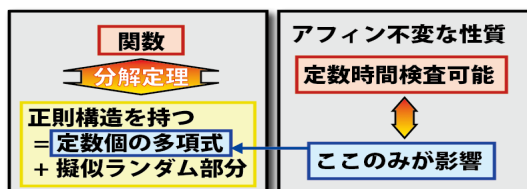
定数種数グラフの埋め込みを与える対数領域アルゴリズム(河原林ら, STOC '14)を与え、系として、グラフの種数と呼ばれる基本的なパラメータが様々なグラフ問題の計算複雑さを完全に決定することを示した。また、疎なグラフの細分フリー性を判定する定数時間アルゴリズム(河原林-吉田, STOC '13)、疎なグラフのマッチングを求める定数時間アルゴリズム(吉田-伊藤-山本(CO1), SICOMP '13)など、重要なグラフ問題に対する超効率的アルゴリズムを得た。これらの成果は応用上有望なアルゴリズムというばかりでなく、疎なグラフの性質で定数時間検査可能であることを完全に特徴づけるために、避けて通ることのできない重要な課題を解決している。

- (3) 「制約充足問題の割当検査の計算複雑さと厳密求解の計算複雑さの関係」[雑誌論文, 学会発表]

制約充足問題は、普遍的な組合せ問題として、理論計算機科学, 数理論理学, 人工知能, オペレーションズリサーチ, 離散数学, 統計物理等の様々な分野で研究されている(NP完全)問題である。本研究では、制約充足問題の割当検査と呼ばれる問題を扱い、制約の種類に関して劣線形時間計算可能性の分類を行った(吉田, CC '16), (吉田ら, ICALP '13, FOCS '16)。興味深いことに、得られた分類結果は、通常の計算モデルにおける厳密求解の計算複雑さの分類結果と対応しており、劣線形時間計算を完全に理解することが一般の計算の理解につながることを示唆している。

- (4) 「論理関数に対する解析的手法の深化」[雑誌論文]

従来の素朴な情報理論・符号理論では解析することができなかった問題に、高度な数学手法を用いて挑戦しようという潮流がある。本研究では、調和解析・確率解析の技法を援用・発展させることで、論理関数の重要な性質(シャノンの部分対称関数・独裁関数)の定数時間判定可能性を示した(吉田ら, SICOMP '15), (玉置-吉田, RSA '15)。これらの研究を通じて、調和解析の組合せ論的解釈や、確率論における不変原理の拡張などが得られている。成果1でも述べた高階フーリエ解析とともに、素朴な情報理論・符号理論による解析の限界を破る汎用手法となって



いくことが期待される。

(5) 「3 彩色可能なグラフに対する多項式時間近似彩色アルゴリズムの世界記録更新」 [雑誌論文]

3 彩色可能なグラフを多項式時間近似アルゴリズムで彩色するときに必要な色数を決定することは、近似アルゴリズムの設計と近似困難性の証明における最重要未解決問題の一つである。本研究では、十分な色数（上界）の世界記録を更新し、その結果は計算機科学で最も権威のある JACM 誌に掲載された。

(6) 「スケールフリーネットワークの自然なクラスにおける任意の性質が定数時間検査可能」 [学会発表]

複雑ネットワークの自然なクラスを定義し、それに属するグラフの任意の性質が定数時間検査可能であることを示した。同様の結果は定数次数グラフに対して知られていたが、本結果は一部の頂点の次数が大きいような現実のネットワークに対しても成り立つ。

(7) 「De Morgan 論理式より強力な論理式に対する充足可能性判定アルゴリズムと平均時困難性」 [雑誌論文]

充足可能性判定アルゴリズムと平均時困難性を得るための代表的な手法である「ランダム制約」が適用できない論理式のクラスに対し「アフィン制約」の手法を開発して所望の結果を得た。国際会議 CCC2012 で Top5 に選ばれた発表の完成版。

(8) 「有限体上の多変数連立代数方程式系に対する総当り探索より指数的に高速なアルゴリズム」 [学会発表]

有限体上の多変数連立代数方程式系は数学・計算機科学・理工学における基本的な問題として古くから研究されている。本研究では、最悪時でも総当り探索より指数的に高速なアルゴリズムを世界で初めて与えた。本結果は、数式処理や耐量子暗号などの分野へ波及効果が期待される。

(9) 「グラフカット問題に対するほとんど線形時間の決定性アルゴリズム」 [学会発表]

グラフアルゴリズム分野での中止点的研究課題である「グラフカット問題」に関して、Karger のほぼ線形の Monte Carlo アルゴリズムを決定的に拡張した。

(10) 「辺素な路問題に対する近似アルゴリズム」 [雑誌論文]

最大辺素な路問題の入力はグラフと頂点对の集合であり、目的は辺素な路で結ばれる頂点对の最大数を求めることである。本研究では以下の2つの場合に、既存結果より良い近似比を持つアルゴリズムを設計した。

(i) 入力が4枝連結平面グラフまたはオイラーグラフである場合に、 $O(\log n)$ 近似アルゴリズムを与えた。先行研究では、オイラーグラフに対する $O(\log^2 n)$ 近似アルゴリズムが得られていた。(ii) 混雑度が2の場合に $O(n^{3/7})$ 近似アルゴリズムを与えた。これは長年にわたって最良であった $O(n^{1/2})$ 近似アルゴリズムを初めて改良する結果である。

(11) 3-SAT に対する HSSW アルゴリズムの脱乱択化 [雑誌論文]

本研究では、3-SAT に対する 1.3303^n 時間の決定性アルゴリズムを与えた。これは Moser, Scheder による現在最速のアルゴリズムの計算時間 1.3334^n を更新する結果である。本研究では、Schoening のアルゴリズムに非一様ランダムな初期値を与えることで計算時間を改良した Hofmeister らのアルゴリズムを脱乱択化した。鍵となるアイデアは covering code と呼ばれる組合せ構造である。Schoening のアルゴリズムの脱乱択化では、一様ランダムな初期値を模倣するために covering code が用いられた。我々は非一様ランダムな初期値を模倣するために、適切な covering code の効率よい構成を与えた。

(12) 「ケーキ分割問題に対する劣線形時間アルゴリズム」 [学会発表]

ケーキ分割問題とは、異なる選好を持つ複数人に対し1つのケーキを「公平」に分割して割り当てる課題のことを指す。この問題は、(人, ケーキの部分の価値) という形の質問を繰り返すことで解くことができる。質問する回数の合計が問題を解く計算時間と見なされる。本研究では、計算時間が人数 n の劣線形であるアルゴリズムを与えた。

(13) 「有向グラフに対するグリッド定理」 [学会発表]

グリッド定理はグラフマイナーの研究における中心的結果である。Reed, Johnson, Robertson, Seymour, Thomas らは有向グラフに対する類似の定理を予想した。本研究では、この予想に以下の進展をもたらした。(i) ある関数 f が存在して、有向木幅が $f(k)$ 以上である任意のグラフは、位数 k の半整数グリッドを含むことを示した。(ii) (i) やその後続をさらに一般化し、Reed, Johnson, Robertson, Seymour, Thomas らの予想を完全に解決した。これらの結果は、有向グラフの辺素な路問題への応用がある。

(14) 「グラフの種数を近似するアルゴリズム」 [学会発表]

n 頂点グラフのオイラー種数 g を計算することは、グラフ理論とトポロジーにおける基本的な問題である。問題が NP 困難であること、固定パラメータ容易性は示されて

いたが、近似可能性については自明な $O(n/g)$ 近似アルゴリズムしか知られていなかった。本研究では初めて非自明な近似比を持つアルゴリズムを与えた。具体的な近似比は、種数が g の場合に $\text{poly}(g)$ 、制限がない場合に $O(n^{1-c})$ 、 $c>0$ はある普遍定数、である。前者は埋め込みを得ることができるので、様々なグラフ問題への応用を持つ。

(15) 「平面グラフにおける全てか無の多品
種流問題に対する近似アルゴリズム」[学会
発表]

多品種流問題の入力は枝に容量のあるグラフと頂点对の集合であり、目的は頂点对の間の流量の総和を最大化することである。「全てか無の」同問題では頂点对の間の流量は0または1という制約がある。本研究では、入力が平面グラフの場合に、この問題に対する定数近似アルゴリズムを与えた。なお、一般のグラフの場合は $\text{poly}(\log n)$ 近似が最良の結果であった。

(16) 「グラフマイナー分解に対する単純な
アルゴリズム」[学会発表]

グラフマイナー理論の鍵となる結果は以下の構造定理である。「ある固定されたグラフをマイナーに持たないグラフは、固定された曲面にほとんど埋め込み可能な部品への木分解を持つ。」グラフマイナー理論のアルゴリズムの応用はほぼこの結果のアルゴリズム版に依拠している。既存のアルゴリズムは元の結果をほぼなぞる形で構成されていて、複雑かつ難解なものであった。本研究では、数理論理学と構造的グラフ理論を組合せることで、簡潔な2次時間アルゴリズムを与えた。本成果は、国際会議 SODA2013 で最優秀論文に選ばれた。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計9件)

Ken-ichi Kawarabayashi, Mikkel Thorup, Coloring 3-Colorable Graphs with Less than $n^{1/5}$ Colors, J. ACM, 査読有, Vol. 64, No. 1, 2017, pp. 4:1 - 4:23
DOI: 10.1145/3001582

Yuichi Yoshida, Testing list H-homomorphisms, Computational Complexity, 査読有, Vol. 25, No. 4, 2016, pp. 737 - 773
DOI: 10.1007/s00037-014-0093-0

Ken-ichi Kawarabayashi, Yusuke Kobayashi, An Improved Approximation Algorithm for the Edge-Disjoint Paths Problem with Congestion Two, ACM

Trans. Algorithms, 査読有, Vol. 13, No. 1, 2016, pp. 5:1 - 5:17
DOI: 10.1145/2960410

Eric Blais, Amit Weinstein, Yuichi Yoshida, Partially Symmetric Functions Are Efficiently Isomorphism Testable, SIAM J. Comput., 査読有, Vol. 44, No. 2, 2015, pp. 4111 - 432
DOI: 10.1137/140971877

Suguru Tamaki, Yuichi Yoshida, A query efficient non-adaptive long code test with perfect completeness, Random Struct. Algorithms, 査読有, Vol. 47, No. 2, 2015, pp. 386 - 406
DOI: 10.1002/rsa.20549

Kazuhisa Makino, Suguru Tamaki, Masaki Yamamoto, Derandomizing the HSSW Algorithm for 3-SAT, Algorithmica, 査読有, Vol. 67, No. 2, 2013, pp. 112 - 124
DOI: 10.1007/s00453-012-9741-4

Kazuhisa Seto, Suguru Tamaki, A satisfiability algorithm and average-case hardness for formulas over the full binary basis, Computational Complexity, 査読有, Vol. 22, No. 2, 2013, pp. 245 - 274
DOI: 10.1007/s00037-013-0067-7

Ken-ichi Kawarabayashi, Yusuke Kobayashi, An $O(\log n)$ -Approximation Algorithm for the Edge-Disjoint Paths Problem in Eulerian Planar Graphs, ACM Trans. Algorithms, 査読有, Vol 9, No 2, 2013, pp. 16:1 - 16:13
DOI: 10.1145/2438645.2438648

Yuichi Yoshida, Masaki Yamamoto, Hiro Ito, Improved Constant-Time Approximation Algorithms for Maximum Matchings and Other Optimization Problems, SIAM J. Comput., 査読有, Vol. 41, No. 4, 2012, pp. 1074 - 1093
DOI: 10.1137/110828691

[学会発表](計13件)

Daniel Lokshtanov, Ramamohan Paturi, Suguru Tamaki, Ryan Williams, Huacheng Yu, Beating Brute Force for Systems of Polynomial Equations over Finite Fields, SODA 2017, 2017/1/16 - 19, Barcelona (Spain)

Hubie Chen, Matthew Valeriote, Yuichi Yoshida, Testing Assignments to Constraint Satisfaction Problems, FOCS 2016, 10/9 - 11, New Brunswick (USA)

Hiro Ito, Every Property Is Testable on a Natural Class of Scale-Free Multigraphs, ESA 2016, 8/22 - 24, Aarhus (Denmark)

Hiro Ito, Takahiro Ueda, How to Solve the Cake-Cutting Problem in Sublinear Time, FUN 2016, 6/8 - 10, La Maddalena (Italy)

Ken-ichi Kawarabayashi, Mikkel Thorup, Deterministic Global Minimum Cut of a Simple Graph in Near-Linear Time, STOC 2015, 6/15 - 17, Portland (USA)

Ken-ichi Kawarabayashi, Stephan Kreutzer: The Directed Grid Theorem, STOC 2015, 6/15 - 17, Portland, Oregon (USA)

Ken-ichi Kawarabayashi, Anastasios Sidiropoulos, Beyond the Euler Characteristic: Approximating the Genus of General Graphs, STOC 2015, 6/15 - 17, Portland, Oregon (USA)

Yuichi Yoshida, A characterization of locally testable affine-invariant properties via decomposition theorems, STOC 2014, 5/31 - 6/3, New York (USA)

Ken-ichi Kawarabayashi, Yusuke Kobayashi, Stephan Kreutzer, An excluded half-integral grid theorem for digraphs and the directed disjoint paths problem, STOC 2014, 5/31 - 6/3, New York (USA)

Michael Elberfeld, Ken-ichi Kawarabayashi, Embedding and canonizing graphs of bounded genus in logspace, STOC 2014, 5/31 - 6/3, New York (USA)

Ken-ichi Kawarabayashi, Yusuke Kobayashi, All-or-Nothing Multicommodity Flow Problem with Bounded Fractionality in Planar Graphs, FOCS 2013, 10/27 - 29, Berkeley (USA)

Ken-ichi Kawarabayashi, Yuichi Yoshida, Testing subdivision-freeness: property testing meets structural graph theory, STOC 2013, 6/1 - 4, Palo Alto (USA)

Martin Grohe, Ken-ichi Kawarabayashi, Bruce A. Reed, A Simple Algorithm for the Graph Minor Decomposition - Logic meets Structural Graph Theory, SODA 2013, 1/6 - 8, New Orleans (USA)

〔図書〕(計1件)

河原林 健一, 田井中 麻都佳, 丸善出版, これも数学だった!?: カーナビ、路線図、SNS,

2013, 208

〔その他〕
ホームページ等
河原林 健一

http://researchmap.jp/k_keniti/

伊藤 大雄

<http://www.alg.cei.uec.ac.jp/itohiro/index-j.html>

脊戸 和寿

<http://www.ci.seikei.ac.jp/seto/>

吉田 悠一

<http://research.nii.ac.jp/~yyoshida/ja/>

玉置 卓

<http://www.lab2.kuis.kyoto-u.ac.jp/~tamak/index-j.html>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

河原林 健一 (KAWARABAYASHI, Ken-ichi)

国立情報学研究所・情報学プリンシプル

研究系・教授

研究者番号: 40361159

(2) 研究分担者

伊藤 大雄 (ITO, Hiro)

電気通信大学・大学院情報理工学研究科・

教授

研究者番号: 50283487

脊戸 和寿 (SETO, Kazuhisa)

成蹊大学・理工学部・准教授

研究者番号: 20584056

吉田 悠一 (YOSHIDA, Yuichi)

国立情報学研究所・情報学プリンシプル

研究系・准教授

研究者番号: 50636967

玉置 卓 (TAMAKI, Suguru)

京都大学・情報学研究科・助教

研究者番号: 40432413