

平成 30 年 6 月 12 日現在

機関番号：32630

研究種目：基盤研究(B) (一般)

研究期間：2015～2017

課題番号：15H03337

研究課題名(和文) 定量的リスク管理における統計的方法の研究 接合関数とリスク尺度を中心に

研究課題名(英文) A study of statistical methods in quantitative risk management, focusing on copulas and risk measures

研究代表者

塚原 英敦 (Tsukahara, Hideatsu)

成城大学・経済学部・教授

研究者番号：10282550

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 7,250,000円

研究成果の概要(和文)：金融機関等は、保持するポジションにより様々なリスクに直面している。それらのリスクを特定、評価、計測、管理する定量的金融リスク管理において、ポジションのリスク量を計測するリスク尺度として統計的にどのような性質をもつものが望ましいのか議論し、その幅広いクラスである歪みリスク尺度について統計的な分析を行った。さらに、複数リスク間の相互依存性をモデル化するために重要な接合関数について、その統計的推定方法とリサンプリング法の様々な性質を解明した。

研究成果の概要(英文)：Financial institutions are faced with various kinds of financial risk by holding their positions. Quantitative risk management deals with how to identify, evaluate, measure and manage those risks. We discussed the statistical properties that desirable risk measures should possess, and studied a broad class of risk measures called distortion risk measures focusing on their statistical estimation and backtesting. Copulas are an important tool for modeling dependence between several financial risks, and we introduced and analyzed new smoothed estimates of copulas. Resampling methods based on them are also investigated.

研究分野：統計学・計量ファイナンス

キーワード：定量的リスク管理 リスク計測手法 リスク尺度 接合関数 コピュラ ボラティリティ リスク因子  
の探索 非対称分布のモデリング

### 1. 研究開始当初の背景

金融リスク管理とは、企業や金融機関の経済的価値を創造するために、金融に関する様々なリスクを特定、評価、測定、管理するプロセスのことであり、とりわけ、統計学・金融工学の理論的道具を用いてリスクをやり繰りする分野は定量的金融リスク管理と呼ばれている。

2008年に勃発した金融危機以降、リスク管理の重要性がますます増大した。本研究課題では、保持するポジションのリスク量を測る「リスク尺度」としてどのようなものが望ましいのか、そして、金融危機を引き起こした要因の1つとされている複数リスク間の相互依存関係をどう捉えるかという2つの重要な課題を念頭に置き、歪みリスク尺度というリスク尺度のクラス、および接合関数(コピュラ)を分析対象とすることによって、定量的金融リスク管理の分野に貢献しようとしてきた。

### 2. 研究の目的

本研究の目的は、接合関数に対する統計的推測理論とリスク尺度の統計的推定法に基づき、定量的に金融リスクを管理するために必要な統計的モデルとデータ分析手法を開発・検討することである。

すなわち、金融時系列データと複数変量間の相互依存性をモデル化し、選択されるリスク尺度に対する適切な統計分析手法を構築し、その妥当性を数理的、実証的に検証する。さらに、バックテストやストレステストなど、様々な金融リスクを管理するための手続き上必要な統計的方法も理論的・実証的に吟味し、より正確なリスク評価・管理を実務的に遂行可能にする方法を提案することが目標である。

### 3. 研究の方法

(1) 理論的アプローチ面での展開は基本的に代数・解析的な計算の遂行と命題の証明によるものであり、これまでの研究を下地に着想したいくつかのアイデアについて、理論的に吟味・精査して正確に定式化し、その構造的性質を厳密に数理的に証明するという手順による。本研究課題においては、成り立つであろうと思われるいくつかの命題について証明できたことは幸運である。

(2) 数値計算的アプローチとして、理論的にサポートされたものに対して現実に実装できるか、そして理論が漸近理論に基づく場合には、実際に有限の標本でも望ましい結論が得られるのかを確認するために、コンピュータ・シミュレーションによる検証を行う。理論面で十分期待する成果が得られなかった場合でも、数値的方法を援用して知見を得て、その成果を理論的に考え直すというアプロ

ーチが可能である。

(3) 実証的アプローチでは、研究分担者・協力者や他の専門家との交流・協働により、適切な金融データを得て、最新の統計分析パッケージを援用して理論的結果を現実の経済データで実証する。

### 4. 研究成果

(1) これまで長期間において主要な分析対象としてきた歪みリスク尺度については、その推定量が一致性・漸近正規性をもつことのみならず、その漸近分散の一致推定量を具体的に構成し、ブートストラップ法の正当性も限定的な条件の下ではあるが示すことができた。これは実務上の確なリスク評価・管理を遂行できるための方法を与えるものとして非常に意義のあることである。ただし、基礎となる損失分布の裾が非常に重い場合や、歪み関数が損失分布の右裾をきわめて大きく評価してしまう場合、対象時系列の従属性が長記憶を持つ場合については、漸近理論が示されていない。それらの条件は、実際の金融時系列についてもかなり現実的と考えられる場合があるため、その下での大標本理論を考えることが今後必要になるであろう。

(2) 金融リスク管理において、用いたリスク計測モデルやリスク尺度推定手法が事後的に見て妥当であったかどうかを検証する手順は必須であり、このための統計的手法はバックテストと呼ばれる。金融リスク管理において、実務上最もよく用いられるリスク尺度であるバリュー・アット・リスク (VaR) に対するバックテスト法が、一定の条件の下では歪み尺度に対しても自然な形で拡張可能であることを本研究では示した。シミュレーション実験の結果では、まだ限定的ではあるが、バックテストのための条件付き推定が可能である GARCH モデルの場合にはうまくいっていると考えられる。より一般的な仮定の下での歪みリスク尺度の適切なバックテスト法については、現時点では非常に漠然としたアイデアしかないが、実施可能かつ包括的なバックテストの手法を開発することが、本研究の目的である定量的金融リスク管理のための統計モデルとデータ分析手法の開発・検討には必要である。今後、研究協力者 Alex J. McNeil とも共同で、できれば巧妙なバックテスト法を発見したいと考えている。また、上記バックテストの問題の他に、歪みリスク尺度に関連する資本配賦の問題については、コンピュータを用いた計算コードも完成し、いくつかの分布・接合関数を用いたシミュレーションも行っている。ポートフォリオ最適化問題について理論的、数値的に検証した結果も加えて、論文としてまとめているところである。

(3) 最近ようやく施行されるに至ったバー

ゼル III では、VaR によるバックテストが推奨されているが、リスク尺度としては期待ショートフォールを採用しているという“矛盾”がある。この理由としては、VaR がバックテスト可能であるのに対して、期待ショートフォールを含む歪みリスク尺度については適切なバックテスト方法がないという議論が元になっていると考えられる。これに関して、現時点でも論争を巻き起こしている問題として、バックテスト可能性 (backtestability) とは何かという問題がある。本研究代表者は、そのバックテスト可能性と、(ベイズ) 決定理論における顕在化可能性 (elicitability, 引用文献 参照) の間には明確な関連はないことを主張してきた。実際、最近の研究結果では、バックテストの定義や解釈をある程度変更しない限り、顕在化可能性の直接的含意は困難であることがわかってきている (引用文献 )。

(4) 上記のバックテストの問題を深く考察する間に、一般の予測事後評価という視点から捉えようとする、Dawid (引用文献 ) による「逐次予測分析 (prequential analysis)」の考え方をういた Davis の論文 (引用文献 ) の重要性に気づいたため、そのバックテストにおける含意を探る研究を始めた。各時点で次時点の予測を行うことの繰返しをダイナミックに捉える逐次予測分析の枠組は、バックテストの分析に最適である。「予測事後評価は、予測値系列と損失の実現値のみに基づくべきである」という Dawid の逐次予測原理については、すべての研究者に受け入れられるかどうか疑問ではあるが、逐次予測分析の枠組自体は、単一期間における統計的汎関数の顕在化可能性を問題にするこれまでの議論とは異なるアプローチを可能とする有力なアイデアであると考えている。さらに、各時点における将来パスの予測を確率過程として考える“予測過程”との関連も期待される。これは斉時的マルコフ過程であり、Dawid の論文でも触れられているが、このアイデアを連続時間に拡張し、ファイナンスにおける“リスク監視過程”のようなものを考えれば、研究代表者がかなり以前に得た結果 (引用文献 ) を応用できるのではないかという発想が浮かび、現在に至っている。

(5) 複数のリスク要因間の相互依存関係をモデル化する道具として、近年では接合関数がしばしば用いられる。この接合関数に対して推定・検定を行う際に、統計量の標本分布を推定するためには何らかのリサンプリング法が必要となる。リサンプリングを行う対象の分布として、離散な経験接合関数ではなく、それを平滑化したものを用いた方が効率的な場合がある。この目的に対して、渋谷政昭氏が考案した巧妙かつ単純な一様サンプリングの考え方に基づき、経験接合関数の一種の平滑化としての経験ベータ接合関数を

提案した。そして、その経験ベータ接合関数が経験ベルンシュタイン接合関数の特別な場合であることを示した上で、経験ベルンシュタイン接合関数が真の接合関数となるための必要十分条件を導き、それが経験ベータ接合関数によって満たされることを証明した。さらに、それらの漸近挙動を詳しく分析した。また、様々な接合関数を想定したシミュレーションにより、経験接合関数、経験ベータ接合関数と次数を平均積分 2 乗誤差 (MISE) 最小化の意味で最適化した経験ベルンシュタイン接合関数という 3 つの推定量の有限標本挙動を比較・分析した。これらの結果は、渋谷政昭、Johan Segers との共同研究論文 Segers, Sibuya and Tsukahara, 2017 (発表雑誌論文 ) として出版された。この研究の自然な続編として、研究者協力者である Johan Segers および彼の指導する大学院生と共同で、経験ベータ接合関数からのリサンプリングとしてどのようなスキームが有限標本で望ましいかをシミュレーションによって調べる研究を現在進めている。クロスセクションでの複数変量間の相互依存性を接合関数を用いてモデリングすることに関して、接合関数と所与の時系列構造の両立可能条件など多変量金融時系列モデルとしての理論的な検討についても、研究協力者らと現在進行中の研究テーマである。

(6) ボラティリティ予測モデルの構築に関して、ニュース記事 (ロイター電子版) から潜在ディリクレ配分法で抽出されたトピックがボラティリティの予測に役立つことを示した (Morimoto and Kawasaki, 2017, 発表雑誌論文 )。また、経験類似度に基づく予測方式に 4 次モーメントの情報を組み込むことで、HAR (Heterogeneous Autoregressive) モデルを経験的に上回る予測力が得られることを示した (森本, 川崎 2017, 発表雑誌論文 )。リスク因子の特定という観点からは、円滑閾値型推定方程式を用いたスパース変数選択・グルーピング法の有効性を、他の複数のスパース正則化法と実証的に比較した (Kawasaki and Ueki, 2015, 発表雑誌論文 )。また、周辺効果として顕在化しないリスク因子を、大規模データの中から効率的に取り出す方法を提案した (Ueki, Kawasaki and Tamiya, 2017, 発表雑誌論文 )。この他、商品先物市場での価格上昇・下落の非対称性のモデリングがリスク計測にもたらす影響に関して JSM, CEQURA 等の国際会議で研究報告を行った (Kawasaki and Aoki, 2015, 発表雑誌論文 )。

#### < 引用文献 >

Davis, M.H.A., Verification of internal risk measure estimates. *Statistics & Risk, Modeling*, vol. 33, 67-93, 2016.

Dawid, A.P., Present position and potential developments: some personal views. Statistical theory. The prequential approach (with Discussion), Journal of the Royal Statistical Society (A), vol. 147, 278-292, 1984.

Gneiting, T., Making and evaluating point forecasts. Journal of the American Statistical Association, vol. 106, 746-762, 2011.

Nolde, N. and Ziegel, J.F., Elicitability and backtesting: Perspectives for banking regulation (with discussion). Annals of Applied Statistics, vol. 11, 1833-1911, 2017.

Tsukahara, H., A limit theorem for the prediction process under absolute continuity, in: Seminaire de Probabilites XXXIII, 397-404, 1999.

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 9 件)

川崎能典, VAR モデルによる因果関係の推論 - 内閣支持率と株価を例に, 岩波データサイエンス刊行委員会編『岩波データサイエンス Vol. 6』(図書所収論文), 68-81 (2017). 査読有

Morimoto, T. and Kawasaki, Y. Volatility forecasting with empirical similarity: Japanese stock market case, JSM Proceedings, Business and Economics Statistics Section, 2483-2510 (2017). 査読無

中嶋雅彦, 酒折文武, 川崎能典, 整数値自己回帰モデルの最近の発展, 統計数理, 65 巻, 323-339, (2017). 査読有

Ueki, M., Kawasaki, Y., and Tamiya, G. Detecting genetic association through shortest paths in a bi-directed graph, Genetic Epidemiology, vol. 41, 481-497 (2017). 査読有  
DOI : 10.1002/gepi.22051

森本孝之, 川崎能典, 経験類似度に基づくボラティリティ予測, 統計数理, 65 巻, 155-180 (2017). 査読有

Morimoto, T. and Kawasaki, Y., Forecasting financial market

volatility using a dynamic topic model, Asia-Pacific Financial Markets, vol. 24, 149-167 (2017). 査読有.  
DOI : 10.1007/s10690-017-9228-z

Segers, J., Sibuya, M. and Tsukahara, H., The empirical beta copula, Journal of Multivariate Analysis, vol.155, 35-51 (2017). 査読有  
doi:10.1016/j.jmva.2016.11.010

Kawasaki, Y. and Ueki, M. Sparse predictive modeling for bank telemarketing success using smooth-threshold estimating equations, Journal of Japanese Society of Computational Statistics, Vol. 28, 53-66 (2015). 査読有  
DOI : 10.5183/jjscs.1502003\_217

Kawasaki, Y., Aoki, Y., Change in trading rules and its impact on the distributional properties of commodity futures, JSM Proceedings, 1604-1616 (2015). 査読無

[学会発表](計 20 件)

Tsukahara, H., Backtesting in finance and prequential analysis, 10th International Conference of the ERCIM WG on CMStatistics 2017

Tsukahara, H., Backtesting and Prequential Analysis, CEQURA Conference on Advances in Financial and Insurance Risk Management, 2017

Kawasaki, Y. and Morimoto, T., Volatility forecasting with empirical similarity: Japanese stock market case, CEQURA Conference on Advances in Financial and Insurance Risk Management, 2017.

Kawasaki, Y., Scale mixture of Skewed Kalman filter and its application, ISI 61st World Statistics Congress, 2017

川崎能典, 内閣支持率と株価収益率の因果関係, 科研費研究集会「経済統計・政府統計の理論と応用からの提言 2016」, 2017

Tsukahara, H., Evaluating capital allocation with distortion risk measures, First Seoul-Tokyo-Stanford Workshop on Financial Statistics and Risk Management, 2016.

Tsukahara, H., The empirical beta copula, Salzburg Workshop on Dependence Models & Copulas, 2016.

Tsukahara, H., The empirical beta copula, International Conference on Statistical Distributions and Applications, 2016.

Tsukahara, H., Some applications of distortion risk measures, TMU Workshop on Financial Mathematics and Statistics, 2016.

Kawasaki, Y. and Aoki, Y., Asymmetric modeling of price change in commodity futures, First Seoul-Tokyo-Stanford Workshop on Financial Statistics and Risk Management, 2016.

Morimoto, T. and Kawasaki, Y., Volatility forecasting with empirical similarity: Japanese stock market case, The 36th International Symposium on Forecasting, 2016.

Kawasaki, Y. and Yoshida, Y., Intraday periodicity of high frequent commodity futures data, The 3rd ISM International Statistical Conference, 2016

Kawasaki, Y. and Aoki, Y., Risk analysis of asymmetric price changes in Japanese commodity futures, CEQURA Conference 2016 on Advances in Financial and Insurance Risk Management, 2016.

Kawasaki, Y. and Ueki, M., Effective search for masked explanatory variables in linear regression, ANU-UC-ISM Joint Symposium on Environmental Statistics 2016.

Tsukahara, H., On Backtesting Risk Measurement Models, Asian Quantitative Finance Conference 2016.

Tsukahara, H., The Empirical Beta Copula, Statistical Computing Asia 2015.

Tsukahara, H., Evaluating capital allocation with distortion risk measures, 6th CEQURA Conference on Advances in Financial and Insurance Risk Management, 2015.

塚原英敦, Evaluating capital

allocation with distortion risk measures, 研究集会「経済リスクの統計学の新展開：稀な事象と再起的事象」, 2015.

Kawasaki, Y. and Kurusu, D., Scale mixture of skewed Kalman filter and its application, Workshop on Complex Systems Modeling and Estimation Challenges in Big Data 2015 (CSM2015), 2015.

Kawasaki, Y. and Aoki, Y., Change in trading rules and its impact on the distributional properties of commodity futures, Joint Statistical Meeting 2015

#### 〔図書〕(計 2 件)

T. Subbarao, S. Subbarao, C. R. Rao 著 / 北川源四郎, 田中勝人, 川崎能典監訳, 朝倉書店, 時系列分析ハンドブック, 2016, 788

H. Ombao 著 / 川崎能典訳, 朝倉書店, 局所化フーリエ関数族を利用した多変量非定常時系列解析 (「時系列解析ハンドブック」第 14 章), 2016, 788(441-472)

#### 6. 研究組織

##### (1) 研究代表者

塚原 英敦 (TSUKAHARA, Hideatsu)  
成城大学・経済学部・教授  
研究者番号：10282550

##### (2) 研究分担者

川崎 能典 (KAWASAKI, Yoshinori)  
統計数理研究所・モデリング研究系・教授  
研究者番号：70249910

##### (3) 連携研究者

##### (4) 研究協力者

Johan Segers (SEGERS, Johan)  
Alex J. McNeil (MCNEIL, Alex J.)  
Paul Embrechts (EMBRECHTYS, Paul)  
Stefan Mittnik (MITTNIK, Stefan)